Merc. 413º
-2

07/90/1335

<366297485500l4

<366297485500l4

Bayer. Staatsbibliothek

Vollständiges,
wissenschaftlich bearbeitetes

Rechenbuch

für

die höhern Stände,
besonders für den

Handelsstand.

Mit
einem Facturen- und Calculationsbuche,
und
mit vier Tafeln,
die Waarenpreise, die Wechselcurse, die Gewichtsverhältnisse,
und die Münzen aller Länder enthaltend.

In zwey Theilen.

Von

Johann Michael Leuchs.

Zweyter Theil.

Mit einer Tafel und einem Kupfer.

Nürnberg,
im Verlage des Contors der allgemeinen Handlungs-Zeitung.
1821.

A.K.M. PASCHINE

Bayerische
Staatsbibliothek
München

B S B
MÜNCHEN

Vorbericht zum zweyten Theil.

Zu dem, was im ersten Theile über dieses Rechenbuch gesagt worden ist, habe ich doch noch einiges hinzuzufügen.

„Ohne Buchstabenrechnung, sagt Käſtner, kann sich jetzt niemand über die gemeinste Kenntniß eines Anfängers erheben. Ihn damit verschonen, ist eben so viel, als jemand in der Musik unterrichten, und ihm die Erlernung der Noten ersparen.“ Und doch hatte selbst Michelsen in seiner Anleitung zur juristischen, politischen und ökonomischen Rechenkunst, nicht den Muth sie anzuwenden. Auch ich war furchtsam. Vor a, b, x, y, z scheuet sich jeder; und wenn ein Buch nicht blos gedruckt, sondern auch gekauft seyn soll: so hat man allerdings Ursache, sich nach dem Käufer zu richten. Indessen darf der Wissenschaft nichts vergeben werden; man muß sie weiter zu bringen, man muß sie ins Leben herabzuziehen, oder den Leser zu ihr hinaufzuheben suchen.

Ich glaube nun alles recht deutlich und leicht verständlich vorgetragen zu haben, und so gründlich, als es der Zweck zuließ.

Die Aufgaben sind so mannigfaltig, als man sie in keinem Werke beysammen finden wird, und verschaffen selbst viele nützliche Kenntnisse. Dadurch, daß ich auch einige, nur aus den bessern Rechenbüchern, aufgenommen habe, welche nicht richtig aufgefaßt, angesehen oder berechnet wurden, was so leicht geschehen kann, glaubte ich den Leser zu größerer Aufmerksamkeit, und genauerer Ansicht zu leiten.

Fehler, Schreib-, Rechnungs-, Gedanken-, Setzer-Fehler, finden sich in Rechenbüchern überall; auch dieses will daher nicht frey davon seyn. Obenan wird es jedoch nicht stehen; denn man gab sich alle Mühe sie zu vermeiden. Ein großer Mathematiker, Käſtner, entschuldigt sie sogar, und meint, deßwegen lerne man ja rechnen, um sie auffinden zu können.

Die Tafel der Gewichtsvergleichungen ist auf Verlangen hinzugekommen. Sie ist aus den ersten Quellen aufs genaueste berechnet worden, und wird richtiger seyn, als alles, was man bisher darüber hat.

Welche Schwierigkeiten solche Arbeiten haben, wenn man nicht abschreiben will, mag nur folgendes Beyspiel zeigen.

Herr Girtanner in St. Gallen schrieb nach dem Auftrage der Regierung für die Lehranstalten daselbst ein Rechenbuch. Im ersten Theil Seite 25 stehet:

„Beym

„Beym Handelsgewicht machen in St. Gallen 35 schwere 44 leichte Pfund. Um „aber kürzer zu rechnen, sagen die Professionisten lieber: 1 schweres Pfund „mache $1\frac{1}{4}$ leichte ꝛc.; aber obiges Verhältniß ist 100 und $125\frac{5}{7}$." Vergleichen wir mit diesen angegebenen Verhältnissen die, S. 125, daselbst berechneten Verhältnisse der ausländischen Gewichte: so stimmen sie mit jenen nicht überein; sondern es ist dort ein drittes Verhältniß zu Grunde gelegt worden.

Flügel, in seinen erklärten **Curszetteln** ꝛc., in St. Gallen 1820 erschienen, sagt Seite 233: 100 ℔ **Leichtgewicht** geben 80 ℔ **Schwergewicht**; jenes wiege 9678, dieses 12164 holl. Assen. Diese beyden Verhältnisse stimmen nun wieder nicht; denn die Angabe nach Assen verhält sich nicht wie 8 zu 10; addiren wir zu 9678 ein Viertel,

$$\begin{array}{r} 2419\frac{1}{2} \\ \hline \text{kommen} \quad 12097\frac{1}{2} \end{array}$$

Assen für das schwere Pfund.

Herr Professor **Heldmann** in seiner Schweizerischen **Münz-, Maß- und Gewichtskunde** bestimmt es wieder anders. Also drey Schweizer drey verschiedene, und wieder unter sich verschiedene, Angaben.

Die **Tafel der Münzen** ist nach der Angabe des Herrn **E. Degrange** in Paris. Da in der **neuesten Geld-, Münz-, Maß- und Gewichtskunde**, welche in 2ter Auflage im Verlage des Contors der Handlungs-Zeitung in Nürnberg in 4to erschienen, und als dritter Theil dieses Werkes anzusehen ist, auch die Gold- und Silber-Münzen aller Länder, selbst die der Alten, der Juden, Griechen und Römer, alphabetisch angegeben, ihr Silber- und Goldgehalt, und auch ihr Werth, in unserm Gelde bestimmt wurde: so schien mir diese Zusammenstellung nach den Ländern, und von einem ausländischen Verfasser nicht unzweckmäßig zu seyn. Der Leser kann nun jene Angaben mit diesen vergleichen. Was ich untersuchte, fand sich richtig; nur einiges im Texte hatte ich zu berichtigen; eben so Nro. 20 Schweiz, bey Nro. 17 Preußen 49'2 statt 39'2 und Nro. 19 und 22 muß 2 (Franken) vorgesetzt werden, so daß es: 2, 12, 7 und 2, 4, 3 heißt, welches in einigen Tafeln abzuändern ist. Aus dem Texte der Tafel kann man dieß immer selbst berechnen. Der Preis, den die Münzen im Handel haben, kommt hier nicht in Betrachtnng, wo von dem innern Werthe die Rede ist. Eben so verrückt das Wechselpari der Umstand nicht, daß man zu hoch im Umlauf angerechnete Münzsorten, im Wechselverkehr niedriger berechnet, wie etwa Frankfurt am Main. Man kann daher nicht sagen: „Die Cölnische Mark fein Silber wird daselbst im Wechselgelde zu $13\frac{3}{7}$ Thaler, oder zu $20\frac{1}{7}$ Gulden ausgebracht," wenn man nicht allen Sprachgebrauch aufheben will.

Diese Geld-, Münz-, Maß- und Gewichtskunde darf man nicht mit andern, welche einen ähnlichen Titel haben, verwechseln; es ist im Zwecke und in der Einrichtung wesentlich verschieden, und hat nichts, als den Gegenstand mit ihnen gemein.

Nürnberg, im Januar 1821.

Inhalt

Inhalt des zweyten Theils.

Seite

Die Lehre der Gleichungen 247
Mit einer unbekannten Größe 247
Mit zwey unbekannten Größen 264
Von den Quadrat- und Cubikzahlen, und von dem Ausziehen der Quadrat- und Cubikwurzel 273
Von den quadratischen Gleichungen 281
Von dem Berechnen der geometrischen Reihen 287
Von den Zins-, Zinseszins und Rentenrechnungen 293
Von dem Versetzen, Verbinden und Zusammenstellen mehrerer Dinge . . . 307
Von den Verbindungen zu zwey: Binionen oder Amben 310
Von den Verbindungen zu drey: Ternen oder Ternionen 312
Von den Verbindungen zu vier: Quaternen, Quaternionen 316
Von den Verbindungen zu fünf: Quinionen, Quinternen 318
Berechnung der Flächen und der Körper 320
Den Flächeninhalt rechtwinkeliger Vierecke auszurechnen 322
Den Cubus oder Würfel und den länglichen Würfel auszurechnen . . . 324
Die geradlinigen dreyeckigen Flächen und Körper auszurechnen 327
Die Zirkel oder Kreisfläche auszurechnen 330
Den Inhalt der Rundsäule, oder des Cylinders auszurechnen 331
Den Inhalt des Kegels auszurechnen 336
Den Inhalt der Kugel zu berechnen 339
Den Inhalt der Prismen und Ecksäulen oder Pfeiler zu berechnen . . . 341
Den Inhalt der Pyramiden zu berechnen 343
Den Inhalt eines Fasses zu berechnen 344
Die Flächen verschiedener Körper auszurechnen 347
Aufgaben zur Uebung 348
Aufgaben verschiedener Art, welche durch die vier Species, die Verhältnisse und Proportionen zu berechnen sind 348
Aufgaben, welche im Haushalt, im Handel und Wandel vorkommen können . . 364
Aufgaben in Waarenrechnungen 368
Aufgaben über die Berechnung der Thara und des Gutgewichts 374
Aufgaben über die Berechnung des Goldes und des Silbers, und der Münzen aus beyden, nach ihrem Metallwerthe 376
Wie unbekannte oder ungangbare Münzen anzunehmen sind 378
Aufgaben über Fälle, in welchen von, oder auf Hundert gerechnet wird . . 380
Aufgaben über das Berechnen der Zinsen 381
Formeln für die Zinsrechnung 384
Fortsetzung der Aufgaben für Fälle, in welchen von oder auf Hundert gerechnet wird, und über Gewinn- und Verlustrechnung 387
Aufgaben über die Berechnung des Disconts 391
Aufgaben über Stich-, Tausch-, Barattrechnungen 395

Auf-

Inhalt des zweyten Theils.

Seite

Aufgaben über Wechsel- und Arbitrage-Rechnungen, und Wechsel-Commissionen . 402
Aufgaben über Gesellschafts-, oder Theilungs- und Mischungs-Rechnungen . . 411
Aufgaben, welche durch den Dreysatz in umgekehrtem Verhältnisse zu berechnen sind . 416
Aufgaben, bey welchen die gerade und umgekehrte Regel Quinque angewendet werden kann 427
Aufgaben über die Berechnung des Rabatts 433
Aufgaben über Zinseszins-, doppelte Rabatt- und Renten-Rechnungen, und über mittlere Zahlungs-Termine 438
Aufgaben über Concurs-Rechnungen 443
Aufgaben über Berechnungen der Längen, Flächen, und des körperlichen Inhalts . 456
(Geometrische Rechnungen.)
Aufgaben über das Wahrscheinliche im Spiele und im Menschenleben . . . 459
Aufgaben, welche durch arithmetische Reihen zu berechnen sind 466
Aufgaben über den Fall der Körper 473
Aufgaben, welche durch die Regel Falsi aufgelöst werden können 476
Aufgaben, welche durch die Regel Coeci aufgelöst werden können 479
Aufgaben, welche durch Gleichungen aufgelöst werden können 482
(Algebraische Aufgaben).
Aufgaben, welche mehrere Antworten zulassen, unbestimmte, Diophantische . . 485

Anhang:

Unbestimmte und unrichtige Aufgaben 503
Mittel, zu erkennen, ob sich eine gegebene Zahl durch eine andere theilen lasse . 511
4 Tafeln und 1 Kupfer. 515

Anleitung zur Berechnung der Facturen oder zu den Waaren-Calculationen.

Erinnerung 1
Zwey Fälle bey Berechnung der Waarenpreise: Vorausbestimmung der Waarenpreise; Berechnung der Facturen
Erläuterungen und Bemerkungen über die Triester Factura 2
Berechnung derselben; erste Art 9
zweyte Art 19
dritte Art 20
vierte Art 21
fünfte Art 22
Erläuterungen und Bemerkungen der Hamburger Factura 23
Berechnung derselben 25
Dritte, Hamburger Factura 32
Erste Art der Berechnung des Preises 38
Zweyte Art 39
Erläuterung und Berechnung der Pariser Factura 41
Erläuterung und Berechnung der Bremer Factura 44
Erläuterung und Berechnung der Londoner Factura 45
Erläuterung und Berechnung der Amsterdamer Factura 50
Facturen zu dieser Anleitung, und zugleich das Facturen- und Calculationsbuch zum Buchhalten 69
Noch eine Hamburger Factura aus einem Rechenbuche, mit der Berechnung des Autors und der unsrigen 79
Register über beyde Theile 95
97

Anzeige.

Im Laufe des Jahres 1821 erscheint eine
dritte sehr vermehrte Ausgabe
der
vollständigen
Handelswissenschaft
von
J. M. Leuchs;
oder
dessen System des Handels in drey Theilen.

Ein Werk, welches für Kaufleute, Fabrikenbesitzer, Rechtsgelehrte und Staatsbeamten gleich wichtig ist.

Der erste Theil umfaßt die
bürgerliche Handelswissenschaft.

Sie lehrt alles, was der Kaufmann unmittelbar, gesondert vom Ganzen, wissen muß: Das allgemeine und reinwissenschaftliche der Waarenlehre, der Geldlehre, der Werth und Preisbestimmungslehre und der Handelslehre. Aus dieser dann wieder besonders: den Waarenhandel, Wechselhandel, Commissionshandel, Handel auf Lieferung, auf Prämien, den Handel mit Actien, mit Staatspapieren, und den Buchhandel. Ferner alles, was von dem Ein- und Verkauf, von den Zahlungsarten, von der Spedition, vom Buchhalten, vom Briefwechsel und allen kaufmännischen Aufsätzen und Ausfertigungen zu wissen erforderlich ist. Endlich die Speculationslehre oder das Wahrscheinliche im Handel und bey Fabrikunternehmungen ꝛc., worüber bisher in keinem andern Werke etwas vorgekommen ist.

Der zweyte Theil enthält die
Staatshandelswissenschaft.

Hier wird gehandelt von den Anstalten der Regierungen zur Beförderung des Waarenumsatzes, der Frachtfahrt, des Geldverkehrs (Banken ꝛc.) und von den Mauten. Ferner von dem Handelsrechte (vom Kaufvertrag, dem Wechselrechte, Wechselprocesse, Moratorien, Accorde, Concurse ꝛc., von dem Dienstrechte, Frachtfahrerrechte, Postrechte, Seerechte (Rhederey, Haferey, Assecuranz, Bodmerey, Strandrechte, und der Quarantaine), dem Mäklerrechte, dem Rechte der Handlungsgesellschaften, von Handelsgerichten und von dem Processe). Nirgends ist dieser so wichtige Theil der Handelswissenschaft so ausführlich und deutlich vorgetragen worden, als hier.

trägt vor die Forderungen an die Handelskunde (Waarenkenntniß) Handelsgeographie, Handelsgeschichte, die Erziehung, das kaufmännische Leben, und enthält die Bücherkenntniß. Diese Gegenstände sind ebenfalls außer diesem Werke noch nirgend vorgetragen worden, so überaus wichtig sie auch sind. Die Abtheilung über die kaufmännische Erziehung, Ausbildung, und das kaufmännische Leben behandelt die Erziehung und Bildung im Allgemeinen; die Erlernung einer Handlung und wie man sich Handelskenntnisse erwerben soll; von der Anlegung, Begründung und Führung einer Handlung; von dem Gelde und den Waaren zum Handel; von dem Orte der Niederlassung; von den Gehülfen, den Abnehmern, den Zweck des Handels ꝛc.

Zu den Hülfsmitteln, Handelskenntnisse sich zu verschaffen, gehören vor allem auch Bücher. Hier findet man sie im weitesten Umfange angegeben, ihren Inhalt bestimmt, und ihren Werth beurtheilt. Man lernt hier kennen die besten Wörterbücher, Sprachlehren und Uebungsbücher in allen Sprachen, der Deutschen, Holländischen, Englischen; Dänischen, Schwedischen, Italienischen, Französischen, Spanischen, Portugiesischen, Russischen, Polnischen, Böhmischen, Ungarischen, Neugriechischen, Türkischen und andern, nebst Waaren-Wörterbüchern in mehrern Sprachen. Ferner Werke über die Geschichte, Handelsgeschichte, Handelsgeographie, Reisehandbücher, über Rechenkunst, Münz-, Maß- und Gewichtskenntnisse, Waarenlehre, Fabrikwissenschaft, Lehrbücher und alphabetische Werke über die Handels- und Contorwissenschaft (Buchhalten, Briefwechsel ꝛc.), über Handels- und Wechselrechte, Staatshandelswissenschaft und andere, in vielen Sprachen.

Den großen Beyfall, den dieses Werk in der zweyten Auflage, in welcher es übers Dreyfache vermehrt wurde, allgemein erhielt, wird es in dieser dritten Auflage nicht minder erhalten, da man alles anwenden wird, daß dasselbe an Umfange, an Begründung, an praktischer Brauchbarkeit gewinne. Seit Büsch, welcher ohnehin nur einige Gegenstände behandelte, ist in diesem Fache gar nichts geschehen, und wenn auch Bücher ähnliche Titel haben, so enthalten sie doch nichts weniger als Wissenschaft. Denn die Handelswissenschaft ist noch nie in dem Umfange gedacht noch bearbeitet worden; daher kann dieses Werk auch mit keinem andern verglichen werden.

Rechtsgelehrten, Staatsmännern, Beamten u. a., welche vom Handel wenigstens allgemeine Kenntnisse haben müssen, wird es vorzüglich brauchbar seyn, wegen genauer Bestimmung der Begriffe, des streng wissenschaftlichen Vortrags, und der größten Vollständigkeit.

Der Preis der zweyten Auflage war 4 Kronenthaler; die dritte, um vieles vermehrte, muß also theurer kommen. Wer uns indessen bis Ende July drey Kronenthaler einsendet, erhält dieselbe dafür. Wer 12 Kronenthaler zugleich einsendet, erhält fünf Exemplare.

In der allgemeinen Handlungs-Zeitung wird man ausführlichere Nachricht finden.

Nürnberg, im Januar 1821.

Contor der Königlich privilegirten allgemeinen Handlungs-Zeitung.

Die Lehre der Gleichungen

(Algebra.)

§. 174. Wenn wir eine oder mehrere Größen auf zweyerley Art ausdrücken oder angeben, so setzen wir sie einander gleich.

$12 = 8 + 4$; $12 = 3 \times 4 = 3 \times 2 \times 2$; $12 = 15 \div 3$; $10 + 2 = 2 \times 6$, sind verschiedene Ausdrücke der Größe 12, welche einander gleich sind, oder einerley Werth geben. Ein solcher Ausdruck mehrerer Größen, die (auf beyden Seiten) einerley Werth haben, heißt eine **Gleichung**.

§. 175. Wenn solche gleichgesetzten Größen mit einer Zahl multiplicirt oder dividirt werden, wenn zu beyden irgend eine andere Zahl addirt, oder von ihnen abgezogen wird: so bleiben sich nach dem IV. bis VIII. Grundsatze (S. 32) beyde noch immer gleich: $12 = 8 + 4$, multiplicirt mit 2, kommen: $24 = 16 + 8$; durch 2 getheilt: $6 = 4 + 2$; 6 dazu addirt: $12 + 6 = 8 + 4 + 6$; 6 davon abgezogen: $12 \div 6 = 8 + 4 \div 6$.

§. 176. Dieß zeigt uns nun ein Mittel, wenn in einer solchen Gleichung eine unbekannte Größe mit bekannten vermengt ist, dieselbe von diesen zu befreyen, oder auf die eine Seite der Gleichung allein zu bringen, und somit ihren Werth zu finden.

Wäre z. B. in der obigen Gleichung die Zahl 8 unbekannt, und es hieße etwa, wir sollen eine Zahl suchen, welche, wenn man 4 zu ihr addirt, 12 gibt; und wir setzen für die unbekannte x; so soll also seyn die unbekannte Zahl und 4, so viel wie 12; also: $x + 4 = 12$. Da nun nach obigen Gesetzen die Verhält-

nisse sich gleich bleiben, wenn man gleiches von ihnen abziehet, so kommt, wenn wir hier 4 von beyden abziehen: $x + 4 = 12$

$\div 4; \div 4$

$x = 8$, und wir wissen nun, daß die unbekannte Zahl, die mit 4 zwölf gibt, 8 ist.

Wäre die Aufgabe so gestellt:

Man soll die Zahl suchen, deren Hälfte, Drittel und Viertel zusammen 13 gibt; und wir setzen die Zahl sey x: so ist

$\frac{1}{2} x + \frac{1}{3} x + \frac{1}{4} x = 13$; oder

$\times 12 \quad \times 12$

$6x + 4x + 3x = 156$

$13x = 156$, beyde getheilt durch 13:

$x = 12.$

Oder die Aufgabe laute:

Man soll die Zahl suchen, von welcher $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$ zusammen, um 1 größer ist, als die Zahl selbst: so stände die Gleichung also:

$\frac{1}{2} x + \frac{1}{3} x + \frac{1}{4} x = x + 1$; also $\frac{13}{12} x = x + 1$

$\times 12 \quad \times 12$

$13x = 12x + 12$

$\div 12x; \div 12x$

$1x = 12.$

Die Zahl ist also 12; denn wenn wir davon $\frac{1}{2} = 6$

$\frac{1}{3} = 4$

$\frac{1}{4} = 3$ nehmen, so kommt als Summe 13, also 1 mehr als sie selbst ist; und dieß haben wir durch Gleichstellung zweyer Werthe, und durch Anwendung jener Grundsätze, bis die unbekannte Größe auf eine Seite allein, also einer bekannten gleich kam, gefunden.

§. 177.

§. 177. In allen diesen Auflösungen ist nichts weiter geschehen, als daß für die zu suchende unbekannte Zahl ein Buchstabe gesetzt, und mit diesem so verfahren wurde, wie es die Aufgabe forderte, um zwey gleiche Werthe zu finden, und diese durch Anwendung der vier Rechnungsarten ꝛc. dahin zu bringen, daß die unbekannte Größe auf eine Seite allein zu stehen kam, wo dann die andere, bekannte, ihren Werth angab.

Nehmen wir die letzte Aufgabe, und setzen die gesuchte, unbekannte Größe (12) als bekannt voraus, so stehet die Gleichung, wenn wir $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ von ihr nehmen, und zur Zahl selbst 1 addiren, also:

$$\begin{array}{r} 6 + 4 + 3 = \underline{\underline{12}} + 1 \\ \div 1 \qquad \div 1 \\ \hline 6 + 4 + 2 = \underline{\underline{12}} \end{array}$$

und dann 12 = 12. Oder, der Buchstabengleichung ähnlicher, also: $\frac{12}{2} + \frac{12}{3} + \frac{12}{4} = 12 + 1$.

§. 178. Aufgabe. 21000 Thaler sollen unter vier Gläubiger nach Verhältniß ihrer Forderungen vertheilt werden. Nun verhält sich die Forderung des A zu B, wie 2 zu 3; des B zu C, wie 4 zu 5; des C zu D, wie 6 zu 7. Wie viel erhält jeder? (A 3200, B 4800, C 6000, D 7000.)

Es sey der Antheil des A . = 1 x
A : B wie 2 : 3; also noch $\frac{1}{2}$ so viel B = $1\frac{1}{2}$ x
B : C wie 4 : 5; also noch $\frac{1}{4}$ so viel C = $1\frac{7}{8}$ x
C : D wie 6 : 7; also noch $\frac{1}{6}$ mehr für D = $2\frac{3}{16}$ x

	21000 =	$6\frac{9}{16}$ x
	× 16	× 16
Getheilt durch 105)	336000 =	105 x
	3200	= x, den Antheil des A.
Dazu $\frac{1}{2}$ =	1600	
	4800,	der Antheil des B ($1\frac{1}{2}$ x).
Dazu $\frac{1}{4}$ =	1200	
	6000,	der Antheil des C ($1\frac{7}{8}$ x).
Dazu $\frac{1}{6}$ =	1000	
	7000,	der Antheil des D ($1\frac{3}{16}$ x).

Auch aus den einzelnen Verhältnissen der Antheile kann dieß gefunden werden. Wenn D $2\frac{3}{16}$ x, also $2\frac{3}{16}$ mal so viel als A bekommt, und A bekommt 3200, so bekommt D

$$\begin{array}{r} \times \quad 2\frac{3}{16} \\ \hline 6400 \\ + \quad 600 \\ \hline 7000. \end{array}$$

§. 179. Aufgabe. Es verwendet Jemand den dritten Theil seiner Einkünfte auf Kost und Miethe; den achten auf Kleidung; den zehnten auf Nebenausgaben, und erspart dabey noch 318 Gulden. Wie viel sind seine jährlichen Einkünfte? (720 Gulden).

Er verwendet jährlich $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{10} = \frac{67}{120}$ seines Einkommens, und es bleiben ihm noch übrig 318. Das Ausgegebene mit diesem Reste betragen also sein ganzes Einkommen. Setzen wir dieses = x, so ist

$$x = \frac{67}{120}x + 318$$

$$\times 120 \qquad \times 120$$

$$120x = 67x + 38160$$

$$\text{ab } 67x; \quad 67x$$

$$53x = 38160$$

Getheilt durch 53. $x = 720$, als sein Einkommen.

$\frac{1}{3}$ davon ist 240
$\frac{1}{8}$ . . 90
$\frac{1}{10}$ . . 72
Dazu den Rest 318
Das Ganze . 720, als Probe.

§. 180. Aufgabe. Ein Kaufmann hat mit seinem Capitale 15 Procent gewonnen, und es auf 15571 Gulden gebracht. Wie groß war es? (13540).

Es sey = x. Mit 100 gewann er 15, mit x Capital also $\frac{15}{100}$ x = $\frac{3}{20}$ x. Diesen Gewinn zu seinem anfänglichen Capital addirt, gibt seinen gegenwärtigen Besitz; also

$$x + \frac{3}{20} x = \frac{23}{20} x = 15571$$
$$\times 20 \qquad \times 20$$
$$23 x = 311420$$

Getheilt durch 23. x = 13540, als anfängliches Capital.

§. 181. **Aufgabe. Wie groß muß ein Capital seyn, das nach 5 Jahren mit den Zinsen zu 4 vom Hundert, 8203 Thaler betragen soll?** (6840).

Ist das Capital = x, so sind die Zinsen davon in einem Jahr = $\frac{4}{100}$ x, und in 5 Jahren $\frac{20}{100}$ x = $\frac{1}{5}$ x. Diese zum Capital addirt, 1 x + $\frac{1}{5}$ x = 1$\frac{1}{5}$ x = $\frac{6}{5}$ x sind also gleich dem Capitale und Zinsen, welche 8208 betragen sollen. Ziehen wir ab $\frac{1}{8}$ = 1368, und von $\frac{6}{5}$ x ab $\frac{1}{8}$ x;

so kommen . . 6820 = $\frac{5}{5}$ x = 1 x, als erforderliches Capital.

§. 182. **Aufgabe. Ein Vater hinterläßt seinen vier Söhnen 25200 Gulden. C soll davon 3600 Gulden bekommen; B soviel als C und D zusammen; A doppelt so viel als B weniger 10000 Gulden. Wie viel bekommt A (7600), B (8800), D (5200).**

Das ganze Vermögen ist	25200
C bekommt	3600
so bleibt für den A, B, D	21600
D bekomme nun	x
B bekommt so viel als D und C, also .	x + 3600
A bekommt doppelt so viel als B, weniger 10000, also 2 x + 7200 ÷ 10000 =	2 x ÷ 2800
Das ganze Vermögen ist nun . . .	4 x + 800 = 21600
Ab auf beyden Seiten	÷ 800 ÷ 800
Durch 4 getheilt auf beyden Seiten .	4 x = 20800
so kommt	x = 5200 erhält D.
Dazu den Antheil des C . . .	= + 3600
	8800 erhält B.
Dieß doppelt = ...	17600
Nach der Aufgabe 10000 weniger = ÷ . .	10000
	7600 erhält A.

§. 183.

§. 183. Aufgabe. Ein Bothe A, der täglich 5 Meilen gehet, ist ist schon vor 10 Tagen weggegangen (und hat also schon 50 Meilen zurück gelegt), als ihm ein anderer B, der täglich 7 Meilen gehen soll, nachgeschickt wird. In wie viel Tagen wird ihn dieser einholen? (In 25 Tagen).

Man setze B brauche x Tage, um den A einzuholen. Da er täglich 7 Meilen gehet, so legt er in x Tagen 7 mal x = 7 x Meilen zurück. A gehet täglich 5 Meilen, und gehet also noch in den x Tagen 5 x Meilen. 50 Meilen hat er schon zurück gelegt, so ist der zurückgelegte Weg = 5 x + 50 Meilen; oder was dasselbe ist, 10 Tage ist er schon voraus, und hat noch x Tage zu gehen, bis ihn jener einholt, so gehet er x + 10 Tage und täglich 5 Meilen, also 5 x + 50 Meilen. Beyde haben gleich viel Meilen zurückgelegt: er ist demnach

$$7x = 5x + 50$$
$$\div\!\!- 5x \quad \div\!\!- 5x$$
$$2x = 50$$
$$x = 25 \text{ Tage, nach welchen B den A erreicht.}$$

Setzen wir die Zahl der Meilen, die A täglich gehet (seine Geschwindigkeit), = a; die des B = b, so daß b größer als a ist; die Zeit oder die Zahl der Tage, die jener schon voraus ist = c, und die Zeit, in welcher B dem A einholt = x, so ist nach oben der Weg, den B in x Tagen gehet = b x, und der gleiche des A = (c + x) a = a c + a x. Also b x = a c + a x

$$\div\!\!- ax \qquad \div\!\!- ax$$
$$(b \div\!\!- a) \times x = bx \div\!\!- ax = ac$$

Getheilt durch $b \div\!\!- a$ $\quad x = \frac{ac}{b \div\!\!- a}$.

In dieser Gleichung liegt nun eine allgemeine Regel für alle Fälle dieser Art:

1) Man multiplicire die kleinere Geschwindigkeit (die Meilen, die der Langsamere täglich zurücklegt (a; 5 Meilen), mit der Zeit, die er schon voraus ist (c, 10 Tage), und theile das Product (a c, $5 \times 10 = 50$) durch

durch den Unterschied der größern Geschwindigkeit von der kleinern: ($b \div a$, $7 \div 5 = 2$): so gibt der Quotient die Zeit, in welcher der Geschwindere jenen erreicht ($x = \frac{a\,c}{b-a}$; $x = \frac{5 \times 10}{7 \div 5} = \frac{50}{2} = 25$).

Da wir aus S. 109 wissen, daß aus drey gegebenen Größen sich die vierte finden lasse: so finden wir auch hier aus andern drey gegebenen die vierte: $x = \frac{a\,c}{b \div a}$; $a = \frac{b\,x \div a\,x}{c}$; $b = \frac{a\,c}{x} + a$; $c = \frac{b\,x}{a} \div x$.

Daraus lassen sich dann auch Regeln für folgende Aufgaben angeben.

§. 184. Aufgabe. Ein Reisender ist bereits 10 Tage (c) weggegangen, und macht täglich 5 Meilen (a). Ein anderer will ihn in 25 Tagen einholen. Wie viel Meilen hat er täglich zurück zu legen?

Aus der Gleichung $x = \frac{a\,c}{b \div a}$ wird also der Werth von b gesucht.

$$\frac{}{b\,x \div a\,x = a\,c}$$
$$+ a\,x + a\,x$$
$$\frac{}{b\,x = a\,c + a\,x}$$
$$\frac{}{b = \frac{a\,c}{x} + a.}$$

Regel. 2) Man multiplicire die Zeit, die der Langsamere voraus ist ($c = 10$), mit seiner Geschwindigkeit ($a = 5$), theile das Product durch die Zahl der Tage, in welchen er eingeholt werden soll ($x = 25$), und addire zum Quotienten die Geschwindigkeit (den täglichen Weg) des Langsamern ($a = 5$). Also: $b = \frac{a\,c}{x} + a$; $b = \frac{5 \times 10}{25} + 5 = 2 + 5 = 7$, der tägliche Weg des Geschwindern.

Aus unserer ersten Gleichung: $b\,x = a\,c + a\,x$, ist dann $a = \frac{b\,x}{c+x}$, und $c = \frac{b\,x \div a\,x}{a} = \frac{b\,x}{a} \div x$.

3) Das

3) Das heißt: Die Geschwindigkeit des zuerst Abgegangenen, des Langsamern (a), wird gefunden, wenn man die Geschwindigkeit des Nacheilenden, mit der Zeit, in welcher er ihn einholt, multiplicirt, (7×25) und das Product durch die Summe der Zeiten, die der erste vorausgegangen ist (10), und in der ihn der andere eingeholt hat (25) theilt. Also $a = \frac{7 \times 25}{10 + 25} = \frac{175}{35} = 5$.

4) Und die Zeit, die der erste vorausgegangen ist (c), wird gefunden, wenn man die Geschwindigkeit des Nacheilenden mit der Zeit, in der er ihn einholt, multiplicirt, das Product durch die Geschwindigkeit des ersten theilt, und von dem Quotienten die Zeit des zweyten abzieht. Also $c = \frac{7 \times 25}{5} \div 25 = 35 \div 25 = 10$.

§. 185. Aufgabe. Es werden 5500 Gulden zu 4 vom Hundert verliehen, und nach $4\frac{1}{2}$ Jahren wieder 8000 Gulden zu 5 vom Hundert. In wie viel Zeit, von dem zuerst ausgeliehenen Capital an gerechnet, werden beyde gleich viel Zinsen eingebracht haben?

Es sey die Zeit = x. Das erste Capital bringt in einem Jahre 220 Gulden Zins, in x Jahren also 220 x Gulden. Das andere Capital stehet nur $x \div 4\frac{1}{2}$ Jahre auf Zinsen. In einem Jahr sind die Zinsen desselben 400, in $x \div 4\frac{1}{2}$ Jahren also $400\,x \div 1800$ Gulden. Beyde Zinsen sollen nun gleich groß seyn, also: $220\,x = 400\,x \div 1800$

dazu addirt: $+ 1800 \qquad + 1800$

$220\,x + 1800 = 400\,x$

und abgezogen $\div 220\,x \qquad \div 220\,x$

$1800 = 180\,x$, getheilt durch 180

$10 = x$. Das erste Capital also 10 Jahre. Das zweyte Capital hat dann $10 \div 4\frac{1}{2} = 5\frac{1}{2}$ Jahre zu stehen, um eben so viel Zinsen zu tragen, als das erste in 10 Jahren. — Man mache über alle diese Aufgaben die Proben selbst. Z. B. hier: Das erste Capital fl. 5500 zu 4 Procent trägt

trägt in einem Jahre Zins 220; in 10 Jahren dann fl. 2200. Das zweyte Capital fl. 8000 zu 5 trägt 400 in einem Jahre; in $5\frac{1}{2}$ Jahren dann 2200, welche Zinsen den obigen gleich kommen, wie es die Aufgabe fordert.

§. 186. **Zu einer guten Tinte nimmt man 1 Theil Eisenvitriol, 3 Gallus, ¼ Theil Gummi. Wie viel von jedem zu 100 Pfund?**

(Man sehe S. 130 §. 95, wo dieß ohne Gleichung berechnet wurde, und vergleiche beyde.)

Die Anzahl der Pfunde des Vitriols zu einer Masse von 100 ℔ sey x, so ist die des Gallus 3 x und des Gummi $\frac{1}{4}$ x, und alle zusammen:

$$\frac{1x + 3x + \frac{1}{4}x = 100\text{ ℔}}{4\frac{1}{4}x = 100\text{ ℔}}$$

$$\frac{17x = 400\text{ ℔}}{}$$

x	=	$23\frac{9}{17}$ ℔	Vitriol
3 x	=	$70\frac{10}{17}$ ℔	Gallus
$\frac{1}{4}$ x	=	$5\frac{15}{17}$ ℔	Gummi.
Zusammen		100 ℔	

§. 187. **Aufgabe. Aus besserm Weine die Maß zu 16 Groschen, und geringerm zu 10 Groschen, soll ein gemischter zu 12 Groschen werden. Wie viel hat man von jedem zu nehmen?**

Der Theil des geringern, den man zu einer Maß zu nehmen hat, sey = x, so ist der Theil des bessern zu einer Maß 1 ÷ x. Beyde mit ihren Preisen multiplicirt (x × 10 = 10 x;

(1 ÷ x) × 16 = 16 ÷ 16 x) müssen dann dem des gemischen gleich seyn. Also:

$$\frac{10x + 16 \div 16x = 12}{+16x \quad +16x}$$

$$\frac{10x + 16 = 16x + 12}{\div 10x \div 12 = \div 10x \div 12}$$

$$4 = 6x, \text{ getheilt durch } 6$$

$\frac{4}{6} = \frac{2}{3} = x$; also $\frac{2}{3}$ Maß des geringern,

und $1 \div \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$ Maß des bessern oder im Verhältniß wie 2 zu 1.

$\frac{2}{3}$ von 10 Groschen $= 6\frac{2}{3}$

$\frac{1}{3}$ von 16 — $= 5\frac{1}{3}$ die Maß des gemengten

12 Groschen, wie es seyn soll.

Bilden wir dieses mit lauter Ziffern nach, und nehmen die gefundenen $\frac{2}{3}$ Maß als bekannt an, so stehet es also: $\frac{2}{3}$ Maß des geringen kostet $\frac{2}{3} \times 10$ kr. $= \frac{20}{3}$ Kreuzer; vom bessern $1 \div \frac{2}{3}$ Maß $\times 16$ kostet $16 \div \frac{32}{3}$; der gemengte 1 Maß 12 und diese sollen gleich theuer kommen; daher.

$$\frac{\frac{20}{3} + 16 \div \frac{32}{3} = 12}{6\frac{2}{3} + 16 \div 10\frac{2}{3} = 12}$$
$$\frac{22\frac{2}{3} \div 10\frac{2}{3} = 12}{12 = 12}$$

Anmerkung. In der Gleichung: $10x + 16 \div 16x = 12$ sehen wir, daß $+ 10x \div 16x = \div 4x$; und wir hätten statt $16x$ auf beyden Seiten zu addiren, es also setzen können:

$$\frac{10x + 16 \div 16x = 12}{16 \div 6x = 12}$$

und dann, um x positiv oder + zu machen $+ 6x$ auf beyden Seiten zu addiren (S. 41), wo es dann auf einer Seite sich hebt, und auf der andern also stehet:

$16 = 6x + 12$. Ziehen wir nun auf beyden Seiten 12 ab, so kommt $4 = 6x$ und $x = 4 : 6 = \frac{2}{3}$.

§. 188. **Allgemein:** Es sey der Preis des bessern $= b\ (16)$
des geringern $= g\ (10)$
des gemengten $= m\ (12)$
Die Einheit oder das Maß $= 1$
Die Masse des geringern $= x$
so ist die Masse des bessern $= 1 \div x$

Also:
$$\frac{g x + b \div b x = m}{b = m + b x \div g x}$$
$$\frac{b \div m = b x \div g x\ (= (b \div g) \times x}{\frac{b \div m}{b \div g} = x \left(\frac{16 \div 12}{16 \div 10} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}\right)}$$

Wir

Wir haben nun hier die allgemeine

Regel: Um bey Mischungen einer theuern und wolfeilern Sorte zu einem mittlern Preis den Antheil der geringern zu einer Einheit zu finden, ziehe man von dem Preise der bessern den Preis der gemischten ab, und theile die Differenz durch den Unterschied des bessern vom geringen. Wollte man statt der geringern Sorte Wein, Wasser zusetzen, um die bessere zu 12 Groschen geben zu können, so wäre dann, weil das Wasser nichts kostet, $g = 0$, und es wäre $\frac{b \div m}{b \div g} = \frac{16 \div 12}{16 \div 0} = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$ der Antheil des Wassers, zu $1 \div \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ Maß des bessern Weines.

Aus dieser Gleichung läßt sich nun der Werth aller übrigen Grössen finden, wenn nach ihnen gefragt wird, und die andern gegeben sind.

I. $g x + b \div b x = m$

$$\frac{(10 \times \frac{2}{3} + 16 \div 16 \times \frac{2}{3}}{6\frac{2}{3} + 16 \div 10\frac{2}{3}}$$

$$22\frac{2}{3} \div 10\frac{2}{3} = 12)$$

II. $g x + b \div b x = m$

$$\frac{\div g x \qquad \div g x}{b \div b x = m \div g x}$$

$$b \div b x = (1 \div x)\, b = m \div g x, \text{ also:}$$

$$b = \frac{m \div g x}{1 \div x}$$

$$\left(b = \frac{12 \div (10 \times \frac{2}{3})}{1 \div \frac{2}{3}} = \frac{12 \div 6\frac{2}{3}}{\frac{1}{3}}\right.$$

$$\left. = \frac{5\frac{1}{3}}{\frac{1}{3}} = \frac{16}{1} = 16\right)$$

III. $g x + b \div b x = m$

$$g x = m + b x \div b$$

$$g = \frac{m \div b}{x} + b$$

$$= \frac{(12 \div 16 + 16}{\frac{2/3}{36 \div 48 + 16}}$$

$$\frac{2}{18 \div 24 + 16} = 10)$$

Erläuterungen. Die erste Gleichung zeigt an, wie der Preis der Mischung gefunden werden kann, wenn der Preis der bessern Sorte und ihr Antheil (Quantität) und der Preis der geringen gegeben sind. Nach ihr soll man den Preis der geringen Sorte (g) mit dem Quantum der bessern (x) multipliciren, zu dem Product den Preis der bessern (b) addiren, und von der Summe das Product des Preises der bessern in seinem Antheil

(b x) abziehen; der Unterschied oder Rest gibt dann den Preis des gemengten (m.) Mit den gegebenen Zahlen unseres ersten Beyspieles findet man unten die Forderungen vollzogen.

Im zweiten Ansatze wird gezeigt, wie der Preis der bessern Sorte gefunden werden kann, wenn der Preis der geringern und gemengten und der Antheil der bessern gegeben ist. Er wird gefunden, wenn man vom Preise der Mischung (m) das Product des Quantums des bessern im Preis des geringern (g x) abzieht (m ÷ g x) und den Rest durch den des Antheils des Bessern an der Einheit (1 ÷ x) theilt.

Der dritte Ansatz ist nun auch verständlich. Hätten wir statt die Einheit der Masse gleich 1 (1 Maß) dieselbe = e gesetzt: so wäre die Masse des andern = e ÷ x, und die Gleichung stände dann, wenn man wie oben verfährt: $x = \frac{eb \div em}{b \div g}$ Soll nun ein Eimer oder 60 Maß gemengt werden, so wäre e = 60, also $x = \frac{(60 \times 16) \div (60 \times 12)}{16 \div 10} = \frac{960 \div 720}{6} = \frac{240}{6} = 40$ Maß, die Menge des geringern und 60 ÷ 40 = 20 Maß die Menge des bessern.

§. 189. Aufgabe. Ein Goldarbeiter hat 14 und 8 löthiges Silber und will daraus 13 löthiges hervorbringen. Wie viel hat er von jedem auf eine Mark 13 löthigen zu nehmen? ($\frac{x}{8}$ des 8, $\frac{5}{8}$ des 14 löthigen).

Er brauche vom 8 löthigen zur Einheit den xten Theil, so enthält dieser 8 x feines oder reines Silber. Von dem 14 löthigen gebraucht er dann 1 ÷ x Theile, jeden zu 14 Loth fein, × 14

enthalten also 14 ÷ 14 x feines Silber. Beyde zusammen sollen nun eine Mark 13 löthiges ausmachen;

Also: $8x + 14 \div 14x = 13$

$\div 8x + 14x; \div 8x + 14x$

$14 = 13 + 6x$

$\frac{1}{8} = x$ des geringern oder 8 löthigen.

$1 \div x = 1 \div \frac{1}{8} = \frac{5}{8}$ des feinern oder 14 löthigen.

Probe.

Probe. In $\frac{1}{8}$ Mark des 8 löthigen sind

$\frac{5}{8}$ Loth feines $= 1\frac{3}{8}$,

in $\frac{5}{8}$ Mark 14 löthigem $\frac{5 \cdot 14}{6} = 11\frac{4}{6}$

in 1 Mark also 13 Loth

feines Silber enthalten, wie es gefordert wurde.

Es findet hier die obige Formel ihre Anwendung $\frac{b \div m}{b \div g} = x$, wo b das 14/ g das 8/ m das zu mischende 13 löthige Silber und x den Antheil des geringen (8 L.) bedeutet, $\left(\frac{14 \div 13}{14 \div 8} = \frac{1}{4}.\right)$

Wäre der Antheil zu einer bestimmten Quantität zu suchen, zum Beyspiel wie viel von jedem zu einer Mischung von 24 Mark = q, genommen werden soll: so wäre, wenn wir den Antheil der geringen = x setzen, der Antheil des bessern = 24 ÷ x oder = q ÷ x; und die Gleichung (§. 188.) stände dann:

$$\frac{q\,m = g\,x + b\,q \div b\,x}{b\,x \div g\,x = b\,q \div q\,m}$$

$$x = \frac{b\,q \div q\,m}{b \div g} = \frac{(b \div m)\,q}{b \div g}$$

wo also der Antheil an der Einheit (oben $\frac{1}{8}$) mit der erforderlichen Masse zu multipliciren ist, um das von jedem zu nehmende zu wissen. $\frac{1}{8} \times 24 = 4$ Mark des geringem; $\frac{5}{8} \times 24 = 20$ Mark des feinen Silbers.

§. 190. Aufgabe. **Wie viel 8 löthiges Silber muß man zu $7\frac{1}{2}$ Mark 13 löthigem schmelzen, wenn der Gehalt auf 9 Loth gebracht werden soll?** (30)

Diese Aufgabe kann man auch nach obiger Formel auflösen. Wenn $\frac{b \div m}{b \div g} = x$: so ist $\frac{13 \div 9}{13 \div 8} = \frac{4}{5}$ der Antheil des 8 löthigen, und $1 \div \frac{4}{5} = \frac{1}{5}$ der Antheil des 13 löthigen zu **Einer** Mark des gemischten 9 löthigen. Der Antheil des feinern verhält sich also zum Antheil des geringern wie $\frac{1}{5}$ zu $\frac{4}{5}$ oder wie 1 zu 4.

Wenn

Wenn man also von dem 13 l. $7\frac{1}{2}$ nehmen will, so hat man von dem 8 löthigen $7\frac{1}{2}$ mal 4 = 30 Mark zu nehmen.

Oder wir berechnen es so:

Es sey die Masse des geringern, 8 löthigen = x, so ist der feine Gehalt dieser Masse = 8 x. Der feine Gehalt von $7\frac{1}{2}$ Mark 13 löthigen = $97\frac{1}{2}$. Die Masse der Mischung ist = $x + 7\frac{1}{2}$ Mark, der Gehalt 9 löthig, also $9x + 67\frac{1}{2}$. Beyde sind nun einander gleich. Daher:

$$9x + 67\frac{1}{2} = 8x + 97\frac{1}{2}$$

$$\frac{\div 8x \div 67\frac{1}{2}; \div 8x \div 67\frac{1}{2}}{x = 30}$$ Mark des 8 löthigen.

§. 191. **Aufgabe. Man habe 35 Mark 15 löthiges Silber, und wolle so viel Kupfer zusetzen, daß die Masse 12 löthig werde; wie viel Kupfer hat man zu nehmen?** ($8\frac{3}{4}$ Mark.)

Diese Aufgabe kann wieder aus der obigen (§. 188) Formel: $\frac{b \div m}{b \div g} = x$ aufgelöst werden; wo b = 15, m = 12, und g, da es Kupfer ist, und also kein Silber enthält = o (Null) ist.

Also: $\frac{15 \div 12}{15 \div 0} = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$ die Masse des Kupfers, und $1 \div \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$ die Masse des Silbers. Sie verhalten sich daher wie $\frac{1}{5}$ zu $\frac{4}{5}$ oder wie 1 zu 4. Da nun das Silber 35 Mark ist, so muß das Kupfer $4 : 1 = 35 : \frac{35}{4} = 8\frac{3}{4}$ Mark seyn.

Oder wir berechnen es also:

Es sey der Zusatz des Kupfers = x.

Die 35 Mark Silber sind 15 löthig, und enthalten also 35 mal 15 = 525 Loth feines Silber. Das Silber und Kupfer zusammen 35 + x Mark soll 12 löthig seyn, also 12 mal (35 + x) = 420 + 12 x Loth feines Silber enthalten, und jenem gleich kommen. Daher

$$\frac{420 + 12x = 525}{12x = 105}$$

$$\frac{4x = 35}{x = 8\frac{3}{4}}$$ Mark, die Masse des Kupfers.

§. 192.

§. 192. **Aufgabe.** Ein Goldarbeiter hat 13 und 20 karatiges Gold. Wie viel muß er zu 6 Mark von jedem nehmen, wenn es 18 karatig werden soll? ($1\frac{5}{7}$; $4\frac{2}{7}$)

Nach der Formel (S. 259.) $\frac{(b \div m)\, q}{b \div g} = \frac{(20 \div 18)\, 6}{20 \div 13} = \frac{2}{7} \times 6 = \frac{12}{7} = 1\frac{5}{7}$ Mark des 13 karatigen und $1 \div \frac{2}{7} = \frac{5}{7} \times 6 = \frac{30}{7} = 4\frac{2}{7}$ Mark des 20 karatigen.

Probe. $1\frac{5}{7} \times 13$ karatig enthält $22\frac{2}{7}$ Karate,

$4\frac{2}{7} \times 20$ — — $85\frac{5}{7}$ —

6 Mark enthalten . 108 Karate

1 Mark also . 18 Karate feines Gold.

§. 193. **Aufgabe.** Es werden 17 Geldstücke verlangt, 4 und 6 Sächsische Groschen-Stücke, in Betrag zu 3 Thaler 18 Groschen. Wie viel Stücke von jeder Sorte können dafür gegeben werden? (6 Vier- und 11 Sechsgroschenstücke). 3 thl. (a 24 gl.) und 18 gl, sind = 90 Groschen.

Angenommen, es seyen erforderlich x von 4 Groschen-Stücken; so sind der 6 Groschen-Stücke $17 \div x$. Jene a 4 Groschen und diese a 6 Groschen betragen $4x + 102 \div 6x$, welche eben so viel als 90 Groschen seyn sollen. Also:

$4x + 102 \div 6x = 90$

$102 = 90 + 6x \div 4x$

$\div 90 \div 90$

$12 = 2x$

Stück $6 = x$, von 4 Groschen-Stücken;

und $17 \div 6 = \underline{11}$ Stück, von den 6 Groschen-Stücken.

§. 194. **Aufgabe.** Ein Vater ist jetzt 40, sein Sohn 9 Jahre alt. Nach wie vielen Jahren wird jener, der jetzt über viermal *) so alt als sein Sohn ist, nur doppelt so alt seyn? (Nach 22 Jahren.)

Wenn

*) Es ist sehr oft der Fall, daß in Aufgaben, Zahlen, Angaben und Umstände vorkommen, die gar nicht in die Rechnung gehören, und auf die Auflö-

Wenn wir die Anzahl der Jahre, die beyde noch zu leben haben = x setzen, so ist der Vater dann alt 40 + x, und der Sohn 9 + x. Jenes Alter soll doppelt so groß seyn, als das, des Sohnes. Theilen wir also dasselbe durch 2, so ist es diesem gleich.

$\frac{40 + x}{2} = 9 + x$; $40 + x = 18 + 2x$; also $x = 22$ Jahren. Der Sohn ist dann 31 und der Vater 62, daher doppelt so alt.

§. 195. Aufgabe. In einer Masse von 80 Pfunden sind 7 Theile Salpeter und 3 Theile Schwefel enthalten. Es sollen aber 11 Theile Salpeter und 4 Schwefel darin enthalten seyn. Wie viel Salpeter ist der Masse noch zuzusetzen, damit beyde in diesem Verhältnisse darin vorkommen? (10 ℔ Salpeter.)

Diese und die nachfolgenden Aufgaben gehören eigentlich nicht in die Algebra, ob sie gleich gewöhnlich darin vorkommen.

Wenn 80 ℔ aus zwey Materien so gemengt sind, daß von einer 3 von der andern 7 Theile darin vorkommen: so sind in der Masse enthalten (S. 130.)

10 : 80 = 3 : $\frac{240}{10}$ = 24 ℔ Schwefel.

10 : 80 = 7 : $\frac{560}{10}$ = 56 ℔ Salpeter.

Es soll aber das Verhältniß, bey unveränderter Masse des Schwefels, wie 4 zu 11 seyn. Auf 4 Theile Schwefel sollen 11 Theile Salpeter kommen, wie viel dann auf die bestehenden 24 Theile Schwefel? $\frac{11 \times 24}{4} = 264 : 4 = 66$ ℔ Salpeter. 56 ℔ sind nur dabey, also müssen noch 10 ℔ ($x + 56 = 66$) zugesetzt werden.

Wäre der Schwefel in ganzen Stücken und könnte aus der Masse genommen werden: so kann man fragen:

§. 196.

Auflösung keinen Einfluß haben, aber leicht irre leiten, weil man oft glaubt alles in Rechnung bringen zu müssen. Die Angabe hier, daß er jetzt viermal so alt sey, gehört in diese Classe. Viele bringen solche Zusätze mit Absicht hinein, um den Gegenstand zu verwirren und die Auflösung zu erschweren.

§. 196. **Aufgabe. Wie viel muß aus jener Masse Schwefel genommen werden, daß derselbe zum Salpeter das Verhältniß 4 zu 11 habe?**

Auf 11 Theile Salpeter sollen 4 T. Schwefel kommen, wie viel auf jene 56 T. Salpeter? $\frac{4 \times 56}{11} = 4 \times 5\frac{1}{11} = 20\frac{4}{11}$ ℔ Schwefel

Darin ist aber . . 24 ℔

Also sind herauszunehmen $3\frac{7}{11}$ ℔

§. 197. **Aufgabe. In einer Gesellschaft waren anfangs dreymal so viel Herren als Frauen. Acht Paar gingen weg, und nun blieben noch fünf mal so viel Herren als Frauen. Wie viel waren anfangs? (48 H. 16 Fr.)**

Es sey die Anzahl der Frauen anfangs = x, so war die Zahl der Herren = 3 x. Weggingen von beyden 8, also blieben noch $x \div 8$ Frauen, und $3x \div 8$ Herren. Die Anzahl der $(3x \div 8)$ sollen nun der 5 fachen Anzahl der Frauen $((x \div 8) \times 5 = 5x \div 40)$ gleich kommen.

Also $5x \div 40 = 3x \div 8$

$+40; \quad +40$

$5x = 3x + 32$

$2x = 32$

$x = 16$ die Anzahl der Frauen

$\times 3$

48 die Anzahl der Herren.

§. 198. **Aufgabe. Es kauft jemand ein Stück Tuch die Elle zu $2\frac{1}{2}$ Thaler. Beym Nachmessen findet er 5 Ellen mehr; die Qualität aber so schlecht, daß er es zu 2 Thaler wieder verkauft und dabey $13\frac{1}{3}$ Procent Verlust hat. Wie viel Ellen waren es im Einkauf? (60, im Verkauf dann 65.)**

Die Anzahl der eingekauften Ellen = x. Die Einkaufs-Summe dann $2\frac{1}{2} \times x = 2\frac{1}{2}x$. An dieser verlor er $13\frac{1}{3}$ Procent; also von 100 — $13\frac{1}{3}$ was von $2\frac{1}{2}x = \frac{13\frac{1}{3} \times 2\frac{1}{2}}{100}x = \frac{33\frac{1}{3}}{100}x = \frac{1}{3}x$.

Verkauft hat er x + 5 Ellen zu 2 Thaler betragen 2 x + 10.
Dazu den Verlust $\frac{1}{3}$ x

kommen $2\frac{1}{3}$ x + 10 = $2\frac{1}{2}$ x der Einkaufssumme

10 = $\frac{1}{6}$ x

60 = x

§. 199. **Aufgabe. Eine Anzahl Thaler wurden in Form eines Quadrats gelegt, und es blieben 130 übrig. Als man die Seite um 3 vergrößerte, blieben noch 31. Wie viel Thaler waren es? (355).**

Es sey die Seite des Quadrats im ersten Fall = x, so ist sie im zweyten = x + 3

	× x	× x + 3
Beyde Quadrate also	= xx . und .	xx+6x+9
Uebrig blieben hier . . .	+ 130 und hier .	+3
Beyde sind nun einander gleich.	xx + 130 = xx + 6x + 40	
	90 = 6x	
	15 = x	

die Seite des Quadrats der ersten Anlage.

Das Quadrat von 15 ist (15 × 15 =) 225, dazu
die übrig gebliebenen . . 130
so hatte derselbe . . 355

In der zweyten Anlage waren 3 mehr also 15 + 3 = 18. 18 mal 18 = 324,
dazu die übrig gebliebenen 31
kommen eben so viel 355

Gleichungen mit zwey unbekannten Größen.

§. 200. **Bisher hatten wir nur immer eine unbekannte Größe zu suchen, und wenn auch nach mehreren die Frage war, so wurden diese doch durch jene bestimmt. Es giebt aber Fälle in welchen mehrere vorkommen.**

For-

Forderungen. So viel unbekannte Größen nun in einer Aufgabe vorkommen, so viele Gleichungen müssen sich auch aus den gegebenen bekannten bilden lassen, wenn die Aufgabe bestimmt aufgelöst werden soll; und so viele Gleichungen sich bilden lassen, so viele unbekannte Größen können auch gefunden werden.

Oft kann man aber, wenn auch zwey unbekannte Größen zu suchen sind und Eigenschaften oder Angaben zu zwey Gleichungen gegeben werden, mit Annahme Einer unbekannten die Aufgabe auflösen, wenn die andern durch diese und eine bekannte sich bestimmen läßt.

§. 201. **Aufgabe. Man soll aus der Summe zweyer Zahlen (72) und ihren Unterschied (15) die Zahlen selbst finden.** (43½, 28½)

Hier sind Angaben (bekannter Größen) zu zwey Gleichungen, und wir können daher auch für die unbekannten, zu suchenden Größen, zwey Buchstaben annehmen, um den Werth eines jeden aus ihnen zu finden.

Setzen wir die **größere** = x, die **kleinere** = y, so geben, beyde addirt $x + y = 72$, die **Summe**; und abgezogen $x \div y = 15$, den Unterschied.

Verfahren wir nun mit diesen beyden Gleichungen so, daß in jeder eine und dieselbe unbekannte Größe auf einer Seite allein zu stehen kommt: so können wir nach dem III. und IV. Grundsatze S. 32. die beyden andern Werthe einander gleichsetzen, in welchen dann nur **eine** unbekannte vorkommt. Setzen wir den gefundenen Werth derselben in eine der andern Gleichungen, so wird dann auch die zweyte unbekannte Größe bestimmt.

1) $x + y = 72$
$\div y \quad \div y$
$x = 72 \div y$

2) $x \div y = 15$
$+ y \quad + y$
$x = 15 + y$

Da nun beyde Werthe; $72 \div y$ und $15 + y$ dem x gleich sind, so sind sie unter sich selbst gleich (S. 32.) Also:

$$\begin{array}{r} 15 + y = 72 \div y \\ +y \qquad\quad +y \\ \hline 15 + 2y = 72 \\ \div 15 \qquad\quad \div 15 \\ \hline 2y = 57, \text{ und } y = 28\tfrac{1}{2} \end{array}$$

Setzen wir nun diesen Werth von y in eine jener Gleichungen, etwa in die erste $x + y = 72$, so ist $x + 28\frac{1}{2} = 72$

$$\begin{array}{r} \div 28\frac{1}{2} \quad \div 28\frac{1}{2} \\ \hline x = 43\frac{1}{2}. \end{array}$$

Beyde Zahlen haben nun die Eigenschaft, daß ihre **Summe** $(28\frac{1}{2} + 43\frac{1}{2} =) 72$, und ihr **Unterschied** $(43\frac{1}{2} \div 28\frac{1}{2} =)$ 15 ist.

Wir hätten diese Aufgabe aber auch durch die Annahme **einer** unbekannten Größe auflösen können, weil die andere durch den gegebenen Unterschied (15) schon bestimmt wurde. Setzen wir die **kleinere** Zahl $= x$, so ist die **größere** $x + 15$, denn um 15 soll die andere **größer** seyn. Daher

$$\begin{array}{r} x + x + 15 = 72, \\ \hline 2x = 57, \text{ also } x = 28\tfrac{1}{2} \text{ die kleinere} \end{array}$$

den Unterschied dazu $+ 15$

$43\frac{1}{2}$ die größere Zahl.

Setzen wir diese Aufgabe **allgemein**. Es sey die Summe $= s$, der **Unterschied** $= u$, so ist

$$\begin{array}{r} x + y = s; \quad x \div y = u \\ \hline x = s \div y; \; x = u + y \\ \hline s \div y = u + y \\ \hline s \div u = 2y; \end{array}$$

1) $\frac{s \div u}{2} = y$ die kleinere Größe

Statt $x + y = s$, ist nun $x + \frac{s \div u}{2} = s$

2) $x = s \div \frac{s \div u}{2}$ die größere Zahl.

Hier-

Hierin lieget nun die Regel für alle Aufgaben dieser Art.

Wenn die Summe und der Unterschied zweyer Zahlen gegeben ist; so findet man die kleinere (y), wenn man von der Summe den Unterschied abziehet, und den Rest durch 2 theilet $\left(\frac{72 \div 15}{2} = 28\frac{1}{2}\right)$; und die größere (x) wenn man die kleinere von der Summe abziehet.

Oder ganz nach obiger Gleichung:

Wenn man die Summe weniger der Differenz getheilt durch 2, von der Summe selbst, abziehet $\left(72 \div \frac{72 \div 15}{2} = 72 \div 28\frac{1}{2} = 43\frac{1}{2}\right)$

Hätten wir obige Gleichungen so angeordnet, daß wir zuerst die größere Zahl, x, gesucht hätten: so wären diese Regeln anders geworden. Nämlich:

$$\frac{x + y = s}{y = s \div x} \qquad \frac{x \div y = u}{\frac{+y \quad +y}{x = u + y}}$$

$$\frac{x \div u = y}{x \div u = s \div x}$$

$$\frac{+x + u \quad + \quad x + u}{2x = s + u}$$

$$\frac{2x = s + u}{1)\ x = \frac{s + u}{2}}$$

Setzen wir in obige Gleichung $y = s \div x$, den gefundenen Werth von x, so ist $y = s \div \left(\frac{s + u}{2}\right)$; oder $= s \div \left(\frac{1}{2}s + \frac{1}{2}u\right)$

Die Regel heißt nun: Die größere Zahl, x, wird gefunden, wenn man die halbe Summe zum halben Unterschied addirt; die kleinere, y, wenn die Hälfte der Summe und des Unterschiedes, von der Summe abgezogen wird.

Vor-

Vorsicht. In solchen Fällen: $f \div \left(\frac{f+u}{2}\right)$ oder $f \div (\frac{1}{2} f + \frac{1}{2} u)$ muß man nicht übersehen, daß beyde Größen, $\frac{1}{2} f + \frac{1}{2} u$, von der vorstehenden $f(f)$ abgezogen werden sollen; daher sie auch eingeklammert sind. Würde man dieß unterlassen, und so schreiben: $f \div \frac{1}{2} f + \frac{1}{2} u$, so würde dieß heissen: man soll von der Summe die halbe Summe abziehen und zum Reste den halben Unterschied addiren, welches offenbar unrichtig wäre.

§. 202. **Aufgabe. A sagt zu B: Gib mir 100 Thaler, so habe ich so viel wie du.** (Bestimmter: so habe ich so viel, als dir noch übrig bleibt.) **B sagt: Gib mir lieber 100, so habe ich doppelt so viel als du. Wie viel hat jeder?** (A. 500; B 700.)

Nehmen wir zwey unbekannte Größen an, so müssen wir auch zwey Gleichungen für sie haben.

1) Es besitze A, x Thaler . . . B, y Thaler. B gibt
dem A noch + 100 Thaler, und hat noch ÷ 100
und hat dann x + 100 . . y ÷ 100; diese Summen sollen nun einander gleich seyn; also

$x + 100 = y \div 100$, **als erste Gleichung.**

2) B sagt: Gib mir 100, und hat y + 100, (A dann nur x ÷) 100 so habe ich zwey mal so viel. Um beyde gleich setzen zu können, müssen wir entweder die Summe des B durch 2 theilen, weil sie jetzt doppelt so groß seyn soll, als die des A; oder wir müssen die andere doppelt nehmen.

Also: $\frac{y + 100}{2} = x \div 100$; **oder** $y + 100 = 2x \div 200$, **zweyte Gleichung.**

Nun verfahren wir wie oben. Um beyde Gleichungen auf eine bringen zu können, suchen wir in beyden x oder y auf eine Seite allein zu bekommen.

1) $x + 100 = y \div 100$ $\quad \div 100 \quad \div 100$ $\quad x = y \div 200$

2) $2x \div 200 = y + 100$ $\quad + 200 \quad + 200$ $\quad x = \frac{y + 300}{2}$

Also $y \div 200 = \frac{y + 300}{2}$

$\times 2$

$2y \div 400 = y + 300$

$\div 1y + 400; \div y + 400$

$y = 700$, als Besitz des B.

Setzen wir diesen Werth von y in obige Gleichung $x = y \div 200$, so ist $x = 700 \div 200 = 500$, der Besitz des A, und diese Zahlen haben die geforderten Eigenschaften.

§. 203. **Aufgabe. Ein Wasserbehälter kann 210 Eimer aufnehmen, und durch zwey Oeffnungen gefüllt werden. Wenn die erste Oeffnung 4 und die zweyte 5 Stunden offen war, so hat man durch beyde 90 Eimer Wasser erhalten. War jene 7, und diese $3\frac{1}{2}$ Stund offen, so erhielt man 126 Eimer. Wie viel Eimer gibt jede Oeffnung in einer Stunde, und in wie viel Stunden wird der Behälter voll, wenn beyde Oeffnungen zugleich fortfließen?** (15, 6 Eimer; 10 Stunden).

Hier wird nach drey unbekannten Größen gefragt; allein da die dritte durch die zwey andern gegeben ist, so haben wir nur zwey anzunehmen.

Aus der ersten laufen in einer Stunde x Eimer; aus der andern y Eimer; so laufen aus dieser in 4 Stunden $4x$, und aus dieser in 5 Stunden $5y$ Eimer.

Beyde geben $4x + 5y = 90$ Eimer. **Erste Gleichung.**

Im zweyten Falle laufen in Stunden $7x + 3\frac{1}{2}y = 126$ Eimer. **Zweyte Gleichung.**

1) $4x + 5y = 90$	2) $7x + 3\frac{1}{2}y = 126$
$5y = 90 \div\!\!- 4x$	$3\frac{1}{2}y = 126 \div\!\!- 7x$
$y = 18 \div\!\!- \frac{4}{5}x$	
$18 \div\!\!- \frac{4}{5}x = 36 \div\!\!- 2x$	Oder: $y = 36 \div\!\!- 2x$
$+\frac{4}{5}$ $\quad$ $+\frac{4}{5}x$	auch ab: $y = 18 \div\!\!- \frac{4}{5}x$
$18 = 36 \div\!\!- 1\frac{1}{5}x$	$0 = 18 \div\!\!- 1\frac{1}{5}x$
$\div\!\!- 18 + 1\frac{1}{5}x; \div\!\!- 18 + 1\frac{1}{5}x$	$+ 1\frac{1}{5}x = + 1\frac{1}{5}x$
$1\frac{1}{5}x = 18$	$1\frac{1}{5}x = 18$
$6x = 90$	$6x = 90$
$x = 15$ die erste Oeffnung.	$x = 15$, wie neben.

Setzen wir den Werth von $x = 15$ in irgend eine dieser Gleichungen, etwa in die einfachste $y = 36 \div\!\!- 2x$ (da $2x = 15 \times 2 = 30$): so ist $y = 36 \div\!\!- 30 = 6$ Eimer. Die zweyte Oeffnung.

Da nun in einer Stunde die erste 15, die zweyte 6 Eimer gibt, so laufen durch beyde 21 in einer Stunde, und 210 Eimer in, $\frac{210}{21} = 10$ Stunden.

Im zweyten Ansatze haben wir, statt die gefundenen Werthe von y ($36 \div\!\!- 2x$, und $18 \div\!\!- \frac{4}{5}x$) einander gleich zu setzen, beyde Gleichungen von einander abgezogen. Es war $y = 36 \div\!\!- 2x$

und $y = 18 \div\!\!- \frac{4}{5}x$, ziehen wir diese von jenen ab

so ist $0 = 18 \div\!\!- 1\frac{1}{5}x$ (VI. Grundsatz). $1\frac{1}{5}x$ ist also so groß als 18, da es von diesem abgezogen Null gibt. Dieß Abziehen gewährt oft große Erleichterung.

§. 204. Aufgabe. Es verwechselt jemand 250 Friedrichsd'or gegen Ducaten, und erhält dafür 439 Ducaten und 14 Groschen. Zu dem nämlichen Curs verwechselt er noch 160 Friedrichsd'or und bekommt 281 Ducaten und 6 Groschen. Er hat den Curs vergessen. Zu wie viel Thaler sind die Goldmünzen berechnet worden? (5 Thaler 10 Groschen; 3 Thaler 2 Groschen, den Thaler zu 24 Groschen gerechnet.)

Der

Der Friedrichsd'or gelte F Thaler; der Ducaten D Thaler; so sind

$$250\,F = 439\,D + \tfrac{14}{24}, \text{ und } 160\,F = 281\,D + \tfrac{6}{24}$$

$$F = \frac{439\,D + \frac{7}{12}}{250} \text{ und } F = \frac{281\,D + \frac{3}{12}}{160}$$

Das Null der Divisoren weggelassen:

$$\frac{439\,D + \frac{7}{12}}{25} = \frac{281\,D + \frac{3}{12}}{16}$$

Gegenseitig multiplicirt: $\times 16$ $\quad$ $\times 25$

$$\times 4)\ 1756\,D + \tfrac{28}{12} = 28100\,D + \tfrac{300}{12} \quad (100:4)$$

$$\times 4)\ 7024\,D + \tfrac{112}{12} = 7025\,D + \tfrac{75}{12}$$

$$\div 7024\,D \qquad \div 7024\,D$$

$$\tfrac{112}{12} = 1\,D + \tfrac{75}{12}$$

$$\div \tfrac{75}{12} = \div \tfrac{75}{12}$$

$\frac{37}{12} = 3\frac{1}{12} = 1\,D$, also $3\frac{1}{12}$ Thaler der Ducaten.

Da nun zu diesem Curse 281 Ducaten zu $3\frac{1}{12}$ Thaler, betragen

$$\times\ 3\tfrac{1}{12}$$

$$843$$

$$23\tfrac{5}{12} = 10 \text{ Groschen}$$

Thaler 866. 10 Groschen

+ 6 Groschen

866. 16

und 160 Fr.d'or diesen gleich sind, so kommt 1 Fr.d'or getheilt durch $160 = 4 \times 4 \times 10$,

216. 16

Thaler 54. 4

$\times 24$

96 + 4

Groschen 10|0

§. 205. Aufgabe. 37 Pfund Zinn verlieren im Wasser 5 Pfund; und

23 Pfund Bley, 2 Pfund. *) Eine Masse von 120 Pfund aus Zinn und Bley geschmolzen verlieren 14 Pfund. Wie viel Zinn und Bley enthält dieselbe. (74 ℔ Zinn; 46 ℔ Bley).

Es sey das Gewicht oder der Antheil des Zinns = Z; des Bleys = B

1) 37 ℔ Zinn verliert 5, wie viel Z ℔. 2) 23 ℔ Bley verliert, 2 ℔. Was B ℔

$= \frac{5Z}{37}$ ℔ $= \frac{2B}{23}$. Beyde verlieren also:

$\times 37)\ \frac{5Z}{37} + \frac{2B}{23} = 14.$ Und $Z + B = 120$

$\times 23)\ 5Z + \frac{74}{23}B = 14 \times 37$ $B = 120 \div Z$

$115Z + 74B = 14 \times 37 \times 23$

$74B = 11914 \div 115Z$

$B = 11914 \div 115Z = 120 \div Z$

74

$11914 \div 115Z = 8880 \div 74Z$

$\div 8880 + 115;\ \div 8880 + 115Z$

$3034 = 41Z$

Das Gewicht des Zinns $74 = Z$

Oder

*) Hierüber findet man im 3ten Theile der Contorwissenschaft (der Geld-, Münz-, Maß- und Gewichtskunde) genaue Belehrung, und eine Tabelle, wie viel verschiedene Körper im Wasser verlieren. Man findet angegeben daß an Körpern zweyerley Gewichte in Betrachtung kommen. Das Gewicht derselben, ohne Beziehung auf ihren Umfang, (auf ihre Größe), und dieß heißt man das absolute (unbedingte, gemeine) Gewicht. Die Gewichte der Körper aber, die sie im Verhältniß des Raumes, den sie einnehmen, gegeneinander haben, heissen die specifischen (eigenthümlichen, oder besser Raum-) Gewichte. Wenn ein Stück Holz, ein Stück Bley, beyde ein Pfund wiegen, so ist dieß ihr gemeines, absolutes Gewicht, bey welchem ihr Umfang nicht in Betrachtung kommt. Wenn aber ihre Räume, die sie einnehmen, sich gegen einander verhalten wie 11 zu 1; oder wenn das Pfund Holz eilf mal größer ist, als das Pfund Bley: so würde dieses, wenn es so groß wie jenes wäre, 11 ℔ wiegen, und die Raumgewichte sich wie 1 zu 11 verhalten.

Oder wir können diese Aufgabe auch durch Annahme von nur einer unbekannten Größe auflösen.

Das Gewicht des Zinnes sey gleich Z, so ist das Bley $120 \div Z$ (weil beyde 120 ℔ sind). Es verlieren:

37 ℔ Zinn 5 ℔; also Z ℔ $= \frac{5Z}{37}$; 23 ℔ B. 2 ℔, also $120 \div Z$, $\frac{240 \div 2Z}{23}$

Beyde: $\frac{5Z}{37} + \frac{240 \div 2Z}{23} = 14$

$115Z + 8880 \div 74Z = 14 \times 37 \times 23 = 11914$

$41Z = 3034$

$Z = 74$ ℔; $B = 120 \div 74 = 46$ ℔

Fälle von drey und mehr unbekannten Größen, findet man in der Aufgaben-Sammlung.

Von den Quadrat- und Cubikzahlen, und von den Quadrat- und Cubikwurzeln.

§. 206. Eine Zahl mit sich selbst multiplicirt, heißt eine **Quadratzahl**, und die Zahl selbst, in Beziehung auf ihr Product, die **Quadratwurzel**. Wird das Quadrat wieder mit der Wurzel multiplicirt, so heißt dieß Product die **Cubikzahl**, (der Würfel) und die Wurzel, in Beziehung auf diese, die **Cubikwurzel**.

Von diesen Zahlen, als **Wurzeln**	1,	2,	3,	4,	5,	6,	7,	8,	9,	10
sind die **Quadratzahlen**:	1,	4,	9,	16,	25,	36,	49,	64,	81,	100.
Die **Cubikzahlen**:	1,	8,	27,	64,	125,	216,	343,	512,	729,	1000.

Das Quadrat von a, ist $a \times a = aa$ (a^2); der Cubus $aa \times a = aaa$ (a^3).

Von $a + b$ und von $2 + 5$

$a + b$	$2 + 5$
$+ ab + bb$	$+ 10 + 25$
$aa + ab$	$4 + 10$

ist das Quadrat $aa + 2ab + bb$; und $4 + 20 + 25$.

Dieß multiplicirt mit $a + b$ und $2 + 5$

$aab + 2abb + bbb$	$8 + 40 + 50$
$aaa + 2aab + abb.$	$20 + 100 + 125$
Die **Cubikzahl** $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$	$8 + 60 + 150 + 125$. Die **Cubikzahl**.

oder der Cubus.

Das Quadrat einer zweytheiligen Wurzel (a + b) bestehet also aus dem Quadrate beyder Größen (aa, bb). und dem doppelten Producte derselben (a × b × 2 = 2 ab).

Die Cubikzahl oder der Würfel einer zweytheiligen Wurzel, enthält die Cubikzahl beyder Theile (a^3, b^3), das dreyfache Product aus dem Quadrate des ersten Theils in den zweyten ($3 \times a^2 \times b = 3 a^2 b$), und. das dreyfache Producte des ersten Theils in das Quadrat des zweyten ($3 a \times b^2 = 3 a b^2$).

§. 207. Folgerungen daraus für das Quadrat. Aus der Quadrattafel siehet man, daß das Quadrat einer Ziffer (von 1 bis 9) aus 1 bis 2 Ziffern (1 bis 99); das Quadrat zweyer Ziffern (10 bis 99) aus 3 bis 4, das Quadrat aus drey Ziffern (100 — 999) aus 5 bis 6 das aus vier Ziffern (1000 — 9999) aus 7 bis 8 Ziffern bestehen könne, und so fort.

Dieß gibt uns nun ein Mittel an, zu wissen, aus wie viel Ziffern die Wurzel jedes Quadrats bestehen könne, und wo man die erste und die folgenden aufzusuchen habe.

Die Zahl 3448449 bestehet aus sieben Ziffern. Die letzte und die zweyte Zahl (49) haben eine Wurzel, die dritte und vierte wieder eine, und so fort; also wenn mehrere Ziffern sind, so ist von zwey zu zwey eine Wurzel enthalten. Theilen wir diese so ab, oder Punctiren wir sie immer über die andere Ziffer:

3|44|84|49, so sehen wir daß diese Zahl vier Ziffern zur Wurzel habe, und die erste in 3, die zweyte in 44, u. s. w. enthalten sey.

Das Quadrat von a + b = aa + 2 ab + bb zeigt uns, wie man verfahren müsse, um die Wurzel zu finden.

Es sey von 625 die Quadratwurzel zu suchen. Wir wissen nun daß diese zwey Ziffern haben müsse und in 6 die erste (aa) enthalten sey. Nach der Tafel kann in 6 nur die Quadratwurzel 2 enthalten seyn. Diese mit sich multiplicirt gibt 4 (also das aa) und von 6 abgezogen den Rest 2; also bleibt noch 225 (oder 2 ab + bb). Nehmen wir das 2 doppelt, (2 a = 4) und dividiren in 22, so muß

die

die zweyte Ziffer der Wurzel, b, heraus kommen. 4 in 22 geht 5 mal. Dieß ist also die zweyte Wurzel, b. Multipliciren wir 4 (2 a) mit 5 (b) so kommen 20 (2 ab) diese von 22 abgezogen, bleiben 25 oder bb = 5 × 5 = 25. Wir wollen diese Wurzel zu besserer Einsicht zerlegen und das Quadrat suchen von 25 × 25 = 625, oder von 20 + 5 (= a + b)!

$$\begin{array}{r} 20 + 5 \\ \hline 100 + 25 \\ 400 + 100 \\ \hline 400 + 200 + 25 = aa + 2ab + bb. \end{array}$$

Hieraus sehen wir, daß, da 625 zwey Ziffern, zur Wurzel gibt, und in 6 (600 + 25) die ersten = 2 also 2 Zehner = 20 enthalten sind, und das Quadrat davon = 400 (aa) abgezogen, noch 200 + 25 (2 ab + bb) übrig lassen. Diese 200 enthalten also 2 a × b, wenn wir daher a = 20, doppelt nehmen. (20 + 20, oder 20 × 2 = 40) und 200 damit theilen, so finden wir das b (= 5) Das Product 40 × 5 (2 ab) und das Quadrat von 5 = 25 (bb) abgezogen, bleibt 0, und 25 ist die reine Quadratwurzel von 625.

Die Quadratwurzel auszuziehen.

§. 208. Man suche die Quadratwurzel aus

	Der Zahl: 3 4 4 8 4 9	1857. die Quadratwurzel.
	aa = 1 : : : :	
	2 ab = 244 : : : :	
(b = 8)	2 a = 1 + 1 = 2. 8. 224 : : : :	
	2084 : :	
a = 18; 2 a = 36. 5	1825	
	25949	
a = 185, 2 a = 370. 7	25949	

Erläuterung. Durch das Punctiren oder Abtheilen haben wir gesucht, wie viel Ziffern die Wurzel der Quadratzahl enthalte, und wo jede zu finden sey. Die erste war in 3, gab 1, und das Quadrat davon, das abzuziehen ist, (1 × 1) auch 1.

In

In dem Rest 244. liegt die zweyte Wurzel, welche wir durch Dividiren mit dem doppelten a (= 1 + 1 = 2) = 8 fanden. Dieß 8 = b, mit 2a = 2 multiplicirt gibt 16 = 2ab. Diese von 24 abgezogen, bleiben 8, das 4 dazu, 84; von diesen das Quadrat 8 × 8 = 64 = bb, abgezogen, bleiben 20. (oben sind beyde Zahlen, 2 u. 8, neben einander gesetzt, und mit 8 multiplicirt und das Product 224 abgezogen worden, welches dasselbe ist.)

Zu dem Rest 20 die 84 gesetzt, kommen 2084, in welchen die dritte Wurzel enthalten ist. Da wir die bereits gefundenen Zahlen der Wurzel immer für a und die nächst zu suchende für b nehmen können: so ist auch in 2084 wieder 2ab enthalten; das heißt wir finden die dritte Zahl der Wurzel, wenn wir mit dem doppelten der bereits gefundenen 18 = 36 = 2a, dividiren. 36 in 208 geht 5 mal. Dieß zu 36 gesetzt, und mit der gefundenen 5 multiplicirt gibt 365 × 5 = 1825 oder die 2ab + bb. Wird dieß abgezogen und der Rest dazu gesetzt, so bleiben noch 25949, in welchen die letzte Zahl der Wurzel enthalten ist, oder es ist wieder 2ab + bb. Nehmen wir das bereits gefundene doppelt, 185 × 2 = 370 und theilen die vier ersten Ziffern (2594), so kommen 7, diese zu 370 gesetzt, 3707, welche mit 7 multiplicirt jenem Rest gleich kommt.

§. 209. **Aufgabe. Man verlangt die Quadratwurzeln folgender Zahlen zu wissen:** 220900 (470); 442225 (665); 988036 (994); 41370624 (6432).

§. 210. **Aus einer unvollkommenen Quadratzahl die Wurzel durch Näherung zu finden.**

Nicht alle Zahlen geben **reine** Quadratwurzeln. Oft bleibt ein Rest, aus welchem man dieselbe in Decimalbrüchen näher bestimmen kann. Da das Quadrat von 10 = 100 ist, so haben wir dem Reste zwey Nullen anzufügen, wenn wir ihn in 10, 4 Nullen, wenn wir ihn in 100, und 6 Nullen, wenn wir ihn in 1000 theiligem Bruche finden wollen.

§. 211. **Man soll aus 345 die Quadratwurzel ziehen.**

```
                345 | 18'57
                 1
              ------
2a = 2.8        245
                224
              ------
                21,00  Zum Rest, 21, zwey Nullen
18 × 2 = 36.5   1825
              ------
Rest 275, dazu 00 — 275'00
185 × 2 = 370,7 25949
              ------
Rest . .        1551.
```

Nun haben wir die Wurzel in 100 Theilen, $18\frac{57}{100}$. Fügen wir dem Reste 1551 abermal 2 Nullen, so finden wir noch 4 Tausendtheile ($\frac{5574}{10000}$) u. s. w. Multipliciren wir die gefundene Wurzel 18'57 mit sich selbst, so kommt

```
344'8449
Dazu den Rest . . . 1551
-------------------
345'0000 so haben mir die gegebene Zahl, als Probe.
```

§. 212. Soll man die Quadratwurzeln aus **Brüchen**, oder **ganzen Zahlen mit Brüchen** ziehen: so kann man den Bruch in einen Decimalbruch verwandeln und ihn als ganze Zahl behandeln; oder man kann, wenn es ein gewöhnlicher Bruch ist, aus dem Zähler und Nenner desselben die Wurzel einzeln ziehen.

§. 213. **Aufgabe. Man soll aus $\frac{7}{16}$ die Quadratwurzel ziehen.**

Erste Art. Man verwandele $\frac{7}{16}$ in einen Decimalbruch. 16) 7'0000

```
                 0'4375 | 0'66
                   36
                ------
6 × 2 = 12,      6. 775
                    756
                ------
                 19 Rest
```

Wir haben nun $\frac{66}{100}$ gefunden, und 19 im Rest, aus welchem wir durch Anfügung von zwey Nullen nach 1 Tausendstel finden können.

Obigen

Obiger Bruch ist nämlich $\frac{4375}{10000}$. Die Quadratwurzel des Zählers ist 66 . . und die des Nenners ist 100. also $\frac{66}{100}$.

Zweyte Art. Wir können aber auch aus dem Zähler und Nenner besonders die Quadratwurzel ausziehen und sie in gemeinen Brüchen finden. Aus $\frac{7}{16}$ ist die Wurzel vom Zähler 7'00 = 264

4

2 × 2 = 4, 6, 300

276

26 × 2 = 52, 4. 24'00

2096

304 Rest

Aus dem Nenner 16 ist die Quadratwurzel 4. Da wir aber zum Zähler 4 Nullen anfügten, müssen wir es auch diesem. 160000, gibt um zur Quadratwurzel 400, und wir haben also $\frac{264}{400}$. Theilen wir Zähler und Nenner durch 4, so kommt $\frac{66}{100}$ = 0'66, wie oben.

Wäre $2\frac{7}{16}$ gegeben, so hätte man aus 2'4375. die Quadratwurzel zu ziehen und fände 1 Ganzes und $\frac{56}{100}$ oder 1'56, (und Rest 39).

Aus gegebenen Zahlen die Cubikwurzel zu finden.

§. 214. Die oben (S. 273.) gegebene Tafel der Cubikzahlen aller Einer zeigt, daß der größte (9) 729 zur Cubikzahl gibt. Eine dreyzifferige Zahl enthält also nur eine Zahl oder Ziffer als Wurzel. Wir dürfen daher jede Cubikzahl von 3 zu 3 Ziffern abtheilen, und die Abtheilungen zeigen uns die Anzahl der Ziffern, aus welchen die Wurzel bestehet und wo sie zu finden sind. Die dort gefundene Formel $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ gibt uns dann die Weisung, wie sie aufgefunden werden kann.

§. 215. **Aufgabe. Man soll aus 157464 die Cubikwurzel ziehen.**

Theilen wir diese Zahl von der rechten zur linken Hand, von drey zu drey Ziffern, so sehen wir daß die Wurzel nur zwey Ziffern habe, und die erste in 157 enthal-

enthalten ist. Die Tafel (273.) zeigt, daß diese nur 5 seyn könne. Ziehen wir den Cubus von 5 = 125 von 157 ab, so bleiben 32, dazu die übrigen, welche die zweyte Ziffer enthalten, sind 32464; also nach $3a^2b + 3ab^2 + b^3$.

Um die zweyte Ziffer b, zu finden, haben wir also zu theilen mit dem Quadrat von a (5 = 25) dreymal genommen (25 × 3 = 75 = $3a^2$). Theilen wir nun in 32 464 die ersten zwey Ziffern 32, mit Zuziehung der nächsten 4, also 324, durch diese 75, kommt 4 = b. Das Product von 75 × 4 = 300 = $3a^2b$, abgezogen, ist der Rest 2464 = $3ab^2 + b^3$. Ziehen das erste $3ab^2 = 3 \times 5 \times 4 \times 4$ = 240 ab, bleiben 64 für bbb; also auch den Cubus von $b^3 = 4^3 = 64$ ab, bleibt Null, und ist daher 54 die reine Cubikwurzel.

Diese Berechnung stehet nun also:

$a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 = 157464$ | 54 = a + b = 50 + 4.
$a^3 = \div 125$ :::

Getheilt durch $3a^2 = 75)$ 324 = $3a^2b$
ab . . $3a^2 \times b = 75 \times 4 = \div 300$
246: = $3ab^2$
$3a \times b^2 = 15 \times 16 = \div 240$
64 = b^3
$b^3 = 4 \times 4 \times 4 = \div 64$
00

§. 216. Aufgabe. Aus 21024576 die Cubikwurzel zu ziehen. (276)

$a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 = 21|024|576$ | a,b,b, 276 die Cubikwurzel
$a^3 = 8 \quad . \div 8$ :::::

getheilt. $3a^2 = 3 \times 2 \times 2 = 12)$ 130 ::: Nun a + b, 27 = a
$3a^2 \times b = 12 \times 7 \quad . \div 84$... gesetzt um die folgende Zahl, als b
462... gesetzt, zu finden.
$3a.b^2 = 3 \times 2 \times 49 = \div 294$...
1684: ..
$b^3 = 7 \times 7 \times 7 = \div 343$ ..

Getheilt durch $3aa = 3 \times 27 \times 27 = 2187)$ 13415 = $3a^2b$
$\div$ 13122: .
2937 = $3ab^2$
ab: $3ab^2 = 3 \times 27 \times 6 \times 6 = \div$ 2916:
216 = dem zweyten b^3
$b^3 = 6 \times 6 \times 6 = \div 216$
0

Man kann auch die abzuziehenden Producte einzeln, immer die folgende eine Decimalstelle rückwärts, unter einander schreiben, und die Summe abziehen. Also:

84	diese ab von	13024
294		÷ 11683
343		1341.
11683		

Und: 13122
2916
216

1341576, diese ab von 1341576, gehet auf.

§. 217. Mit den Resten, bey unvollkommenen Cubikzahlen, und den Brüchen, verfährt man wie bey den Quadratzahlen; nur hat man, um ihren Werth in Decimalen zu finden, statt zwey Nullen, immer drey anzufügen, weil der Cubus von 10 = 1000 ist.

Wollte man von 3 den Cubus in Zehnteln wissen, so setzen wir drey Nullen hinzu, und finden $1\frac{4}{10}$

3'000	1'4	$3a^2b$	= 12
1		$3ab^2$	= 48
2000		b^3	= 64
÷ 1744			1744
Rest 256			

Fügen wir zu diesem Reste wieder drey Nullen hinzu, um die Wurzel in Hundertsteln zu finden: so ist derselbe (14 = a gesetzt)

256000|4

$3a^2 = 3 \times 14 \times 14 = 588$		$3a^2b$	= 2352
damit getheilt, kommen 4.		$3ab^2$	= 672
		b^3	= 64
ab . . .	241984		241984
Rest	14016.		

Wir

Wir haben nun zur Wurzel $1'44 = 1\frac{44}{100}$, und können aus dem Rest durch drey angefügte Nullen die Tausendstel suchen, und so fort.

Von den quadratischen Gleichungen.

§. 218. Wenn in einer Gleichung eine unbekannte Größe einmal mit sich selbst multiplicirt vorkommt, so wird dieselbe eine **quadratische Gleichung** genannt.

Der einfachste Ausdruck wäre dann $xx = a$ oder $xx = 49$; wo dann $\sqrt{xx} = \sqrt{49}$; $x = 7$.

In dieser Einfachheit kommt aber die unbekannte Größe seltener vor, sondern sie ist meist noch im ersten Grade oder einfach darin, allein oder mit bekannten Größen vermischt, vorhanden: $xx + x = c$; oder $xx + ax = c$.

§. 219. **Aufgabe. Eine gemischte quadratische Gleichung in dieser Form: $x^2 + x = c$; oder in dieser: $xx + ax = c$, aufzulösen.**

Ziehen wir von $xx + x$ die Quadratwurzel, auf die oben gelehrte Weise (S. 275) so finden wir:

$$\begin{array}{l|l} xx + x & x + \frac{1}{2} \\ \div\!\!- \; xx & \\ \hline . \quad + x & \end{array}$$

Getheilt mit x doppelt $= 2x$ kommt $\frac{1}{2}$. Dieß dazu, also $2x + \frac{1}{2}$ und beyde mit dem Quotienten, $\frac{1}{2}$, multiplicirt, kommt $+ x + \frac{1}{4}$, dieß abgezogen, bleibt

Rest $\div\!\!- \frac{1}{4}$

Die gefundene Wurzel $x + \frac{1}{2}$ wäre also genau, wenn die Gleichung noch die bekannte Größe $+ \frac{1}{4}$ enthielte, denn dann würde es sich aufheben und nicht $\div\!\!- \frac{1}{4}$ übrig bleiben. Dieses $\frac{1}{4}$ dürfen wir also nur auf beyden Seiten hinzufügen: $xx + x + \frac{1}{4} = c + \frac{1}{4}$, um die Wurzel $x + \frac{1}{2} = \sqrt{(c + \frac{1}{4})}$ und $x = \sqrt{(c + \frac{1}{4})} \div\!\!- \frac{1}{2}$ zu haben.

Verfahren wir mit der zweyten Gleichung eben so, so finden wir

$$\begin{array}{l|l} xx + ax & x + \frac{1}{2}a \\ \div\!\!- \; xx & \\ \hline 2x + \frac{1}{2}a) \; + ax & \\ \times \frac{1}{2}a = + ax + \frac{1}{4}aa & \end{array}$$

und hätten also $x + \frac{1}{2}a$ zur Wurzel, wenn noch $\frac{1}{4}aa$ zu ax addirt würde, mit welchen sich das abzuziehende heben würde. Addiren wir diese bekannte Größe auf beyden Seiten: so kommt $xx + ax + \frac{1}{4}aa = c + \frac{1}{4}aa$, und die Wurzel ist: $x + \frac{1}{2}a = \sqrt{(c + \frac{1}{4}aa)}$, und $x = \sqrt{(c + \frac{1}{4}aa)} \div\!\!- \frac{1}{2}a$, wo auf einer Seite die unbekannten, und auf der andern die bekannten Größen vorkommen.

Oder: aus S. 273. wissen wir, daß wenn eine zusammengesetzte Größe zum Quadrat erhoben wird:

$$\begin{array}{ll} x + a & 7 + \frac{1}{2} \\ x + a & 7 + \frac{1}{2} \\ \hline x + ax & 49 + 3\frac{1}{2} \\ + ax + aa & + 3\frac{1}{2} + \frac{1}{4} \\ \hline xx + 2ax + aa & 49 + 7 + \frac{1}{4} \end{array}$$

das Quadrat bestehe, aus dem Quadrate beyder Glieder, (x, a; 7, $\frac{1}{2}$, also aus xx, aa; 49, $\frac{1}{4}$) und aus dem Producte beyder doppelt genommen; $x \times a = ax \times 2 = 2ax$; $7 \times \frac{1}{2} = 3\frac{1}{2} \times 2 = 7$. und können also das Fehlende nach dieser Form ergänzen. Wird nun hier $a = \frac{1}{2}$ gesetzt: so ist die Quadratwurzel

$$x + \frac{1}{2} = \sqrt{(49 + 7 + \frac{1}{4})} = \sqrt{56\frac{1}{4}}, \text{ und}$$
$$x = \sqrt{(56\frac{1}{4})} \div\!\!- \frac{1}{2}$$

Verwandeln wir das $\frac{1}{4}$ in einem Decimalbruch und ziehen die Quadratwurzel aus: so kommt:

$$\begin{array}{l|l} \dot{5}\dot{6}'\dot{2}\dot{5} & 7'5 \\ 7 \times 7 = 49 & \\ \hline 725 & \\ 2 \times 7 = 14'5 \quad 725 & \end{array}$$

so

so bekommen wir 7'5 oder $7\frac{1}{2}$ zur Wurzel. Das $\frac{1}{2}$ von oben abgezogen, bleibt der Werth 7 für x

§. 220. **Aufgabe.** Ich habe eine Anzahl Ducaten. Wenn ich die Hälfte derselben mit ihren dritten Theil multiplicire, so kommt die Zahl 864. Wie viel sind es? (72).

Es sey ihre Anzahl = x. $\frac{1}{2}$ x mit $\frac{1}{3}$ x multiplicirt, gibt

$$\frac{1}{6} xx = 864$$

$$\times 6 \qquad \times 6$$

$$xx = 5184$$

$$x = \sqrt{5184} \mid 72 \text{ die Zahl der Ducaten.}$$

$$\div 49$$

$$284$$

$$\div 284$$

§. 221. **Aufgabe.** Ein Capital stehet zu 4 vom Hundert auf Zinsen. Werden die fünfmonatlichen Zinsen mit dem Capital multiplicirt, so erhält man zum Product $117041\frac{2}{3}$. Wie groß ist das Capital (2650).

Das Capital sey = x.

Von 100 Capital bekäme ich in 12 Monaten 4 Gulden wie viel von x Capital in 5 Monaten.

Kommen $\frac{20\,x}{1200} = \frac{x}{60}$ Zinsen. (S. 116.)

Diese Zinsen multiplicirt mit dem Capital; also $\frac{x}{60} \times x = \frac{xx}{60}$ sollen eben so viel seyn als $117041\frac{2}{3}$.

Also $\frac{xx}{60} = 117041\frac{2}{3}$

$$\times 60 \qquad \times 60$$

$$\sqrt{xx} = 7022500 \mid 2650 = x \text{ die Summe des Capitals.}$$

$$4$$

$$46 \quad 302$$

$$276$$

$$525 \quad 2625$$

$$2625$$

$$00$$

§. 222.

§. 222. Aufgabe. Jemand kauft einige Stücke Tücher zu gleichen Preisen für 60 Thaler. Hätte derselbe für diese Summe drey Stücke mehr bekommen, so wäre jedes Stück um einen Thaler wolfeiler gewesen. Wie viel Stück Tücher hat er gekauft? (12 Stücke).

Die Zahl der Tücher sey = x der Preis = p, so ist

1) x p = 60. Wären es 3 Stück mehr, also x + 3, und um einen Thaler wohlfeiler, also zu . . . . p ÷ 1, so hätten sie, die Stücke mit dem Preis multiplicirt . ÷ x ÷ 3

+ x p + 3 p

2) x p ÷ x + 3 p ÷ 3 gekostet. Dieß soll nun ebenfalls = 60 oder = x p seyn. Also

x p ÷ x + 3 p ÷ 3 = x p

3 p = x + 3

$p = \frac{x}{3} + 1$. Nun ist aus der Gleichung x p = 60,

$p = \frac{60}{x}$; also $\frac{60}{x} = \frac{x}{3} + 1$

$60 = \frac{xx}{3} + x$

Dazu die Ergänzung zum Quadrat 180 = xx + 3 x

$+ 2\frac{1}{4} \qquad + 2\frac{1}{4}$

$182{,}25 = xx + 3x + 2\frac{1}{2}$

Die Wurzel = 13'5. ÷ 1

82 = x + $1\frac{1}{2}$ (= 1'5)

2/3 69

2/6/5 1325

1325

$13\frac{1}{2} = x + 1\frac{1}{2}$

Die Zahl der Stücke 12 = x.

§. 223.

§. 223. Es verkaufte jemand eine Waare zu 144 Gulden, und gewann dabey eben so viel Procent, als ihn dieselbe gekostet hatte. Wie theuer hat er sie gekauft? (80)

Vom 100 gewann er x Procent wie viel von x Gulden $= \frac{xx}{100}$. Diese gewonnenen Procente mit dem Ankaufspreis (x) betragen 144; also:

$$\frac{xx}{100} + x = 144$$

$$xx + 100x = 14400$$

Als Ergänzung . . $+ 2500, + 2500$

$$\sqrt{xx + 100x + 2500} = \sqrt{16900}$$

$$x + 50 = 130$$

$$\div 50 \quad \div 50$$

$$x = 80 \text{ der Ankaufspreis.}$$

§. 224. Aufgabe. Welche Zahlen haben die Summe 41 (= a) und ihre Quadrate zur Summe 901 (= b.)? (15; 26)

1) $x + y = a$

$x = a \div y$

$x; a \div y$

$xx = aa \div 2ay + yy$

2) $xx + yy = b$

$xx = b \div yy$

Die Werthe von xx einander gleich gesetzt.

$b \div yy$

$+ yy \quad + yy!$

$2yy \div 2ay + aa = b.$

$yy \div ay + \frac{1}{2}aa = \frac{1}{2}b$

$\div \frac{1}{4}aa \quad \div \frac{1}{4}aa$

$yy \div ay + \frac{1}{4}aa = \frac{1}{2}b \div \frac{1}{4}aa$

$y = \sqrt{(\frac{1}{2}b \div \frac{1}{4}aa)} + \frac{1}{2}a$

$\frac{1}{2}b = 450\frac{1}{2}$; $\frac{1}{4}aa = aa : 4$, oder $\frac{1}{2}a \times \frac{1}{2}a$; also $\frac{41 \times 41}{4} = 420\frac{1}{4}$;

und

und $\frac{1}{2}$ b $\div$ $\frac{1}{4}$ aa = 450$\frac{1}{2}$ $\div$ 420$\frac{1}{4}$ = 30$\frac{1}{4}$, oder 30'25. Die Quadratwurzel davon 5'5 oder 5$\frac{1}{2}$. Dazu $\frac{1}{2}$ a = 20$\frac{1}{2}$, kommen 26 für die eine, und 41 $\div$ 26 = 15 für die andere Zahl.

§. 225. Aufgabe. **Welche Zahlen haben den Unterschied 8 und zur Summe ihrer Quadrate 544? (12; 20)**

$$\frac{x \div y = 8 = d;\quad xx + yy = 544 = f}{x = d + y \qquad x = \sqrt{(f \div yy)}}$$

$$\frac{d + y = \sqrt{(f \div yy)}}{yy + 2dy + dd = f \div yy}$$

zum Quadrat erhoben:

$$\frac{2yy + 2dy + dd = f}{yy + dy + \frac{1}{2}dd = \frac{1}{2}f}$$

$$\frac{\div \frac{1}{4}dd \qquad \div \frac{1}{4}dd}{y + \frac{1}{2}d = \sqrt{(\frac{1}{2}f \div \frac{1}{4}dd)}}$$

$$y = \sqrt{(\tfrac{1}{2}f \div \tfrac{1}{4}dd)} \div \tfrac{1}{2}d$$

$$\sqrt{\left(\frac{544}{2} \div \frac{8 \times 8}{4}\right)} \div \tfrac{8}{2}$$

$$\sqrt{(272 \div 16)} \div 4$$

$\sqrt{256} = 16 \div 4 = 12$ der Werth von y

$$x \div 12 = 8$$

$$x = 20.$$

Leichter hätten wir dieß also finden können:

Wenn die kleinere Zahl x ist, so ist die größere um den Unterschied mehr, also x + 8 oder x + d. Das Quadrat von jener ist dann xx, von dieser xx + 2 d x + dd, und beyder zusammen:

$$\frac{2xx + 2dx + dd = f}{xx + dx + \frac{1}{2}dd = \frac{1}{2}f}$$

$$\frac{\div \frac{1}{4}dd;\ \div \frac{1}{4}dd}{xx + dx + \frac{1}{4}dd = \frac{1}{2}f \div \frac{1}{4}dd}$$ wie oben.

Das

Das Berechnen der geometrischen Reihen.

§. 226. Aus S. 95. wissen wir, daß eine geometrische Reihe um das mehrfache oder gleichfache von Glied zu Glied zu oder abnimmt:

2, 6, 18, 54, 162, 486, 1458 ꝛc.
1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{16}$, $\frac{1}{32}$, $\frac{1}{64}$ ꝛc.

Oder allgemein a, e a, e e a, e^2 a, e^4 a, e^5 a etc., wo e, der Exponent, eine ganze Zahl oder ein Bruch seyn kann.

Obige Reihe in Ziffern stände dann auch so:

$2; 2\times3^1; 2\times3^2; 2\times3^3; 2\times3^4; 2\times3^5$, ꝛc.

Zahl der Glieder: 1 . 2 . 3 . 4 . 5 . 6 . ꝛc.

Betrachten wir diese Reihen, so sehen wir, daß das zweyte Glied entstehet aus dem Product des ersten mit dem Exponenten; das dritte aus dem Product des ersten Gliedes mit dem Exponenten in zweyter Potenz (mit dem Quadrat desselben); das vierte in dritter Potenz u. s. w., also immer nur eine Potenz weniger, als die Zahl der Glieder ist. Haben wir also 6 Glieder, so ist die Potenz des Exponenten $6 \div 1 = 5$ (und es sind also 5 gleiche Factoren mit einander zu multipliciren).

Das 11te Glied unserer Reihe wäre dann $a e^{11} \div 1 = a e^{10}$, oder 2×3^{10}.

Erheben wir 3 auf die zehnte Potenz: so kommt 59049 ($= e^{10}$); diese mit 2 ($= a$) multiplicirt, 118098 ($= a e^{11} \div 1$) für das letzte Glied.

Wenn nun die Zahl der Glieder $= n$ ist, so hat das letzte Glied $n \div 1$ zur Potenz, und wenn wir dasselbe $= Z$ setzen, so ist $Z = a e^n \div 1$.

§. 227. Aus dieser Gleichung können wir nun, wie bey der arithmetischen Reihe (S. 109), aus drey bekannten Größen die vierte unbekannte finden.

I. $Z = a\,e^{n} \div 1$; II. $a = \frac{Z}{e^{n} \div 1}$; III. $e = \sqrt[n \div 1]{\frac{Z}{a}}$; IV. $n = \frac{\text{Log.}Z \div \text{Log.}a}{\text{Log. e}} + 1$

I. Regel. Das letzte Glied (Z, 486) einer geometrischen Reihe wird gefunden, wenn man den Exponenten (e, 3) in die Potenz der Zahl der Glieder weniger Eins erhebt ($e^{n} \div 1$, $3^{6} \div 1 = 3^{5} = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 243$) und sie mit dem ersten Gliede (a, 2) multiplicirt ($a \times e^{n} \div 1 = a \times 3^{6} \div 1$, $243 \times 2 = 486$).

In unserer abnehmenden Reihe ist $a = 1$, $e = \frac{1}{2}$, $n = 7$; also $a\,e^{n} \div 1 = 1 \times \frac{1}{2}^{7} \div 1 = 1 \times \frac{1}{2}^{\cdot 6}$. Erheben wir $\frac{1}{2}$ zur 6ten Potenz, oder multipliciren wir es 5 mal mit sich selbst, so kommt $\frac{1}{64} \times 1 = \frac{1}{64}$, als letztes Glied.

II. Das erste Glied (a, 2) wird gefunden, wenn das letzte Glied (Z, 486) getheilt wird durch den Exponenten (e, 3) auf die Potenz erhoben, welche der um Eins verminderten Zahl der Glieder ($n \div 1$, $6 \div 1$) gleich kommt.

Also $a = \frac{Z}{e^{n} \div 1}$, $a = \frac{486}{3^{5}} = \frac{486}{243} = 2$. Und $a = \frac{1}{64} : \frac{1}{2}^{7} \div 1 = \frac{1}{64} : \frac{1}{64} = 1$.

III. Der Exponent (e, 3, $\frac{1}{2}$) wird gefunden, wenn aus dem Quotienten des letzten Gliedes, getheilt durch das erste ($486 : 2 = 243$), die Wurzel der um eins verminderten Zahl der Glieder ($n \div 1 = 6 \div 1 = 5$) auszieht.

$e = \sqrt[n \div 1]{\frac{Z}{a}}$, $\sqrt[6 \div 1]{\frac{486}{2}} = \sqrt[5]{243}$. Der Logarithmus von 243 ist 2' 38561; theilen wir diesen durch 5, so kommt der Log. 0' 47712, welcher der Zahl 3 zukommt. Und $e = \sqrt[7 \div 1]{\frac{1}{64}} = \sqrt[6]{\frac{1}{64}} = \frac{1}{2}$.

IV.

IV. Die Zahl der Glieder (n, 6) wird gefunden, wenn man von dem Logarithmus des letzten Gliedes (Z, 486) den Log. des ersten (a, 2) abzieht, den Rest durch den Log. des Exponenten (e, 3) theilt, und zu dem Quotienten 1 addirt.

Der Log. Z = 486 ist 2' 68664
Der Log. a = 2 ist 0' 30104

Log. Z ÷ Log. a = Log. 486 ÷ L. 2 = 2' 38560 | Gibt 5 z. Quotienten.
Der Logarithmus e = Log. 3 ist 0' 47712

Damit getheilt, und das Product des Divisors mit dem Quotienten abgezogen, geht auf und gibt 5 als Quotient. × 5 — Dazu 1 addirt — 2' 38560 kommt n = 6.

§. 228. Aufgabe. Die Summe einer geometrischen Reihe zu finden.

Setzen wir die Summe einer geometrischen Reihe = S, so ist

$$S = a + ae + aee \ldots + ae^{n \div 2} + ae^{n \div 1}$$

Multipliciren wir diese mit dem Exponenten e, so kommt:

$$Se = ae + aee + aeee \ldots + ae^{n \div 1} + ae^{n}$$

Davon obige abgezogen: $\div\ S = a + ae + aee + aeee \ldots + ae^{n \div 1}$

bleibt: $Se \div S = \div a + ae^{n}$

Oder: $(e \div 1)\ S = ae^{n} \div a$

V. Formel: $S = \frac{ae^{n} \div a}{e \div 1}$ für die Summe.

Oder, um dieß mit Zahlen nachzubilden:

$S = 2 + 6 + 18 + 54 + 162 + 486$

× mit e = 3 $\quad 3S = 6 + 18 + 54 + 162 + 486 + 1458$

ab obige S = $\quad S = 2 + 6 + 18 + 54 + 162 + 486$

$3S \div S = \div 2 + 1458$

$(3 \div 1)\ S = \frac{1458 \div 2}{3 \div 1} = \frac{1456}{2} = 728$ die Summe.

Oder: $S = 2 + 2.3 + 2.3^2 + 2.3^3 + 2.3^4 + 2.3^5$

$\times e = 3 \quad \times 3$

$3S = \quad 2.3 + 2.3^2 + 2.3^3 + 2.3^4 + 2.3^5 + 2.3^6$

$\div S = \quad S = 2 + 2.3 + 2.3^2 + 2.3^3 + 2.3^4 + 2.3^5$ diese abgezogen.

$3S \div S = \div 2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad + 2.3^6$

$$S = \frac{2.3^6 \div 2}{3 \div 1}$$

V. Regel. Die Summe einer geometrischen Reihe wird gefunden, wenn der Exponent (e) in die Potenz der Zahl der Glieder (n) erhoben (e^n) mit dem ersten Gliede multiplicirt ($a e^n$), und von dem Producte das erste Glied abgezogen ($a e^n \div a$) und der Rest durch den um Eins verminderten Exponenten ($e \div 1$) getheilt wird $\left(\frac{a e^n \div a}{e \div 1}\right)$.

Da das letzte Glied $= a e^{n \div x}$, und wenn man es mit dem Exponenten e multiplicirt, $= a e^n$ wird: so können wir die Regel auch so ausdrücken:

Man multiplicire das letzte Glied (486) mit dem Exponenten (3); ziehe vom Product ($486 \times 3 = 1458$) das erste Glied (2) ab ($1458 \div 2 = 1456$), und theile den Rest durch den um Eins verminderten Exponenten $\left(\frac{1456}{3 \div 1} = \frac{1456}{2} = 728\right)$.

Nehmen wir unsere abnehmende Reihe an, so stehet die Summe:

$$S = \frac{\left(\frac{1}{64} \times \frac{1}{2}\right) \div 1}{\frac{1}{2} \div 1} = \frac{\frac{1}{128} \div 1}{\div \frac{1}{2}} = \div \frac{127}{128} : \div \frac{1}{2} = + \frac{254}{128} = 1\frac{126}{128} = 1\frac{63}{64}$$ die Summe.

§. 229. Aufgabe. Der Lieutenant Beyer verkaufte 1717 zu Leipzig an J. C. von Eckberg ein Pferd unter der Bedingung, daß er ihm dafür in 24 Stunden gebe: in der ersten Stunde 1 Pfennig, in der zweyten 2, in der dritten 4, in der vierten 8 Pfennige, und so jede folgende Stunde zweymal so viel als in der vorhergehenden. Als die Summe berechnet wurde, kam es zur Klage, denn sie beträgt 58249 Thaler.

Das

Das erste Glied der geometrischen Reihe ist hier 1 (Pfennig, a), der Exponent, oder die Zahl um welches jedes Glied vervielfacht wurde (e) 2, die Zahl der Glieder 24 (= n); also das letzte Glied, die Summe der Pfennige, die er in der 24igsten Stunde zu zahlen gehabt hätte $(a e^{n} \div 1)\ 1 \times 2^{24} \div 1 = 2^{24}$, und die Summe $\left(\frac{a e^{n} \div a}{e \div 1}\right) = \frac{1 \times 2^{24} \div 1}{2 \div 1} = \frac{2^{24} \div 1}{1} = 2^{24} \div 1$. Erheben wir nun 2 zur 24igsten Potenz, so kommen 16778854, davon 1 abgezogen, bleiben 16778853 Pfennige als Summe.

Wäre die Bedingung so gestellt, daß er blos die 32 Hufnägel des Pferdes bezahlt haben wolle, und zwar für den ersten 1, für den zweyten 2, für den dritten 4 Pfennige, und so immer das Doppelte bis zum 32igsten Nagel: so wäre dieser, als letztes Glied bezahlt worden mit $2^{31} = 2147483648$, die Summe dann 4294967295 Pfennige, oder 14913080 Thaler 21 Groschen 3 Pfennige.

§. 230. **Aufgabe. Jemand setzt 6 Pfennige in die Lotterie, und da er nicht gewinnt, so setzt er das zweytemal 1 Groschen 6 Pfennige, das drittemal 4 Gr. 6 Pfenn. u. s. f.; also bey jedem folgenden Einsatz dreymal so viel, als bey dem vorhergehenden. Wie viel wird er das zwölftemal gesetzt haben, und wie viel muß er gewinnen, um seine Einsätze zu erhalten?**

(Das zwölftemal gesetzt Thaler 3690 : 13 Gr. 6 Pf. Alle Einsätze betragen 5535 Thaler 20 Groschen).

Nach I. (S. 288) ist das letzte Glied, Z, $= a e^{n} \div 1$. Nun ist hier das erste Glied 6, der Exponent, um welchem jedes folgende vervielfacht wird, 3 (denn der erste Einsatz ist 6, der 2te 18, der 3te 54 Pfennige u. s. w.); die Zahl der Einsätze oder Glieder $n = 12$; also $Z = 6 \times 3^{12} \div 1 = 6 \times 3^{11}$. Wird 3 zur eilften Potenz erhoben, kommen 177147 Pfennige. Diese mit 6 multiplicirt und das Product zu Groschen und Thalern gebracht: $\frac{177147 \times 6}{12 \times 4 \times 6}$ (der Thaler = 24 Groschen $= 4 \times 6$, so heben sich beyde 6, also) 177147 getheilt durch 48, kommen $3690\frac{9}{16}$ **Thaler, als letzter Einsatz.**

Die

Die Summe ist nach V. (S. 289) $= \frac{a\,e^n \div a}{e \div 1}$.

Das gefundene letzte Glied ist Thaler $3690\frac{9}{16} = a\,e^n \div 1$

Multiplicirt . . . . . $3 = e$, dem Exponenten.

$11071\frac{11}{16} = a\,e^n$

Ab das erste Glied 6 Pf. $= \frac{1}{48}$ Thaler $\div \frac{1}{48} = \div a$

Getheilt durch $3 \div 1 = 2$. $11071\frac{32}{48} = a\,e^n \div a$

Kommt die Summe aller Einsätze = Thaler $5535\frac{40}{48}$ (20Gr.) $= \frac{a\,e^n \div a}{e \div 1}$.

§. 231. Aufgabe. Es säete Jemand eine Metze Weitzen aus, und verwandte die ganze Ernte zur Aussaat. Im zehnten Jahre erntete derselbe 1048576 Metzen. Wie viel mal hat sich im Durchschnitt die Aussaat bey jeder Ernte vermehrt? (4 mal).

Hier ist das erste und letzte Glied und die Zahl derselben (10 Jahre) gegeben, und wir haben nur das Gesetz der Vermehrung der Glieder, den Exponenten e, zu suchen.

Nach III. ist $e = {}^n \div \sqrt[1]{\frac{Z}{a}}$, also: $e = {}^{10} \div \sqrt[10]{\frac{1048576}{1}} = \sqrt[10]{1048576} = 4$.

Da die Logarithmen für so große Zahlen in den Tafeln nicht zu finden sind, so muß man sie berechnen. Leichter ist es aber, wo es angehet, sie in Factoren zu zerlegen. Theilen wir diese Zahl durch 16 (4 und 4), so kommt 65536,

deren Log. schon in den Tafeln stehet	= 4'8164799
Dazu den Log. von 16	= 1'2041200
Also von 1048576	= 6'0205999
Diesen durch 10 getheilt, oder eine Decimalstelle zurück .	= 0'6020599

welcher der Zahl 4 zukommt.

Von

Von der Zins- und Rentenrechnung.

§. 232. Wenn wir 10,000 Gulden zu 5 vom Hundert verleihen, so haben wir nach dem ersten Jahre 500 Gulden Zins zu erhalten. Ueberlassen wir diesen Zins dem Schuldner als neues Capital, oder verleihen es anderswo zu gleichen Procenten: so haben wir am Ende des zweyten Jahres an Zins zu bekommen 500 und 25 = 525, und an Capital 10000 + 500 = 10500, und an Capital und Zinsen 11025. Lassen wir diese Zinsen auf gleiche Art stehen, so erhalten wir im

dritten Jahre von dem Capital von	10000 Gulden	500,	3 Jahre =	1500
von dem ersten . . .	500 . . .	25,	2 Jahre =	50
von dem zweyten . . .	500 . . .	25,	1 Jahr =	25
von dem dritten . . .	25 . . .	1¼,	1 Jahr =	1¼
Sämmtliche Zinsen				1576¼ Gulden.
Dazu das ursprüngliche Capital				10000
So hat man am Ende des dritten Jahres an Capital und Zins von Zinsen				11576¼ Gulden.

Eine solche Berechnung der Vermehrung einer verliehenen Summe durch Hinzufügung der Zinsen zum Capital für eine bestimmte Zeit, wird Zinseszinsrechnung, doppelte, oder zusammengesetzte Zins- oder Interessen-Rechnung, auch Zins auf Zins-Rechnung, und Anatocismus genannt.

§. 233. Nun sind hier zwey Fälle möglich: wir können entweder zu wissen verlangen, wie viel der Zins allein für eine bestimmte Zeit betrage; oder wie viel Capital und Zinsen zusammen betragen.

Fragen wir, wie viel die einfachen Zinsen, und wie viel die Zinses-Zinsen von 1000 Gulden zu 5 Procent in 4 Jahren betragen: so stehet die Rechnung also:

I. Einfache Zinsen.

Wir bekommen von 100 Capital 5 als Zins in einem Jahre; wie viel von 1000 Capital?

Kommen auf 1 Jahr 50; auf 4 Jahre 4 mal 50 = 200 einfacher Zins.

Oder, nach S. 117: Für 100 erhalte ich in 1 Jahr } 5, { was für 1000 in 4 Jahren?

II. Zinses-Zinsen.

100 — 5 — 1000? 1tes Jahr 50
100 — 5 — 1050? 2tes Jahr $52\frac{1}{2}$
$+ 52\frac{1}{2}$
100 — 5 — $1102\frac{1}{2}$?
5
55|$12\frac{1}{2}$. 3tes Jahr $55\frac{1}{8}$
$1102\frac{1}{2} + 55\frac{1}{8} = 1157\frac{5}{8}$
100 — 5 — $1157\frac{5}{8}$
5
57|$88\frac{1}{8}$. 4tes Jahr $57\frac{7}{8}$
Summe der Zinsenzinsen $215\frac{1}{2}$

Im andern Fall, wenn wir die Summe des Capitals und Zinsen für eine gegebene Zeit wissen wollen:

I. Für 100 Capital erhalten wir am Ende des Jahres mit Capital und Zinsen 105, was für 1000?

Kommen $\frac{105 \times 1000}{100} = 1050$, für Capital und Zinsen.

II. Oder für 100 Capital erhalten wir in 4 Jahren } 120 { was für 1000 in 4 Jahren?

Kommen 1200 für Capital und Zinsen.

§. 234. Aufgabe. Wie viel betragen 1000 Gulden Capital mit Zinseszinsen zu 5 vom Hundert nach 4 Jahren?

Wir wollen dieß auf verschiedene Arten berechnen, und unten erläutern.

I. 100 — 105 — 1000? kommen 1050 im ersten Jahre.
100 — 105 — 1050? kommen $1102\frac{1}{2}$ im zweyten Jahre.
100 — 105 — $1102\frac{1}{2}$? kommen $1157\frac{5}{8}$ im dritten Jahre.
100 — 105 — $1157\frac{5}{8}$? kommen $1215\frac{8}{16}$ im vierten Jahre.

II. 1) $100 - 105 - 1000 = \frac{105}{100} \times 1000 = 1 + \frac{5}{100} = (1 + \frac{1}{20}) \times 1000 = 1000 + \frac{1000}{20} = 1000 + 50 = 1050$ fürs erste Jahr.

2) $(1 + \frac{1}{20}) \times 1050 = 1050 + \frac{1050}{20} = 1050 + 52\frac{1}{2} = 1102\frac{1}{2}$ fürs 2te Jahr.

3) 1102'5, $1 + \frac{1}{20}$ mal genommen, heißt $\frac{1}{20}$ dazu addiren.

$+\frac{1}{20} = \underline{55'125}$

1157'625, fürs dritte Jahr.

$+\frac{1}{20} = \underline{57'88125}$

1215'50625, fürs vierte Jahr.

III. 1) $\frac{100 - 105 - 1000}{20 - 21 - 1000}$

$\frac{21 \times 1000}{20}$ Erstes Jahr.

2) $20 - 21 - \frac{21 \times 1000}{20} = \frac{21 \times 21}{20 \times 20} \times 1000$. Zweytes Jahr.

3) $20 - 21 - \frac{21 \times 21}{20 \times 20} \times 1000 = \frac{21 \times 21 \times 21}{20 \times 20 \times 20} \times 1000$, drittes Jahr.

4) $20 - 21 - \frac{21 \times 21 \times 21}{20 \times 20 \times 20} \times 1000 = \frac{21^4}{20^4} \times 1000$, viertes Jahr.

$\frac{21^4}{20^4} = \frac{21 \times 21 \times 21 \times 21}{20 \times 20 \times 20 \times 20} = \frac{194481}{160000} \times 1000 = \frac{194481}{160.}$ (160 = 4 × 4 × 10,

also $\frac{194481}{4 \times 4 \times 10} = \frac{48620'25}{4 \times 10} = \frac{12155'0625}{10} = 1215'50625$, das vierte Jahr.

Der Ansatz 100 : 105 ist dem gleich: 100 : 100 + 5, und getheilt durch 100, derselbe $1 : 1 + \frac{5}{100} = 1 : 1 + \frac{1}{20}$. Setzen wir nun $\frac{5}{100}$ oder $\frac{1}{20}$, als die Procente = p, und die 1000 Capital = c: so kommt nach II.

IV. Für 100 bekomme ich 100 + 5, oder für 1 bekomme ich $1 + \frac{5}{100}$, was für 1000?

1) $1 - 1 + p - c = c + cp$, das erste Jahr.

2) $1 - 1 + p - c + cp$

$\times\ 1 + p$

$c + cp$

$+ cp + cpp$

$c + 2cp + cpp$, das zweyte Jahr.

3) $1 - 1 + p - c + 2cp + cpp$. Mit 1 multiplicirt, bleibt dieses, also nur dazu addirt das Product von p = $+ cp + 2cpp + cppp$

$c + 3cp + 3cpp + cppp$, das dritte Jahr.

$\times\ p$ $+ cp + 3cpp + 3cppp + cp^4$

$c + 4cp + 6cp^2 + 4cp^3 + cp^4$, das vierte Jahr.

Nun ist dieß in Zahlen = $1000 + 200 + 15 + \frac{1}{2} + \frac{1}{160}$

$= 1215 + \frac{1}{2} + \frac{1}{160}$, gleich obigem.

Nämlich c, das Capital, ist = 1000. —

$4c.p = 4000 \times \frac{1}{20}$ . . . = 200. —

$6c.p^2 = 6000 \times (\frac{1}{20} \times \frac{1}{20} =) \frac{1}{400} = \frac{6000}{400}$ = 15. —

$4c.p^3 = 4000 \times (\frac{1}{20})^3 = \frac{4000}{8000}$ . . = $\frac{1}{2} = \frac{80}{160}$

$c \times p^4 = 1000 \times \frac{1}{160000}$ . . = $\frac{1}{160}$

Summe . . . $1215\frac{81}{160}$

Betrachten wir vorstehenden Ausdruck der Zinseszinsen, so finden wir, daß c, das Capital, in allen Gliedern vorkommt, und daß, wenn wir mit c theilen, derselbe also zu stehen kommt, und wieder eine andere Auflösung gibt.

(1 + 4p

$$(1 + 4p + 6p^2 + 4p^3 + p^4).\ c$$
$$= (1 + \tfrac{4}{20} + \tfrac{6}{400} + \tfrac{4}{8000} + \tfrac{1}{160000}) \times 1000$$
$$= (1 + \tfrac{34481}{160000}) \times 1000$$
$$= 1000 + \tfrac{34481}{160} = 1000 + 215'\,50625, \text{ wie oben.}$$

Setzen wir die Einheit, auf welche sich die Zinsen beziehen, 100 = a, das, was wir mit dem Zins am Ende eines Jahres zu fordern haben, 105 = b, das Capital 1000 = c: so erhalten wir von diesem Capitale:

V. 1) von a erhalte ich b — was für c? $= \frac{bc}{a}$, im ersten Jahre.

2) $a - b - \frac{bc}{a} = \frac{bbc}{aa}$, im zweyten Jahre.

3) $a - b - \frac{bbc}{aa} = \frac{b^3 . c}{a^3}$, im dritten Jahre.

4) $a - b - \frac{b^3 . c}{a^3} = \frac{b^4 . c}{a^4}$, im vierten Jahre.

5) $a - b - \frac{b^4 . c}{a^4} = \frac{b^5 . c}{a^5}$, im fünften Jahre u. s. w.

Dieser Ansatz ist dem in III. gleich, und gibt uns eine allgemeine Regel, nach welcher die Zinseszinsen für eine jede Anzahl von Jahren leicht zu berechnen sind. Man siehet, daß die Potenzen von a und b immer der Anzahl der Jahre gleich sind.

Regel. Um den Betrag eines Kapitals mit Zinseszinsen für eine gegebene Anzahl Jahre zu finden, erhebe man das, was man für eine Einheit in einem Jahr zu erhalten hat (den Zinsfuß) zur Potenz, welche der Zahl der Jahre gleich ist, und multiplicire das Kommende mit dem Capital: so gibt das Product das Capital mit Zinseszinsen für dieselben Jahre.

In unserm Beyspiele erhebt man also $\frac{105}{100}$, oder $\frac{21}{20}$, oder $1\frac{1}{20}$, in die vierte Potenz, wie in Nr. III, und multiplicirt das Gefundene mit 1000, dem Capitale.

Will man es durch die Logarithmen berechnen, so ist

der Log. von 105	=	2' 0211893
der Log. von 100	=	2'
Also den Log. von $\frac{105}{100} = 1\frac{1}{20}$ . . .	=	0' 0211893
In die 4te Potenz erhoben, also mit 4 multiplicirt		4
Also $(\frac{21}{20})^4$	=	0' 0847572
Dazu den Log. von 1000	=	3'
Der Log. von $(\frac{21}{20})^4 \times 1000$, also: . .		3' 0847572

Zu welchem man in den Tafeln etwas über $1215\frac{1}{2}$ findet.

Erläuterungen. I. ist an sich verständlich; wir berechnen die Zinsen des Capitals, und sehen sie für jedes folgende Jahr als neues Capital an, für das der Zins, also Zinseszins, berechnet wird. Im

II. **Ansatze** nahmen wir für das Verhältniß 100 : 105, das $1 : 1\frac{17}{20}$, oder $1 : 1 + \frac{1}{20}$, was dasselbe ist; denn wenn wir mit 100 theilen, kommt $1 : 1\frac{5}{100} = 1 : 1 + \frac{1}{20}$. Da 1 nicht theilt, so haben wir das Capital (und Capital und Zinsen) immer mit $1\frac{1}{20}$ zu multipliciren, oder, was dasselbe ist, $\frac{1}{20}$ dazu zu addiren, um von Jahr zu Jahr Capital mit Zinseszinsen zu bekommen. Mit $\frac{1}{20}$ theilen, ist eben so viel, als mit 2 theilen (die Hälfte nehmen) und sie eine Decimalstelle niedriger (zurück) anschreiben. Im

III. **Ansatze** haben wir die Rechnung wie im ersten geführt; aber die Multiplication und Division nicht vollzogen, sondern nur durch Zeichen angedeutet. Aus demselben gehet hervor, daß, um Capital mit Zinseszinsen für das zweyte Jahr zu finden, man das Capital mit dem Bruch $\frac{105 \times 105}{100 \times 100} = \frac{11025}{10000}$ zu multipliciren habe; also $1000 \times \frac{11025}{10000} = \frac{11025}{10} = 1102\frac{1}{2}$; oder $\frac{11025}{10000} = 1 + \frac{1025}{10000} = 1 + \frac{10\frac{1}{4}}{100} \times$ mit $1000 = 1000 + 10\frac{1}{4} \times 10 = 1000 + 102\frac{1}{2} = 1102\frac{1}{2}$. Auch siehet man dort, daß von Jahr zu Jahr jener Bruch $\frac{105 \times 105}{100 \times 100}$ um einen Factor von $\frac{105}{100}$ vermehrt werde, und daß diese der Zahl der Jahre gleich sind. Im

IV.

IV. Ansatze haben wir den zweyten Ansatz in Buchstaben gegeben; theils um besser zu erkennen, wie sich der Zins von Zins bildet; theils um mit der Umwandlung der Buchstaben in Zahlen geübt zu werden.

V. ist abermal gleich dem ersten, und man ersiehet aus den Buchstaben das hervorgehende allgemeine Gesetz.

§. 235. **Aufgabe. Ein Capital von 24536 Gulden werde auf Zinseszinsen zu 3 Prozent ausgeliehen; wie viel ist der Werth nach 20 Jahren?** (44314).

Setzen wir, statt für 100 erhalten wir in einem Jahre 103, für a erhalten wir nach einem Jahre b, was für c? so kommt:

$$\frac{b^{20}}{a^{20}} \times c = \left(\frac{103}{100}\right)^{20} \times 24536.$$

Der Log. von 103 . .	=	2'0128372
von 100 . .	=	2'
Also von $\frac{103}{100} = 1\frac{3}{100}$.	=	0'0128372
	×	20
Also $\left(\frac{103}{100}\right)^{20}$	=	0'2567440
Dazu von 24536 den Log.	=	4'3898038
Also $\left(\frac{103}{100}\right)^{20} \times 24536$	=	4'6465478,

welcher in den Tafeln etwas mehr, als 44314 beträgt.

Folgende Fragen kommen mit vorstehender Aufgabe überein:

1) **Eine Stadt hat 24536 Einwohner, und man findet, daß sich die Zahl derselben jährlich um 3 vom Hundert vermehre: wie groß wird nach 20 Jahren die Zahl der Einwohner seyn?**

2) **Ein Wald wird auf 24536 Klafter Holz geschätzt, und man weiß aus Erfahrung, daß sich derselbe jährlich um 3 Prozent vermehre: wie viel Klafter wird derselbe nach 20 Jahren enthalten? Für beyde kommt obige Zahl, 44314.**

§. 236.

§. 236. **Aufgabe. Aus dem gefundenen Ausdruck (Formel) für die Summe eines Capitals, nach n Jahren mit Zinses-Zinsen, $\frac{b^n}{a^n} \times c = S$, alle einzelnen Größen zu finden, wenn die andern gegeben sind.**

In unserm Beyspiele (S. 297) ist a die Einheit für den Zinsfuß, 100; b diese Einheit mit dem Zins für ein Jahr 100 + 5 oder jedem andern; n sey die Zahl der Jahre; c das Capital; S die Summe, die man nach n Jahren zu fordern hat: so ist, wie wir gefunden haben:

I. $S = \frac{b^n}{a^n} \times c.$

$$\frac{b^n}{a^n} \times c = S$$

Getheilt durch $\frac{b^n}{a^n}$

II. $c = S : \frac{b^n}{a^n}$

$$\frac{b^n}{a^n} \times c = S$$

$$\frac{b^n}{a^n} = \frac{S}{c}$$

$$b^n = \frac{S}{c} \times a^n$$

III. $b = a \times \sqrt[n]{\left(\frac{S}{c}\right)}$

$$\frac{b^n}{a^n} \times c = S$$

$$\frac{b^n}{a^n} = S : c$$

IV. $n = \frac{\text{Log. } S \div \text{Log. } c}{\text{Log. } b \div \text{Log } a.}$

Regel zu II. Das ursprüngliche Capital, c, wird gefunden, wenn man das durch Zinseszinsen vermehrte Capital (S) theilt, durch den Zinsfuß zur Potenz der Zahl der Jahre erhoben $\left(\frac{105^n}{100^n} = \frac{21^n}{20^n} = \left(1\frac{1}{20}\right)^n\right)$.

Regel zu III. Den Zinsfuß, was man für 100 in einem Jahre zu erhalten hat (105, b) zu finden, multiplicirt man die Einheit (100, a) mit der Wurzel, welche der Zahl der Jahre gleich ist, aus dem Quotienten der Summe, getheilt durch das Capital.

Regel zu IV. Die Zahl der Jahre (n) wird gefunden, wenn der Logarithmus des Capitals von dem Log. der Summe abgezogen, und

der

der Rest durch den Log. des Zinsfußes (Log. $b \div a = 105 \div 100 = \text{Log. } 5$) getheilt wird.

§. 237. Aufgabe. Nach einem Testamente sollen einem Erben nach vier Jahren fl. $1215\frac{81}{180}$ ausbezahlt werden; er wünscht das Geld aber gleich zu haben. Wie viel hat man ihm zu geben, wenn zu 5 Procent Zinseszinsen gerechnet werden? (1000).

Man siehet, daß dieß die Aufgabe S. 295. ist. Dort war c gegeben, und wir suchten S; hier ist S gegeben, und wir suchen c.

Nach unserer Regel zu II. S. 300, und nach dem Ausdruck ist

$c = S : \frac{b^n}{a^n}$; oder $c = 1215\frac{81}{180} : \left(\frac{105}{100}\right)^4 \left(= \frac{194481}{160000}\right)$. (Man sehe III. Nr. 3 S. 295); also $1215'50625 : \frac{194481}{160000}$

$\times\ 160000$

$194481000 : 194481 = 1000$, was man gleich dafür geben kann.

§. 238. Aufgabe. 1000 Thaler standen 4 Jahre auf Zinseszins, und man erhielt $1215\frac{81}{180}$ Thaler. Wie hoch ist der Zins gerechnet worden?

(Nach unserer Formel III. (S. 300) eigentlich: Wie viel hat man von 100 am Ende eines Jahres erhalten? (105).

$b = a \sqrt[n]{\left(\frac{S}{c}\right)}$; also: $b = \sqrt[4]{\left(\frac{1215\frac{81}{180}}{1000}\right)} \times 100$

1215'50625, getheilt durch 1000

1'21550625. Die Quadratwurzel ausgezogen, kommt 1'1025.

1

'21

$1 \times 2 = 2,1$ 21

5506

$1'1 \times 2 = 22,0,2$ 4404

110225

2204,5 110225.

Aus

Aus dieser Quadratwurzel wieder die Quadratwurzel ausgezogen, so haben wir die Wurzel aus dem Biquadrat oder der 4ten Potenz.

$$1'1025 \mid 1'05 = \sqrt[n]{\left(\frac{S}{c}\right)}$$
$$1$$
$$1025$$
$$205/\ 1025$$

$1'05 = 1\frac{5}{100} \times 100 = 105$; wir bekamen von 100 nach einem Jahre 105, also ist der Zins 5 Procent.

§. 239. Aufgabe. Von 1000 Thalern bekommen wir mit Zinseszinsen zu 5 vom Hundert $1215\frac{81}{160}$; wie lange ist jenes Capital gestanden? (4 Jahre = n).

Nach IV. ist $n = \frac{\text{Log. S} \div \text{Log. c.}}{\text{Log. b} \div \text{Log. a.}}$ Also Log. $\frac{1215\frac{81}{160} \div \text{Log. 1000}}{\text{Log. 105} \div \text{Log. 100}}$

Nun ist von $1215\frac{81}{160}$ der Log. = 3'08476
von 1000 . . = 3'
0'08476

Der Log. von 105 = 2'02119
von 100 = 2'
0'02119, kommen 4 Jahre.

Durch diesen, jenen getheilt × 4
8476.

§. 240. Aufgabe. Auf ein Landgut bieten zwey. A will gleich baar 4500 Thaler dafür geben; B 6400 nach 10 Jahren zahlbar. Wenn der Zins zu 5 vom Hundert gerechnet wird, wie viel würden diese jetzt werth seyn? (3941).

Hier wird also das Capital gesucht, das mit Zinseszins nach 10 Jahren 6400 einbringt.

Also nach S. 300: ist $C = S : \frac{b^n}{a^n} = 6400 : \left(\frac{105}{100}\right)^{10}$.

Der

Der Log. von 105 ÷ Log. 100 ist . . . = 0'0211893
Mit 10 multiplicirt . . . . . = 0'2118930
Diesen abgezogen von dem Log. von 6400 = 3'8075350

bleibt Log.: 3'5956420, welchen die Zahl 3941 hat. Das baare Anbieten ist also vorzuziehen.

§. 241. **Aufgabe. Ein Wucherer fordert für 300 Gulden, welche er einem Geldbedürftigen leihet, eine Schuldverschreibung von 600 Gulden in 5 Jahren zahlbar: wie viel Procente hat er dadurch bekommen?** (15).

Nach III. $b = 100 \times \sqrt[5]{\frac{600}{300}} = 100 \times \sqrt[5]{2}$. Der Log. von 2 = 0'30103
Getheilt durch 5 = 0'06020
Dazu Log. von 100 = 2'
2'06020,

welcher nicht ganz 115 gibt, die auf 100 jedes Jahr kommen; also 15 Procente.

§. 242. **Aufgabe. Ein Vater legt bey der Geburt seines Sohnes 1000 Gulden auf Finseszins zu 5 Procent, und thut noch jährlich 100 Gulden dazu. Wie viel wird derselbe in seinem 25igsten Jahre zu erhalten haben?** ($8159\frac{1}{10}$).

Nach S. 297 erhält er am Ende des
1ten Jahres $\frac{21}{20}$ c; dazu 100 = m, also sind es dann $\frac{21}{20}$ c + m, diese sind im
2ten Jahr $(\frac{21}{20})^2 \times c + \frac{21}{20} m + m$; im
3ten Jahr $(\frac{21}{20})^3$. $c + (\frac{21}{20})^2 m + \frac{21}{20} m + m$. — Und also nach
25 Jahren $(\frac{21}{20})^n$ $c + (\frac{21}{20})^n \div^1 m + (\frac{21}{20})^n \div^2 m + (\frac{21}{20})^n \div^3 m +$
$+ (\frac{21}{20})^n \div^4 m$ . . . . + m.

1) Die 1000 Gulden stehen 25 Jahre, und werden also $(\frac{21}{20})^{25} \times 1000$.

Wenn wir den Log $\frac{21}{20}$ = 0'0211893, mit 25 multipliciren, oder um zwey Decimalstellen vorrücken u. durch 4 theilen ($\frac{100}{4} = 25$), kommt: 2' 11893 / 0'5297325

Dazu den Log. von 1000 = 3'

3'5297325, welcher also nicht ganz 3386$\frac{4}{5}$ Gulden, als Capital mit Zinseszinsen in 25 Jahren von 1000 Gulden, beträgt.

2) Die einzelnen Zulagen bilden dann, wie man siehet, eine geometrische Reihe:

$100 + (\frac{21}{20})\,m + (\frac{21}{20})^2\,m + (\frac{21}{20})^3\,m \ldots + (\frac{21}{20})^{25} \div^{x} m$, deren Summe,

$$S = \frac{a\,e^n \div a}{e \div 1}$$, nach S. 289, und hier angewendet:

$$S = \frac{m\,(\frac{21}{20})^{25} \div m}{\frac{21}{20} \div 1} = 100\,\frac{\times\,(\frac{21}{20})^{25} \div 100}{\frac{1}{20}}.$$

Der Logarithmus von $\frac{21}{20}$ in der 25igsten Potenz ist, wie wir eben fanden:

0'5297325,

dazu den Log. von 100 = 2'

kommt für $100 \times (\frac{21}{20})^{25}$ = 2'5297325, welcher die Zahl 338'64 hat.

Davon ab (m=) 100

238'64. Dieß getheilt durch $\frac{1}{20}$, also multiplicirt mit 20

4772'8, als die Summe aller Zulagen mit Zinseszins. Dazu dasselbe von 1000 Gulden, das wir oben fanden 3386'4

beträgt das Ganze 8159$\frac{1}{5}$ Gulden in 25 Jahren.

§. 243. **Aufgabe.** Ein Capitalist hat 100000 Gulden zu 5 Procent ausstehen, und erhält also jährlich 5000 Zins. Er braucht aber 6000, und läßt sich daher 1000 Gulden jährlich zurück zahlen. In wie viel Jahren wird dieß Capital verzehrt seyn? (In 36 Jahren, 8 Monaten u. 20 Tagen).

Wir

Wir haben hier eine **abnehmende** Reihe. Am Ende des **ersten** Jahres hat derselbe an Capital und Zinsen $\frac{21}{20} \times 100000 \div 1000$ oder $(\frac{21}{20})\,c \div m$. Im **zweyten** Jahre stehen nur $\left(\frac{21.^2}{20^2}\right) c \div \frac{21}{20} m \div m$, u. s. w.

Setzen wir nun die Jahre, die das Capital zu stehen hat, und die gesucht werden = n, so vermehrt sich dasselbe auf $(\frac{21}{20})^n \times c$. Die jährlich zurückbezahlten 1000 Gulden und die Zinsen (5000) mit ihren Zinseszinsen gehen nun von diesen ab, also jährlich 6000. Die Summe dieser Reihe:

$$m + m\,\tfrac{21}{20} + m\,(\tfrac{21}{20})^2 + m\,(\tfrac{21}{20})^3 \ldots m\,(\tfrac{21}{20})^n \div 1$$

ist also von $(\frac{21}{20})^n\,c$ abzuziehen, und der Rest, da das Ganze verzehrt seyn soll, muß Null seyn; beyde sollen sich aufheben oder einander gleich seyn.

Die Summe dieser Reihe ist, wenn wir die im §. 228. gefundene Formel: $S = \frac{a\,e^n \div a}{e \div 1}$ anwenden, $\frac{6000 \times (\frac{21}{20})^n \div 6000}{\frac{21}{20} \div 1\ (= \frac{1}{20})}$.

Da mit $\frac{1}{20}$ dividiren so viel heißt, als mit 1 dividiren und mit 20 multipliciren: so kommt $120000\,(\frac{21}{20})^n \div 120000$, dieß soll nun gleich seyn mit $(\frac{21}{20})^n \times c$; also (da $c = 100000$), so ist:

$$\frac{120000\,(\frac{21}{20})^n \div 120000 = (\frac{21}{20})^n \cdot 100000}{120000\,(\frac{21}{20})^n = (\frac{21}{20})^n \cdot 100000 + 120000}$$

$$\frac{120000\,(\frac{21}{20})^n \div 100000\,(\frac{21}{20})^n = 120000}{(120000 \div 100000)\,\frac{21}{20}^n = 120000}$$

$$\frac{20000\,(\frac{21}{20})^n = 120000}{(\frac{21}{20})^n = 6}$$

$$n = \frac{\text{Log. } 6}{\text{Log. } \frac{21}{20}}.$$

Nun ist der Log. von 6 = o'77815

der Log. von $\frac{21}{20}$ = o'02119; und es kommen, dann durch 2119 getheilt 77815, 36'722 Jahre.

Werden die $\frac{722}{1000}$ Jahre mit 12 multiplicirt, so erhält man 8 Monate, und der Rest der Monate $\frac{664}{1000}$, mit 30 zu Tagen, noch 20 Tage.

§. 244. Aufgabe. Eine allgemeine Formel für alle diese Fälle zu finden.

Ein Capital C stehet n Jahre auf Zinseszinsen, und wird jedes Jahr durch die Summe m vermehrt oder vermindert; wie viel wird der Werth nach Verlauf der Zeit seyn?

Setzen wir den Zinsfuß = e, den künftigen Werth von C = W, und den von m = w, so ist $W = C \times e^n$. §. 242. Der Werth von w ist die geometrische Reihe.

$$w = m \cdot e^n \div 1 + m \cdot e^n \div 2 \ldots + b;$$

und die Summe (§. 228.) $= \frac{m \cdot e^n \div m}{e \div 1}$.

1) Daher $W + w = C \cdot e^n + \frac{m \cdot e^n \div m}{e \div 1}$

2) und $W \div w = C \cdot e^n \div \left(\frac{m \cdot e^n \div m}{e \div 1}\right)$.

§. 245. Aufgabe. 3254 Gulden (C) stehen auf Zinseszinsen zu 5 Procent ($\frac{105}{100} = 1 + \frac{1}{20} = e$), und werden jährlich um 600 Gulden (= m) vermehrt: wie groß wird der gesammte Werth (W + w) nach 10 Jahren (= n)? ($12847\frac{1}{2}$).

Nach oben (§. 244.) also: $W + w =$

$$3254 \times \left(\tfrac{21}{20}\right)^{10} + \underbrace{\frac{600 \times \left(\tfrac{21}{20}\right)^{10} \div 600}{\tfrac{21}{20} \div 1 = \tfrac{1}{20}}}_{(\times 20)} = 3254 \left(\tfrac{21}{20}\right)^{10} + 12000 \cdot \left(\tfrac{21}{20}\right)^{10} \div 12000.$$

Log. $\left(\frac{21}{20}\right)^{10}$ =	0'2118930	Log. $\left(\frac{21}{20}\right)^{10}$ =	0'2118930
+ Log. 3254 =	3'5124175	Log. 12000 =	4'0791812
	3'7243105	Log.	4'2910742
Gibt W =	5300'4	Hat die Zahl:	19546'8
Dazu w =	7546'8	Ab:	12000
W + w =	12847'2 Gulden.	w =	7546'8

§. 246.

§. 246. Aufgabe. 15467 Thaler stehen zu 5 Procent auf Zinseszinsen, und am Ende jedes Jahres werden 600 Thaler abbezahlt: wie viel wird man nach 10 Jahren noch zu fordern haben? ($17647\frac{1}{5}$).

Hier ist W ÷ w zu suchen. (§. 244.)

W ist, nach der vorigen Aufgabe:

15467 × $(\frac{21}{20})^{10}$. = 0' 2118930, der Log. von $(\frac{21}{20})^{10}$
und der Log. von 15467 = 4' 1894061

4' 4012991. Diesen Log. hat die Zahl 25194, also = W. In der letzten Aufgabe haben wir gefunden . . . . . 7546'8, als Werth von w, welcher aber hier abzuziehen ist: . . . . . 17647'2 = W ÷ w.

Rechnungen dieser Art haben eine größere Anwendung, als man glauben möchte. Auch sie gründen sich auf die Jahr- oder Zeitrenten (Annuitäten), die Leibrenten, Tontinen, u. a.

Von dem Versetzen, Verbinden, und Zusammenstellen mehrerer Dinge.

§. 247. Gegebene Dinge versetzen (permutiren), heißt ihnen die verschiedenen Stellungen geben, die sie neben einander haben können.

Die Zahlen: 1, 2; die Buchstaben a, b; zwey Personen, geben nur zwey Versetzungen: 1. 2, 2. 1; ab, ba; die zweyte Person, zur rechten und zur linken Seite der ersten. Kommt ein dritter Gegenstand (Element) hinzu, so sind sechs Versetzungen möglich: 123, 132, 213, 231, 312, 321;
abc, acb, bac, bca, cba, cab.

Kommt nämlich zu den zwey möglichen Versetzungen zweyer Dinge ab, ba, 12, 21, ein drittes, c, 3, hinzu, so kann dasselbe in jeder dieser zwey Versetzungen (ab, ba) drey Stellen einnehmen, vorn, in der Mitte, hinten;

(in

(in ab: cab, acb, abc; in ba: cba, bca, bac), es sind also 3 mal 2 = 6 Versetzungen möglich. Kommt zu diesen drey Gegenständen ein vierter, d, so kann dieser, wie man siehet, in jeder von jenen Versetzungen vier Stellen einnehmen. In den dreyen abc, die sechs Versetzungen geben, kann ein vierter vorn und hinten, zwischen ab, und zwischen bc stehen, also vier Stellen einnehmen (dabc, adbc, abdc, abcd), und gibt also 4 mal 6 = 24 Versetzungen. Kommt zu 4 verschiedenen Elementen, ein fünftes, e, hinzu, so siehet man, daß es bey den vieren, abcd, fünf verschiedene Stellungen haben kann, und also 5 mal 24 = 120 Versetzungen gibt. Daraus folgt dann, daß 6 verschiedene Dinge, 6 mal 120 = 720; sieben, 7 mal 720 = 5040 Versetzungen zulassen ꝛc.

Regel: Oder, da ein Gegenstand nur eine, zwey Gegenstände $1 \times 2 = 2$, drey $1 \times 2 \times 3 = 6$; vier $1 \times 2 \times 3 \times 4 = 24$; fünf Gegenstände $1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 = 120$ Versetzungen zulassen ꝛc.: so wird die Anzahl der Versetzungen gefunden, wenn man die Folge der Zahlen von 1 bis zur Zahl der gegebenen Gegenstände multiplicirt.

Wie viel verschiedene Stellungen zehn Personen haben können, zeigt also das Product der Zahlen $1.2.3.4.5.6.7.8.9.10 = 3628800$ Versetzungen oder Stellen.

§. 248. Aufgabe. Wie oft können die 24 Buchstaben unsers Alphabets versetzt werden?

$1 \times 2 \times 3 \times \ldots 23 \times 24$. (Diese 24 einzelne Factoren geben zum Product: 620448401733239439360000 mal.

§. 249. Das Wort: aber bestehet aus vier verschiedenen Buchstaben, und gibt also vier und zwanzig verschiedene Wörter:

aber	*baer*	*eabr*	*rabe*
arbe	brae	erab	reab
aebr	bear	ebar	rbae
aerb	bera	ebra	rbea
abre	bare	earb	raeb
areb	brea	erba	reba

Die

Die Versetzung der Buchstaben eines Wortes zu andern bedeutendern Wörtern, heißen **Anagramme.**

In diesen Versetzungen sind nur zwey deutsche Wörter: aber, und Rabe (der bekannte Raubvogel); Erba, Ital. das Kraut; Bear, Engl. der Bär, und als Verbum, ertragen, leiden; bare, Engl. nackend, gehören eigentlich nicht dazu.

Die vier Buchstaben an dem Worte, Amor, geben aber durch ihre Versetzungen noch 7 Wörter, die im Lateinischen eine Bedeutung haben, also zusammen 8 Anagramme: Amor, armo, maro, mora, omar, oram, ramo. roma.

Wenn unter den zu versetzenden Dingen mehrere einander gleich sind, so vermindern sich die Anzahl der Versetzungen um eben so viel, als die gleichen Dinge, wenn sie verschieden gewesen wären, sich hätten versetzen lassen. Sind zwey einander gleich, um $1 \times 2 = 2$, also getheilt durch 2, um die Hälfte; sind drey einander gleich, um $1 \times 2 \times 3 = 6$, als auf ein Sechstel ꝛc. Die neun Buchstaben aaaabbbcd würden, wenn sie verschieden wären, $9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 = 36880$ Versetzungen geben; da aber a vier mal vorkommt, so sind diese Versetzungen mit $1 \times 2 \times 3 \times 4 = 24$, und da b drey mal vorkommt, mit $1 \times 2 \times 3 = 6$ zu dividiren, und jene Buchstaben geben also nur: $\frac{9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2}{2 \times 3 \times 4, \; 2 \times 3} = 2520$ Versetzungen.

§. 250. Wenn mehrere einzelne Dinge (Elemente) je zu zwey, drey, vier, u. s. w., ohne Versetzung zusammen gestellt werden sollen: so heißt man dieß eine **Verbindung, Combination.** Sollen dieselben je zu zwey und zwey verbunden werden: 12, 13, 14, 23, 24, 34 oder ab, ac, ad, bc, bd, cd: so heißt man diese Zusammenstellungen zu zwey, **Binionen** oder **Amben**; werden sie zu drey und drey verbunden: 123, 124, 134, 234; abc, abd, acd, bcd: so heißen sie **Ternen** oder **Ternionen**; je zu vier: 1234, abcd, **Quaternen, Quaternionen**; je zu fünf: abcde, **Quinen, Quinionen,** wie man auch aus dem bekannten Lottospiel weiß.

Von den Verbindungen zu zwey: Binionen oder Amben.

§. 251. Wenn zwey Dinge, a und b, ohne Versetzung mit einander verbunden werden sollen, so geben sie nur eine Verbindung. Kommt ein drittes hinzu, c, so geben sie außer jener noch zwey: ab, ac, bc, also zusammen drey Verbindungen. Nehmen wir noch ein viertes, d, so gibt dieses ausser jenen drey Verbindungen noch drey, ad, bd, cd, zusammen also sechs. Ein fünftes, e, gibt außer jenen sechsen, ae, be, ce, de, also noch vier mehr, zusammen zehn Verbindungen zu zwey. Oder, zur bessern Uebersicht gebracht, die Elemente:

1tes a	2tes b	3tes c	4tes d	5tes e	6tes f	7tes g	8tes h
	ab	ac	ad	ae	af	ag	ah
		bc	bd	be	bf	bg	bh
			cd	ce	cf	cg	ch
				de	df	dg	dh
					ef	eg	eh
						fg	fh
							gh

Betrachten wir die Verbindungen zu zwey genau, so erkennen wir, daß

Dinge: zwey, drey, vier, fünf, sechs,
Verbindungen: 1, 1+2, 1+2+3, 1+2+3+4, 1+2+3+4+5, geben.

Dieß sind nun arithmetische Reihen, deren erstes Glied 1, das letzte Glied und die Zahl der Glieder, um 1 weniger ist, als die Zahl der gegebenen Dinge.

Nun wird die Summe einer arithmetischen Reihe (S. 108) gefunden, wenn das erste und letzte Glied addirt und mit der halben Zahl der Glieder multiplicirt wird. Wir haben also eine allgemeine

§. 252.

§. 252. **Regel.** Um die möglichen Verbindungen einer Anzahl gegebener Dinge (n) ohne Versetzung zu zwey (zu Amben oder Binionen) zu finden, multiplicire man die um Ein verminderte Zahl der Dinge $(n \div 1)$ mit der Zahl (n) selbst, und theile das Product durch zwey $\left(\frac{n\,(n \div 1)}{2} = \frac{nn \div n}{2}\right)$.

Nach dieser letzten Gleichung können wir auch die

Regel so stellen: Man multiplicire die Anzahl der gegebenen Dinge mit sich selbst, ziehe vom Product (Quadrat) die Zahl der Dinge (die Wurzel) ab, und theile den Rest durch zwey, so hat man die Anzahl der Verbindungen zu zwey.

Fünf Dinge (etwa die fünf Nummern im Lotto), geben also $\frac{5 \times (5 \div 1)}{2} = \frac{5 \times 4}{2} = 20 : 2 = 10$ Verbindungen zu zwey, oder 10 Amben.

Acht, $\frac{8 \times 7}{2} = 28$ Verbindungen zu zwey.

Zwanzig Dinge geben dann $20 \div 1 = \frac{19 \times 20}{2} = 190$ Verbindungen (ohne Versetzung) zu zwey, u. s. w.

Wie viel Amben geben die 90 Nummern des Lotto?

$$\frac{90 \times 89}{2} = 4005 \text{ Amben.}$$

Verbindungen zu dreyen: Ternionen oder Ternen.

§. 253. Nach der Anordnung im vorstehenden §. 251. gaben drey Elemente, a, b, c, drey Verbindungen zu zwey, oder drey Binionen: ab, ac, bc. Wollen wir nun diese zu drey, zu Ternen verbinden, so dürfen wir nur zu den Verbindungen zu zwey, einen dritten Buchstaben, ein drittes Element, das nicht schon in einer dieser Verbindungen zu zwey vorkommt, hinzufügen, und erhalten dann aus ab, abc; aus ac, acb; aus bc, bca. Da nun aber diese drey Verbindungen einerley Buchstaben enthalten, also bloße Versetzungen sind, so müssen wir diese durch 3 theilen, und haben dann aus 3 Elementen nur eine Terne erhalten.

Vier Elemente geben nach unserer Darstellung 6 Verbindungen zu zwey: ab, ac, bc, ad, bd, cd. Verbinden wir diese zu drey; das heißt, setzen wir zu jeder Verbindung von zwey, das dritte Element, oder den dritten Buchstaben hinzu, der noch nicht in den zweyen vorkommt: so erhalten wir:

aus der Ambe ab, die Ternen: abc, abd;
aus der Ambe ac, die Ternen: acb, acd;
aus der Ambe bc, die Ternen: bca, bcd;
aus der Ambe ad, die Ternen: adb, adc;
aus der Ambe bd, die Ternen: bda, bdc;
aus der Ambe cd, die Ternen: cda, cdb.

Wir erhielten also aus vier Buchstaben 12 Verbindungen zu drey. Da aber auch hier drey Verbindungen einerley Buchstaben enthalten, also nur versetzt vorkommen, z. B. abc, acb, bca u. s. w., so müssen wir diese durch 3 theilen, und erhalten dann: 12 : 3 = 4 Ternen; oder aus 4 Elementen vier Verbindungen zu drey (abc, adb, cda, bcd).

Eben so wird nun mit 5, 6 und mehr Elementen verfahren, um die Ternen aus den Ambe zu finden. Wir wollen hier die oben angegebenen Ambe für 3, 4, 5, 6 verschiedene Dinge zu drey Verbindungen so zusammen stellen, daß man sie leicht überschauen, und ein Gesetz daraus ableiten kann.

6 Ele-

6 Elemente geben 60 Verbindungen zu drey.

5 Elemente, 30 Verbindungen zu drey.

4 Elemente, 12 Verbindungen zu drey.

3 Elemente, 3 Verbindungen zu drey.

a, b, c, 3 Dinge, 3 Verbindungen zu zwey.	a b —	ab'c	ab'd	ab'e	ab'f
	a c —	ac'b	ac'd	ac'e	ac'f
	b c —	bc'a	bc'd	bc'e	bc'f
a, b, c, d, 4 Gegenstände, 6 Verbindungen zu zwey.	a d —	ad'b, ad'c	ad'e	ad'f	
	b d —	bd'a, bd'c	bd'e	bd'f	
	c d —	cd'a, cd'b	cd'e	ed'f	
a, b, c, d, e, 5 Elemente 10 Verbindungen zu zwey.	a e —	ae'b, ae'c, ae'd	ae'f		
	b e —	be'a, be'c, be'd	be'f		
	c e —	ce'a, ce'b, ce'd	ce'f		
	d e —	de'a, de'b, de'c	de'f		
a, b, c, d, e, f, 6 Elemente, 15 Verbindungen zu zwey.	a f —	af'b, af'c, af'd, af'e			
	b f —	bf'a, bf'c, bf'd, bf'e			
	c f —	cf'a, cf'b, cf'd, cf'e			
	d f —	df'a, df'b, df'c, df'e			
	e f —	ef'a, ef'b, ef'c, ef'd			

§. 254. Aus vorstehender Tafel ersehen wir:

daß 3 Dinge 3 Verbindungen zu 2 (3 Amben) geben: $3 \times 1 = 3$ Verbindungen zu 3;
daß 4 Dinge 6 Verbindungen zu 2 . . $6 \times 2 = 12$ — —
daß 5 Dinge 10 Verbindungen zu 2 . . $10 \times 3 = 30$ — —
daß 6 Dinge 15 Verbindungen zu 2 . . $15 \times 4 = 60$ — —

Regel. Aus diesem ist zu erkennen, daß die Anzahl der Amben, nur mit der um 2 verminderten Zahl der Elemente multiplicirt werden darf, um die Anzahl der Verbindungen zu drey zu haben. Nun kommt aber jede Verbindung dreymal mit denselben Buchstaben, nur versetzt, vor; wir müssen also jene Zahlen 3, 12, 30, 60, mit 3 theilen, um die wahre Anzahl, in welcher keine Verbindung versetzt vorkommt, zu finden; also $\frac{3}{3} = 1$; $12 : 3 = 4$; $30 : 3 = 10$; $60 : 3 = 20$ Ternen.

§. 255. Oben haben wir gefunden, daß man die Anzahl der Amben, aus einer gegebenen Menge verschiedener Dinge ($= n$) erhält, wenn man sie mit sich selbst multiplicirt, ihre Zahl vom Producte abzieht und den Rest durch 2 theilt; oder, was dasselbe ist, die Hälfte aus dem Producte der Zahl der Dinge, mit derselben um 1 vermindert: $\left(\frac{n \times (n \div 1)}{2} = \frac{nn \div n}{2}\right)$. Nun haben wir eben gefunden, daß man diese Anzahl Amben $\left(\text{also } \frac{n.\,(n \div 1)}{2}\right)$ mit der um zwey verminderten Zahl der Elemente $(n \div 2)$ zu multipliciren und das Product durch 3 zu theilen hat $\left(\text{die Amben} \times \frac{n \div 2}{3}\right)$, um die Anzahl der Versetzungen zu drey (ohne Wiederhohlung), der Ternen, zu haben.

Also die Amben $\frac{n \times (n \div 1)}{2}$, und die Ternen: $\frac{n \times (n \div 1)}{2} \times \frac{n \div 2}{3}$

$= \frac{n \times (n \div 1) \times (n \div 2)}{2 \times 3} = \frac{nn \div n \times (n \div 2)}{2 \times 3} = \frac{nnn \div 3nn + 2n}{6}$.

An-

Anwendung für die Formel der Ternen: $\frac{n \times (n \div 1) \times (n \div 2)}{2 \times 3}$.

Die Zahl der Gegenstände oder Elemente sey 4: so ist $n = 4$, $n \div 1 = 4 \div 1 = 3$, $n \div 2 = 2$; also $\frac{4 \times 3 \times 2}{2 \times 3} = \frac{24}{6} = 4$, die Anzahl der Ternen.

Es sey die Anzahl der Gegenstände 6, so ist $\frac{6 \times 5 \times 4}{2 \times 3} = \frac{120}{6} = 20$, die Zahl der Ternen.

Oder, nehmen wir die Formel: $\frac{n^3 \div 3n^2 + 2n}{6} = \left(\frac{n^2 \div 3n + 2}{6}\right)n$, so ist $\left(\frac{6^2 \div 3 \cdot 6 + 2}{6}\right)6 = 36 \div 18 + 2 = 18 + 2 = 20$.

§. 256. **Aufgabe. Wie viel Ternen geben die 90 Nummern unserer Zahlen-Lotterie?** (117480)

Das heißt: Wie oft können 90 verschiedene Zahlen (1, 2, 3, ... bis 88, 89, 90, welche, jede auf einen Zettel geschrieben, 90 Zettel, als so viel verschiedene Dinge geben,) je zu drey und drey vorkommen, oder gezogen werden?

Da hier $n = 90$, $n \div 1 = 89$, $n \div 2 = 88$ ist, so können sie nach unserer Formel $\frac{90 \times 89 \times 88}{2 \times 3} = 15 \times 89 \times 88 = 1320 \times 89 = (1320 \times 90) \div 1320 = 118800 \div 1320 = 117480$ mal vorkommen.

Wenn also nur drey Zettel oder Zahlen aus dem Glücksrade gezogen würden: so wäre die Wahrscheinlichkeit, daß es die von uns besetzten Zahlen sind, gleich $\frac{1}{117480}$; oder 1 Fall wäre für uns und 117479 Fälle wären gegen uns. Allein da 5 Nummern gezogen werden, und in diesen 10 Ternen $\frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{2 \cdot 3} = 10$) vorkommen können: so wird die Unwahrscheinlichkeit um den zehnten Theil geringer, und unsere Wahrscheinlichkeit ist $= \frac{1}{11748}$; ein Fall ist für uns, 11747 Fälle gegen uns.

Verbindungen zu vier: Quaternionen, Quaternen.

§. 257. Wie wir §. 253 und 254 aus den Amben die Ternen gefunden haben, so können wir auf gleiche Art, **aus den Ternen die Quaternen zu finden**, geleitet werden: **Wenn wir jeder Verbindung zu drey das vierte Element** (oder Glied) **hinzufügen, das noch nicht darin enthalten ist.**

Oben, in der Tafel, erhielten wir aus 4 Buchstaben, 12 Verbindungen zu drey. Es waren abc, acb, bca, adb . . . . cdb. Fügen wir jeder dieser Verbindung den **vierten** Buchstaben bey, der **noch nicht darin enthalten ist**: so bekommen wir folgende Verbindungen zu **vier**:

abc'd; abd'c; acb'd; acd'b; bca'd; bcd'a; adb'c; adc'b;
bda'c; bdc'a; cda'b; cdb'a.

wo immer der hinzugefügte, noch nicht darin enthaltene 4te Buchstabe durch den Apostroph angedeutet wurde. Allein wie wir bey den Ternen fanden, daß jede Verbindung **drey** mal vorkomme, so sehen wir hier aus den unterstrichenen Verbindungen, **daß bey Quaternen jede Verbindung 3 mal 4 = 12 mal** vorkommt, und wir ihre Zahl durch 12 theilen müssen, um die wahre Anzahl, = 1, zu erhalten.

5 Dinge geben 10 Verbindungen zu drey. Fügen wir zu den Verbindungen zu dreyen, das **vierte noch nicht darin** enthaltene Element hinzu: so erhalten wir 10 mal 2 = 20 Verbindungen zu **vier**. Verfahren wir so mit den Ternen von 6, 7, 8 Elementen, u. s. w: so finden wir, daß 6 Elemente 3 mal, 7 El. 4mal, 8 El. 5 mal so viel Quaternen geben, als der Ternen sind; daß aber in allen diesen Zusammenstellungen die nämlichen Elemente **viermal**, nur versetzt, vorkommen, und also ihre Anzahl durch 4 getheilt werden müsse, um sie ohne Versetzung zu erhalten.

Wenn nun die **Anzahl der Ternen**: bey 5 Elementen mit 2
bey 6 — mit 3
bey 7 — mit 4
bey 8 — mit 5 multiplicirt

werden müssen, um die Anzahl der **Quaternen** zu finden, welche vier mal vorkommen, und dieß in dieser Ordnung für alle Elemente gilt: so sehen wir, daß die Zahl, mit welcher die Ternen zu multipliciren sind, **immer um 3 kleiner ist, als die Anzahl der Elemente.**

Bey 10 Elementen haben wir dann die Ternen mit (10 ÷ 3 =) 7 zu multipliciren und das Product durch 4 zu theilen, um die Anzahl der Quaternen zu finden.

Da wir nun eine allgemeine Formel für die Ternen: $\frac{n \times (n \div 1) \times (n \div 2)}{2 \times 3}$ gefunden haben: so dürfen wir nur, wenn die Zahl der Elemente = n ist, zu jener $\times \frac{n \div 3}{4}$ hinzufügen, um die

Allgemeine Formel für die Quaternen also zu haben:

$$\frac{n \times (n \div 1) \times (n \div 2) \times (n \div 3)}{2 \times 3 \times 4}$$

Vier Elemente geben dann: $\frac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{2 \times 3 \times 4} =$ **1 Quaterne.**

Fünf Elemente $\frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{2 \cdot 3 \cdot 4} =$ **5 Quaternen.**

Zehn Elemente $\frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7}{2 \cdot 3 \cdot 4} =$ **210 Quaternen.**

Neunzig Elemente (etwa die 90 Nummern der Zahlen-Lotterie) $\frac{90 \times 89 \times 88 \times 87}{2 \times 3 \times 4} =$ **2555190 Quaternen.**

Verbindungen zu fünf: Quinionen, Quinternen.

§. 258. Verfahren wir bey Verbindungen zu fünf eben so wie bisher, nehmen die nächste niedere Classe, und setzen den Verbindungen zu vier das fünfte Ding hinzu: so bekommen wir $n \div 4$ mal (4 weniger als Dinge sind) so viel Verbindungen, in welchen aber jede 5 mal mit denselben Elementen, nur versetzt, vorkommt, und müssen sie also durch 5 theilen, um die Quinionen zu haben.

Die Formel für die Quinternen ist dann:

$$\frac{n \cdot (n \div 1) \cdot (n \div 2) \cdot (n \div 3) \cdot (n \div 4)}{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5}$$

Fünf Dinge (wie die 5 Nummern der Zahlen-Lotterie), geben dann $\frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} =$ 1 Quine.

Neunzig Dinge (wie die 90 Nummern derselben) . . . . . $\frac{90 \cdot 89 \cdot 88 \cdot 87 \cdot 86}{2 \times 3 \times 4 \times 5} =$ 43949268 Quinen.

§. 259. **Formel oder allgemeine Regel, gegebene verschiedene Dinge in jeder Anzahl zu verbinden, ohne daß sie versetzt vorkommen.**

Um Verbindungen zu Zwey zu bekommen, haben wir die Zahl der gegebenen Dinge (n) mit sich selbst um Ein vermindert $(n \div 1)$ zu multipliciren, und das Product durch 2 zu theilen $\left(\frac{n \cdot (n \div 1)}{2}\right)$. (S. 311).

Um die Verbindungen zu drey zu finden, haben wir die Verbindungen zu zwey mit der Zahl der Dinge um zwey vermindert zu multipliciren und das Product durch 3 zu theilen. (S. 314) $\frac{n \cdot (n \div 1) \times n \div 2}{2 \quad : \quad 3}$.

Um die Verbindungen zu vier zu finden, haben wir die Verbindungen zu drey mit $\frac{n \div 3}{4}$ zu multipliciren, u. s. w.

Hier-

Hieraus erkennet man, daß die Größe, mit welcher die gegebene Zahl der Dinge, um sie mit ihr selbst oder mit den frühern, niedern Verbindungen zu multipliciren, vermindert werden soll, Eins weniger ist, als die Verbindung Dinge enthalten soll; und daß die Zahl, mit welcher getheilt werden muß, der Zahl der zu verbindenden Dinge gleich ist.

Bey Verbindungen zu zwey wird die Anzahl der gegebenen Dinge, n, um $2 \div 1 = 1$ vermindert multiplicirt $(n \,.\, (n \div 1)$ und das Product mit 2 dividirt, welche der Verbindung zu zwey gleich kommt. Bey Verbindungen zu drey werden die Binionen mit $n \div (3 \div 1) = n \div 2$ multiplicirt und mit 3 getheilt, also mit der Zahl, welche der Verbindung gleich ist.

Sollen 40 Dinge zu neun verbunden werden, so ist die letzte Zahl, mit welcher die frühern, niedern Verbindungen zu multipliciren sind, $40 \div (9 \div 1) = 40 \div 8 = 32$; und die Zahl mit welcher getheilt werden soll, dem zu verbindenden Dingen gleich, also 9.

Setzen wir die Menge der zu verbindenden Dinge = m, so haben wir dann, da $40 \div (9 \div 1)$ so viel ist als: $40 \div 9 + 1$, für alle möglichen Verbindungen folgende allgemeine

Formel: $\frac{n \,.\, (n \div 1)}{2} \times \frac{(n \div 2)}{3} \times \frac{(n \div 3}{4} \ldots \frac{(n \div m + 1)}{m}$.

§. 260. Wie oft können die 40 Karten beym L'hombre-Spiel, je zu 9, ausgegeben werden?

$$\frac{40 \cdot 39 \cdot 38 \cdot 37 \cdot 36 \cdot 35 \cdot 34 \cdot 33 \cdot 32}{2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9} = 273438880 \text{ mal.}$$

Erläuterung. Wenn nämlich 40 Karten je zu neun an die Spieler ausgetheilt werden, so sind die erst gefundenen 273 Millionen ꝛc. verschiedene Verbindungen oder Spiele möglich, und unter diesen also keines dem andern gleich. Da aber dieselben Karten, nachdem sie in der ersten, zweyten oder dritten Hand sind, ein anderes Spiel geben, so muß jene Anzahl noch mit 3 multiplicirt, also noch 3 mal größer genommen werden.

Die Wahrscheinlichkeit, daß der Spieler unter den erhaltenen 9 Karten beyde Aß habe, verhält sich wie die Anzahl Amben der 9 Karten, zu den Amben der 40 Karten; also (S. 311) $\frac{9 \cdot 8}{2}$ zu $\frac{40 \cdot 39}{2} = 36 : 780 = 1 : 21\frac{1}{3}$. Die Wahrscheinlichkeit ist also nicht ganz $\frac{1}{21}$.

Berechnung der Flächen und der Körper.

§. 261. Die Meßkunst ist im bürgerlichen Leben sehr wichtig, ob gleich man sich so selten mit ihr abgibt. Das Nothwendigste geometrischer Rechnungen, das, was im Handel und im täglichen Leben vorfällt und angewendet werden kann, wollen wir hier noch vortragen. Bewiesen kann begreiflich nicht alles werden, weil sonst ein großer Theil der Geometrie gelehrt werden müßte. Eben so müssen wir auch ohne Beweis annehmen folgende

§. 262. **Lehrsätze für die Berechnung der Flächen und Körper.**

I. **Der Durchmesser eines Zirkels verhält sich zu seinem Umkreise, wie** 100000 **zu** 314159 (für die gewöhnlichen Berechnungen kann es genau genug wie 100 zu 314 genommen werden). **Ist der Umkreis** 100000, **so ist dann der Durchmesser** 31831. **Oder genau genug** 1000 **Umkreis =** 318($\frac{1}{3}$) **Durchmesser; oder der Umkreis verhält sich zum Durchmesser, wie** 1000 : 318.

II. **Der Inhalt des Cirkels** (also die Kreisfläche) **verhält sich zum Quadrat seines Durchmessers, beynahe wie** 785 **zu** 1000. (Nicht so genau wie 11 : 14.

Es sey der Flächen-Inhalt des Kreises 452' 16, so ist:

785 Fläche hat 1000 Durchmesser □; wie viel 452' 16 Fläche? Kommen 576 als Quadrat des Durchmessers. Die Q. Wurzel ausgezogen, kommen 24 für den Durchmesser.

III.

III. Parallelepipeda, Prismen und Cylinder, welche gleiche Grundflächen und Höhen haben, sind einander gleich.

IV. Pyramiden und Regel, die gleiche Grundflächen und Höhen haben, sind einander gleich.

V. Eine Pyramide ist der dritte Theil von einem Prisma, das mit ihr gleiche Grundfläche und Höhe hat.

VI. Die Kugel ist zwey Drittel $(\frac{2}{3})$ von einem Cylinder, der mit ihr gleiche Grundfläche und Höhe hat.

VII. Der Cubus des Durchmessers einer Kugel (also der Durchmesser 2 mal mit sich multiplicirt) verhält sich zum Inhalte der Kugel beynahe wie 300 zu 157.

VIII. Die Kugeln verhalten sich zu einander wie die Cuben ihrer Durchmesser.

Hat die eine 2, die andere 4 Fuß im Durchmesser, so verhalten sich ihre Massen wie $2^3 : 4^3 = 8 : 64$. Diese ist also 8 mal größer als jene.

IX. Die Kugel ist einer Pyramide gleich, deren Grundfläche der Kugelfläche, und deren Höhe dem halben Durchmesser gleich ist.

X. Die Kugelfläche ist vier mal so groß, als die Fläche des (größten) Umkreises der Kugel.

Durchschneidet man nämlich eine Kugel in zwey gleiche Theile: so ist die vierfache Durchschnittsfläche so groß, als die ganze Kugelfläche. Aus der unten folgenden Formel du des Umkreises und $\frac{d.du}{4}$ des Flächeninhaltes des Kreises, folgt, daß man nur den Umkreis mit dem Durchmesser multipliciren darf, um das vierfache, oder den Flächeninhalt der Kugel zu haben $\left(\frac{ddu}{4} \times 4 = ddu\right)$.

XI. Der Kegel ist der dritte Theil eines Cylinders, welcher mit ihm gleiche Höhe und Grundfläche hat.

XII. Kegel von gleicher Höhe, verhalten sich wie ihre Grundflächen. Haben sie gleiche Grundflächen, so verhalten sie sich wie ihre Höhen.

Eben so verhalten sich auch die Cylinder zu einander; die Prismen zu einander; die Pyramiden zu einander; die Parallelepipeda zu einander.

XIII. Wenn ein Cylinder, und eine Kugel, und ein Kegel gleiche Durchmesser und Höhen haben: so verhält sich der Cubikinhalt derselben wie 3 : 2 : 1.

Das heißt: wenn alle gleiche Durchmesser und Höhen haben, und der Inhalt des Cylinders ist 3, so ist der der Kugel 2, und der des Kegels 1. (Nach VI. und XI.)

Den Flächeninhalt rechtwinkeliger Vierecke auszurechnen.

§. 263. **Ein Viereck wird gemessen, wenn man seine Länge mit seiner Breite multiplicirt.**

Ist die Länge der Breite gleich, so nennt man dieß ein gleichseitiges Viereck oder Quadrat (Fig. 1.); sind sie ungleich, ein längliches Viereck, einen Rectangel (Rectangulum, Oblongum Fig. 2.) Unter Viereck oder Quadrat ohne Zusatz ist auch immer ein gleichseitiges zu verstehen.

Aus den Figuren 1 und 2 kann man ersehen, daß wenn eine Seite des Quadrats 3 Linien, Schuhe, Ruthen, Meilen ꝛc. lang ist, der Inhalt desselben 3 mal 3 = 9 solcher Quadrat-Linien, Zolle, Schuhe ꝛc. betrage; und daß, wenn die eine Seite eines länglichen Viereckes 3, die andere 9 Schuhe ꝛc. lang ist, dasselbe 3 mal 9 = 27 solcher Quadrat-Schuhe ꝛc. enthalte.

§. 264. Aufgabe. Ein Garten ist 144 Ruthen lang und 16 breit; wie viel Quadrat-Ruthen enthält derselbe? (144 × 16 = 2304). Wenn dieser Umfang ein regelmäßiges Quadrat bildete, wie lang wäre jede Seite? ($\sqrt{}$2304 = 48 Ruthen).

§. 265. Aufgabe. Wenn wir diesen Raum mit Bäumen so besetzen wollen, daß jeder von dem andern eine Ruthe entfernt wäre, wie viel Bäume wären dazu erforderlich? (49 × 49 = 2401 Bäume).

Sollten nämlich unsere Quadrate (Fig. 1 und 2) mit Bäumen besetzt werden, und wir nehmen die Länge der Seiten, 3 und 3, und 3 und 9 als Ruthen an, und daß jeder Baum eine Ruthe von dem andern abstehen soll: so sehen wir, daß auf das Quadrat nicht 3 mal 3 = 9, und auf das Rectangulum nicht 3 mal 9 = 27; sondern auf jeder Seite, an den Grenzen, einer mehr zu stehen komme; also 4 mal 4 = 16, und 4 mal 10 = 40. Also auch in dem obigen Falle, nicht 48 mal 48, sondern 49 mal 49.

§. 266. In einem Zimmer, 36 Fuß lang und 24 Fuß breit, soll ein Boden gelegt werden. Der Quadratfuß ist zu 10 Kreuzer bedungen worden. Wie viel Quadratfuß beträgt derselbe, und was hat man dafür zu bezahlen? (36 × 24 = 864 Q. Fuß. 864 × $\frac{1}{6}$ = 144 Gulden.

§. 267. Aufgabe. Ein Feld, 24 Ruthen lang und 15 breit, gibt jährlich 12 Gulden Pacht, so lange die Metze Korn 1 Gulden gilt; wie viel muß ein Feld geben, daß 27 Ruthen lang und 12 breit ist, wenn die Metze im Durchschnitt 1$\frac{3}{5}$ Gulden kostet. (13$\frac{1}{5}$).

$$24 \times 15 : 27 \times 12 = 12 : \frac{27 \cdot 12 \cdot 12}{24 \cdot 15} = 10\frac{4}{5}.$$

Wenn das Korn 1 gilt, hätte man für das zweyte Feld 10$\frac{4}{5}$ zu bezahlen, wie viel, wenn es 1$\frac{2}{3}$ gilt? . . . 10'8

$\frac{1}{3}$ = 1'2

$\frac{1}{3}$ = 1'2

13$\frac{1}{5}$.

§. 268.

§. 268. Aufgabe. Ein rechtwinkeliger Saal, 60 Fuß lang und 22 Fuß breit, soll mit Marmor-Platten belegt werden, welche $1\frac{1}{3}$ Fuß lang und breit sind. 100 Stück kosten 12 Gulden. Wie viel hat man dazu nöthig ($742\frac{1}{2}$ Stück) und wie viel ist dafür zu zahlen? (fl. 89. 6 kr.)

Der Quadrat-Inhalt der Platte ist $1\frac{1}{3} \times 1\frac{1}{3} = 1\frac{7}{9}$; der des Saales $60 \times 22 = 1320$. Wie sich der Quadrat-Inhalt der Platte, zu dem des Saals verhält, so verhalten sich die Platten zu einander. Oder:

$1\frac{7}{9}$ Quadratfuß erfordert 1 Platte, wie viel 1320 Quadratfuß?

$$= \frac{1320}{1\frac{7}{9}} = \frac{1320 \times 9}{16} = \frac{330 \times 9}{4} = 82\frac{1}{2} \times 9 = 742\frac{1}{2} \text{ Platten.}$$

Wenn 100 Stück fl. 12, also $742\frac{1}{2}$
multiplicirt mit 10
7425
dazu $\frac{1}{5}$ ($10 + \frac{1}{2}$ von $10 = 12$) = 1485
8910
getheilt durch 100 . . . = $89\frac{1}{10}$ Gulden.

Den Cubus oder Würfel, und das Parallelepipedum (länglichen Würfel) auszurechnen.

§. 269. Nehmen wir nun unsere vorstehende Vierecke, Fig. 1 und 2, nicht als Flächen, sondern als Körper, und geben ihnen also eine Höhe: so werden es cubische Körper, und die Einheit, durch welche wir ihre Größe bestimmen, heißt das Cubikmaß (Cubikzoll, Cubikfuß ꝛc.) Ein Cubikzoll ist also einen Zoll hoch, lang und breit; ein Cubikfuß einen Fuß hoch, lang und breit.

Sehen wir unsere vorstehenden Vierecke, die kleinen Quadrate, als so viele einzelne cubische Körper oder Würfel an, als es Abtheilungen hat, welche einen Fuß oder Zoll lang, hoch und breit sind, so haben wir 3 mal $3 = 9$ solcher Würfel.

Würfel. Denken wir uns drey solcher Lagen über einander, so haben wir 3 mal 9 = 27 solcher Würfel.

Denken wir uns das längliche Viereck, das, wenn eine Höhe hinzukommt, **Parallelepipedum** (Fig. 4) heißt *), 3 oder 6 fach auf einander, so haben wir $3 \times 3 \times 9 = 81$, oder sechsfach, also die Grundfläche 6 mal genommen, $6 \times 27 = 164$ solcher Cubikwürfel, Cubikzolle, oder Cubikschuhe ꝛc. Aus diesem folgt also die

§. 270. **Regel: Der Inhalt eines rechtwinkeligen Körpers oder Raumes wird gefunden, wenn seine Länge, Breite und Höhe mit einander multiplicirt werden.**

§. 271. **Aufgabe. Ein Gutsbesitzer läßt einen Fischteich graben, 64 Ruthen lang, 32 Ruthen breit und 1 Ruthe 3 Fuß tief. Für 2 Ruthen lang, 1 Ruthe tief und $1\frac{1}{2}$ lang, muß er 22 Marien-Groschen zahlen; wie viel kostet der Teich?** (495 Thalen $14\frac{2}{3}$ Groschen).

Die Ruthe zu 16 Fuß; den Thaler zu 36 M. Groschen.

Der Cubik-Inhalt des Teiches ist $64 \times 32 \times 1\frac{3}{16} = 2432$ Cubikruthen. Für $2 \times 1 \times 1\frac{1}{2} = 3$ Cubikruthen zahlt man $\frac{22}{32} = \frac{11}{16}$ Thaler, wie viel für 2432 C. Ruthen.

$\frac{9}{16} = \frac{1}{2}$, also 1216
$\frac{2}{16} = \frac{1}{8}$, also $270\frac{2}{3}$

$1486\frac{2}{3}$ ($\frac{2}{3} = 8$ Groschen).

Getheilt durch 3 . 495 Thaler. + 36

44

Die 44 Gr. getheilt durch 3, . $14\frac{2}{3}$ Groschen.

§. 272. **Eine Mauer soll 95 Fuß lang, $39\frac{7}{12}$ hoch, 5 dick, aus Ziegelsteinen 10 Zoll lang, $4\frac{3}{4}$ breit, $2\frac{1}{2}$ dick, aufgeführt werden. Wie viel sind**

*) Unsere Backsteine, mit welchen die Mauern ꝛc. gebaut werden, sind solche Parallelepipeda.

sind dazu erforderlich, und was hat man dafür zu zahlen, 1000 Stück zu $6\frac{1}{3}$ Thaler gerechnet?

(273600 Ziegelsteine. $1732\frac{4}{5}$ Thaler.)

Der Cubik-Inhalt der Mauer ist $(95 \times 39\frac{7}{12} \times 5 =)$ $18802\frac{1}{12}$ Cubikfuß; der Cubik-Inhalt eines Steines $(10 \times 4\frac{3}{4} \times 2\frac{1}{2} =)$ $118\frac{3}{4}$ Cubikzoll. Nun hat ein Cubikfuß $(12 \times 12 \times 12 =)$ 1728 Cubikzolle; wir müssen daher, um gleichnamige Zahlen zu bekommen, entweder die Cubikfüße der Mauer mit dieser Zahl multipliciren, um sie in Zollen zu bekommen; oder die Cubikzolle des Steines mit derselben theilen, um seinen Inhalt in Cubikfußen zu bekommen. Dieser wäre $118\frac{3}{4} : 1728 = 475 : 6912$. Also müssen wir $18802\frac{1}{12}$ C. Fuß mit 6912 multipliciren und das Product durch 475 theilen, um die Anzahl der Ziegelsteine zu finden ꝛc.

§. 273. Aufgabe. Eine Klafter Brennholz 5 Fuß hoch, weit und breit kostet 5 Gulden: wie viel ist eine Klafter werth, welche 6 Fuß hoch, lang und breit ist? $(8\frac{16}{25})$.

$(5 \times 5 \times 5) : (6 \times 6 \times 6) = 5 : \frac{216 \times 5}{125} = \frac{1080}{125} = 8\frac{80}{125} = 8\frac{16}{25}$ Gulden, oder fl. 8 . $38\frac{2}{5}$ kr.

§. 274. Aufgabe. Wenn ein Maß zum Holz 6 Fuß Höhe und 6 Breite hat, und man zahlt ein solches Maß Holz von 3 Fuß Länge zu 7 Gulden: wie viel ist das nämliche Maß werth von einem Holze, das 4 Fuß Länge hat? $(9\frac{1}{3})$.

Diese Aufgabe gehört eigentlich nicht hierher; da kein Körper-Inhalt zu berechnen ist. Denn $\frac{1}{3}$ länger, ist $\frac{1}{3}$ mehr im Holze und also auch im Preise. Man addire $\frac{1}{3}$ zu fl. 7.

Berechnung der geradlinigen dreyeckigen Flächen und Körper.

§. 275. Wenn drey gerade Linien einen Raum einschließen, so heißt die Figur, die sie bilden, ein **Dreyeck**, oder ein **Triangel**, Fig. 5 und 6. Sind alle drey Linien gleich lang, so nennt man dieß Dreyeck ein **gleichseitiges**; sind nur **zwey** Linien gleichlang, ein **gleichschenkeliges**; ist keine Seite der andern gleich, so nennt man es ein **ungleichseitiges Dreyeck.**

Ein Dreyeck, dessen eine Seite auf der andern **senkrecht** stehet, heißt ein **rechtwinkeliges Dreyeck.**

Wenn wir also durch das Quadrat Fig. 1. von e nach g, oder durch das längligte rechtwinkelige Viereck, Fig. 2, von f nach h eine gerade Linie ziehen: so theilen wir beyde in zwey gleiche Theile, und jeder Theil ist ein **rechtwinkeliges Dreyeck.**

Daraus gehet nun hervor, wie der **Flächeninhalt eines rechtwinkeligen Dreyeckes gefunden wird: Man messe die Länge der beyden Linien, welche den rechten Winkel bilden** (ea und ag, Fig. 1, und fi und ih, Fig. 2); **multiplicire die gefundenen Längen, und theile das Product durch zwey, so gibt der Quotient den Flächeninhalt der rechtwinkeligen Dreyecke** (§. 263).

Da nun auch in der Geometrie bewiesen wird, daß jedes Dreyeck die Hälfte eines Parallelogramms ist, das mit demselben gleiche (senkrechte) Höhe und gleiche Grundfläche hat: so finden wir den Inhalt (= J), wenn wir die Länge seiner Grundlinie (= g) mit seiner Höhe (= h) multipliciren und das Product durch 2 theilen. $J = g h : 2$. Aus dieser Gleichung finden wir die Grundlinie, g, wenn der Inhalt und die Höhe gegeben ist: $g = 2 J : h$. Das heißt: **Man theilt den doppelten Inhalt des Dreyeckes durch die Höhe, so hat man seine Grundlinie.**

Die Höhe, h, finden wir, wenn der Inhalt und die Grundlinie gegeben ist: $h = 2J : g$. **Man theile den doppelten Inhalt durch die Grundlinie, so kommt die Höhe.**

§. 276. **Aufgabe. Den Flächeninhalt eines rechtwinkeligen Dreyeckes** (e, a, g, Fig. 1; oder f, i, h, Fig. 2) **zu finden.**

Man messe die Grundlinie, $ag = 3$ ($ih = 9$) und die Höhe, $ae = 3$ ($fi = 3$), multiplicire sie, und theile durch 2. Der Inhalt des ersten Dreyeckes ist also: $(3 \times 3) : 2 = 9 : 2 = 4\frac{1}{2}$; des andern $(3 \times 9) : 2 = 27 : 2 = 13\frac{1}{2}$ Fuß (Zolle ꝛc.)

§. 277. **Aufgabe. Den Flächeninhalt jedes andern Dreyeckes auszurechnen.**

Die Höhe eines Dreyeckes ist die senkrechte Linie, aus der Spitze auf die Grundlinie gezogen.

Bey einem rechtwinkeligen Dreyecke stehet schon die eine Linie (fi; ea, Fig. 1 u. 2) senkrecht auf der Grundfläche (ih; ag) und ist also seine Höhe. Bey dem Dreyecke, Fig. 5, ist die Höhe die senkrechte Linie en; und bey dem stumpfwinkeligen Dreyecke, Fig. 6., die, auf die verlängerte Grundlinie gezogene senkrechte Linie a, b.

I. Fig. 5. Es sey die Grundlinie a, b = 12; die Höhe e, n = 10; so ist der Flächeninhalt dieses Dreyeckes $\frac{12 \times 10}{2} = 60$ **Quadrat-Linien, Zolle ꝛc.**

II. Fig. 6. Es sey die Grundlinie c, d = 16; die Höhe a, b = 8, so ist der Inhalt des Dreyeckes a, c, d = $(16 \times 8) : 2 = 64$ **Quadrat-Linien.**

Die Richtigkeit dieser Berechnung für die rechtwinkeligen Dreyecke haben wir gezeigt, und sie läßt sich durch die Anschauung der Figuren 1 und 2 erkennen; **jedes läßt sich als die Hälfte eines Vierecks denken, das mit demselben gleiche Grundlinie und Höhe hat.**

Für

Für das Dreyeck, Fig. 5., läßt sich dieß eben so beweisen. Ziehen wir die senkrechte Linie e, n, so haben wir zwey rechtwinkelige Dreyecke, a, n, e, und e, n, b. Nun ist die Grundlinie a n die Hälfte von a b, also = 12 : 2 = 6. Die Höhe e n = 10; demnach der Inhalt des Dreyeckes e n a = 10 × 6 : 2 = 30. Das andere, e n b, ist eben so groß, also beyde = 60. Dieß ist nun eben so viel, als wenn wir die ganze Grundlinie a b mit e n multiplicirt und durch 2 getheilt hätten.

Eben so ist die Richtigkeit des Verfahrens, Fig. 6, zu erkennen.

Fällen wir aus der Spitze a auf die verlängerte Grundlinie eine senkrechte Linie a b; so haben wir zwey rechtwinkelige Dreyecke, a b c und a b d; und jenes ist von diesen abzuziehen, um den Inhalt des gegebenen a c d zu haben.

Da nun beyde gleiche Höhen haben, so ist dasselbe schon abgezogen, wenn wir zur Höhe a b und zur Grundlinie c d nehmen. Oder durch Berechnung:

Es sey a b = h
c d = g
b c = x, so ist b d = x + g.

Der Inhalt des großen rechtwinkeligen Dreyeckes a b d ist dann = $\frac{h \times (x+g)}{2} = \frac{x\,h + g\,h}{2}$.

Der Inhalt des kleinen a b c, = $\frac{x\,h}{2}$. Diesen nun von jenem ab, so ist

das Dreyeck a c d = $\frac{x\,h + g\,h}{2} \div \frac{x\,h}{2} = \frac{g\,h}{2}$.

Das heißt: Man multiplicire ab mit cd, und theile das Product durch 2.

Berechnung des Zirkels, oder Kreises.

§. 278. Die größte gerade Linie, die innerhalb eines Zirkels oder Kreises gezogen werden kann, ist die, welche durch den Mittelpunct gehet; sie heißt der **Durchmesser** (Diameter). Der äußere Umfang selbst, **Umkreis** (Peripherie).

In der Figur 7 ist also die gerade Linie ab, die durch den Mittelpunct des Zirkels c von einem Ende des Umkreises zum andern gehet, der **Durchmesser** oder **Diameter**.

Da der Umkreis durch die Bewegung des halben Durchmessers (Radius) ac oder bc, um den Mittelpunct c, gebildet wird: so läßt sich schon vermuthen, daß sie im genauen Verhältnisse zu einander stehen, und dieses ist beynahe wie 100 zu 314; der Umkreis ist also immer etwas über $3\frac{1}{8}$ mal größer als der Durchmesser. Wenn daher der eine gegeben wird, kann der andere gefunden werden.

§. 279. **Aufgabe. Es sey der Durchmesser eines Zirkels (Fig. 7) 24 Fuß oder Zoll; wie groß ist der Umkreis desselben?**

100 Durchmesser gibt 314 Umkreis, wie viel 24?

75' 36 = $75\frac{9}{25}$, der Umkreis.

§. 280. **Aufgabe. Es sey der Umkreis 24 Fuß, wie groß wird der Durchmesser seyn?**

314 Umkreis gibt 100 zum Durchmesser, wie viel 24? Werden kommen $7\frac{101}{157}$ Fuß; oder, wenn wir den Fuß zu 12 Zoll, den Zoll zu 12 Linien rechnen: 7 Fuß, 7 Zoll, 8 Linien für den Durchmesser.

§. 281. Der Raum innerhalb des Umkreises, heißt die **Fläche** des Zirkels, und die Größe dieser Fläche, der **Flächeninhalt** desselben. Nun wird in der Geometrie bewiesen, daß der Zirkel einem Triangel oder Dreyeck gleich ist, dessen Grundlinie so groß ist als der Umkreis, und dessen Höhe dem halben Durchmesser (ac) gleich kommt. Da nun ferner dort gezeigt wird,

daß

daß wir den Flächeninhalt eines Dreyecks finden, wenn wir seine Höhe mit seiner Grundlinie multipliciren, und das Product durch 2 theilen (§. 275.): so wissen wir nun auch den Inhalt einer Zirkelfläche zu finden:

Wir multipliciren den Umkreis mit dem halben Durchmesser, und theilen das Product durch zwey; oder, was dasselbe ist: wir theilen das Product des Durchmessers in den Umkreis durch vier; oder wir multipliciren den vierten Theil des einen oder des andern, mit dem Ganzen des andern.

Es sey der Durchmesser = D; der Umkreis = U, so ist der Flächeninhalt des Kreises, $J = \frac{D \times U}{4}$.

§. 282. **Aufgabe. Es wird der Durchmesser (oder der Umkreis) eines Zirkels gegeben; man soll seinen Flächeninhalt finden.**

Es sey der Durchmesser 24, so ist (nach §. 280) der Umkreis $75\frac{2}{11}$. Daher (§. 281) $\frac{24 \times 75\frac{2}{11}}{4} = 6 \times 75' 36 = 452' 16$, der Flächeninhalt.

Berechnung der Rundsäule, oder des Cylinders.

§. 283. Wenn die Zirkelfläche verlängert gedacht wird, so hat man den Begriff vom Cylinder (Rundsäule, walzen-, rohrförmiger Körper) Fig. 8.

§. 284. **Aufgabe. Den (körperlichen) Inhalt einer Rundsäule zu finden, wenn die Höhe und der Durchmesser gegeben sind.**

Aus dem gegebenen Durchmesser kann man den Umkreis, und aus beyden den Inhalt der Grundfläche (des Bodens) finden (§. 278 und 281). Wird diese nun mit der Höhe der Rundsäule multiplicirt, so hat man (wie beym Cubus §. 269) den Inhalt derselben.

Es sey der Durchmesser (a c Fig. 8, z. B. einer blechernen oder gläsernen, gleichweit runden Flasche) 24 Linien (oder Zolle), so ist der Inhalt der Grundfläche

452'16 Linien.

Die Höhe (ae oder cb) sey 50 Linien:

so ist der Inhalt derselben 22608 **Cubiklinien.** Da nun ein Cubikzoll 12 × 12 × 12 = 1728 Cubiklinien enthält, so dürfen wir nur jene durch diese theilen, um den Inhalt: 13'083$\frac{2}{3}$ in Cubikzollen zu haben. Das nämliche hätten wir gefunden, wenn wir gleich die Linien in Zolle verwandelt hätten. Der Durchmesser = 24 Linien gibt 2 Zoll; die Höhe 50 Linien = 4$\frac{1}{3}$ Zoll.

100 Durchmesser gibt 314 Umkreis, was 2? kommen $\frac{6'28 \times 2}{4}$ (§. 278) = 3'14 als Inhalt der Grundfläche (§. 279), diese × mit 4$\frac{1}{3}$ der Höhe, gibt:

12'56
0'523$\frac{2}{3}$

13'083$\frac{1}{3}$ Cubikzolle.

§. 285. **Aufgabe.** Wenn in einen Sack von 2 Fuß Durchmesser und 3 Fuß Höhe 6 Metzen gehen; wie viel wird ein Sack aufnehmen, der dieselbe Höhe (3 Fuß) hat, aber noch einmal so weit ist, also 4 Fuß im Durchmesser hat? Oder, was dasselbe ist, wie verhält sich bey gleichen Höhen und noch einmal so großen Durchmessern, der Inhalt des einen zum Inhalte des andern?

Suchen wir den Inhalt eines jeden, so kömmt:

I. 100 Durchmesser 314 Umkreis
wie viel 2?

6'28, Umkreis
× mit dem Durchmesser 2
getheilt durch 4 . . . 12'56
Inhalt der Grundfläche 3'14
× mit der Höhe 3
Inhalt 9'42

II. 100 — 314 — 4

12'56 Umkreis.

Diesen mit 4 multipliciren und 4 theilen, hebt sich; also

12'56, die Grundfläche.
× 3
37'68 Inhalt.

Dieser

Dieser, der doppelte Weite, bey gleicher Höhe, hat, ist also nicht zweymal, sondern 4 mal so groß als jener.

Wenn man blos das Verhältniß ihres Inhalts zu einander, wie es die Aufgabe fordert, wissen will: so kann dieß auch so gefunden werden.

In der Geometrie wird bewiesen: daß Cylinder von gleicher Höhe sich wie die Quadrate ihrer Durchmesser verhalten; also 2×2, wie $4 \times 4 = 4 : 16 = 1$ zu 4. Wenn also in dem einen Sack 6 Metzen gehen, so gehen in doppelt so weiten Säcken 4 mal $6 = 24$ Metzen.

Wenn man also zwey gleich große Säcke der Weite nach zusammen nähet, so gehet nicht zweymal so viel, sondern 4 mal so viel hinein. Nähet man sie aber der Länge nach auf einander, so gehet nur 2 mal so viel hinein, als in einen.

Formeln für die Rundsäule oder für den Cylinder.

§. 286. Es sey der Durchmesser $= d$, die Höhe $= h$.

Das Verhältniß des Durchmessers zum Umkreis $100 : 314 = 1 : 3'14 = u$; so ist dann der Umkreis $= ud$, die Fläche $= \frac{udd}{4}$, und der Inhalt $= \frac{uddh}{4}$.

Oder durch Zahlen nachgebildet: Der Durchmesser sey 36, die Höhe 62.

100 Durchmesser gibt 314 Umkreis, wie viel 36; kommt: $\frac{314 \times 36}{100}$ zum Umkreise (§. 284). Diese mit dem Diameter multiplicirt und das Product durch 4 getheilt, gibt $\frac{314 \times 36 \times 36}{100 \times 4}$ zur Fläche; und diese mit der Höhe (62) multiplicirt: $\frac{314 \times 36 \times 36 \times 62}{100 \times 4}$ $(= 63076'32)$ zum Inhalte.

Beständige Größen sind hier $\frac{314}{100 \times 4} = \frac{3'14}{4} = 0'785$.

Wir könnten obige Formeln auch also ausdrücken: $hdd \times 0'785 = 62 : 36. 36 \times 0'785$. Das heißt: Man multiplicire das Quadrat des Durchmes-

sers

sers (36 × 36; d^2) mit der Höhe (62, h) und das Product noch mit $\frac{785}{1000}$, so erhält man den Inhalt des Cylinders.

Jener Ausdruck ist jedoch in der Anwendung bequemer.

§. 287. Setzen wir den Inhalt des Cylinders = J, so können wir dann aus dieser Gleichung: I den Inhalt $J = \frac{u\,d\,d\,h}{4}$; II die Höhe, $h = \frac{4J}{u\,d\,d}$; III den Durchmesser $d = \sqrt{\left(\frac{4J}{u\,h}\right)}$ finden, wenn die andern Größen gegeben sind.

Regel zu I. Der Inhalt eines Cylinders, J, wird gefunden, wenn man das Quadrat seines Durchmessers (dd) mit seiner Höhe (h) und dem Kreisverhältnisse (u = 3' 14) multiplicirt.

Regel zu II. Die Höhe eines Cylinders (h) wird gefunden, wenn der vierfache Inhalt (J × 4) durch das Product des Quadrats des Durchmessers in das Kreisverhältniß (dd × 3' 14) getheilt wird.

Regel zu III. Der Durchmesser eines Cylinders (d) wird gefunden, wenn der vierfache Inhalt (4 × J) durch das Product der Höhe in das Kreisverhältniß (h × 3' 14) getheilt, und aus dem Quotienten die Quadratwurzel ausgezogen wird.

§. 288. Aufgabe. Eine Welle von Eichenholz habe 16 Zoll im Durchmesser und 23 Fuß in der Länge. Wenn nun der Cubikfuß 20 kr. kostet, wie hoch kommt dieselbe?

Hier muß begreiflich erst der cubische Inhalt gefunden werden. Unsere Formel ist $\frac{u\,d\,d\,h}{4}$.

Nun sind 16 Zoll = $1\frac{1}{3}$ Fuß; also: $\frac{3'14 \cdot 1\frac{1}{3} \cdot 1\frac{1}{3} \cdot 23}{4} = \frac{3'14 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 23}{4 \cdot 9}$ $= \frac{3'14 \cdot 4 \cdot 23}{9} = 32' 09\frac{7}{9}$ Cubikfuß (nicht ganz $32\frac{1}{10}$) der Cubik-Inhalt. Nehmen wir dieses, so kostet die Welle $\frac{32' 1}{20}$ kr. = $\frac{1}{3}$ Gulden $10\frac{7}{10}$ Gulden, oder fl. 10 . 42 kr.

Wenn

Wenn wir obige o'09$\frac{1}{2}$ in Cubikzollen wissen wollten, so müßten wir sie mit 1728 multipliciren (der Cubikfuß hat 12 × 12 × 12 = 1728 C. Zolle) und zwey Zahlen abschneiden, so bekommen wir dann 168'96 C. Zolle.

§. 289. **Aufgabe. Den Durchmesser** (d) **einer Rundsäule zu finden, wenn der Cubik-Inhalt** (J) **und die Höhe** (h) **bekannt sind.**

Es sey der Inhalt des Cylinders 22608 (Fuß, Zoll ꝛc.), die Höhe 50, das Umkreisverhältniß 3'14; so ist der Durchmesser $d = \sqrt{\left(\frac{4 \times 22608}{50 \times 3'14}\right)} =$

$\sqrt{\left(\frac{90432}{157}\right)} = \sqrt{576}$ | 24 = d der Durchmesser (§. 287).

4

4'4 176

176

0

§. 290. **Aufgabe. Die Höhe dieser Rundsäule zu finden, wenn der Inhalt und der Durchmesser gegeben sind** (§. 287).

Die Höhe $h = \frac{4 \times 22608}{24 \times 24 \times 3'14} = 50.$

§. 291. **Aufgabe. Wir möchten eine Welle von Kupfer, 1 Fuß im Durchmesser und 10 Fuß in der Länge, gießen lassen, aber zuvor wissen, wie schwer sie seyn werde, und also was sie koste?**

Hier suchen wir 1) den Inhalt, 2) das Gewicht, worauf dann der Preis berechnet werden kann.

I. Der Inhalt ist, nach §. 287, $= \frac{uddh}{4} = \frac{3'14 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 10}{4} = \frac{31'4}{4} =$ 7'85 **Cubikfuß.**

In meiner Geld-, Münz-, Maß- und Gewichtskunde, S. 213, siehet man, daß das Kupfer 7'788 (also beynahe 7$\frac{4}{5}$) **mal** schwerer als Wasser ist. Wenn man also sucht, oder berechnet, oder weiß, wie schwer ein Cubikfuß Wasser ist: so wird das Gewicht des Kupfers, wie folgt, berechnet. Aus S. 153 daselbst

siehet man, daß das Preußische Gewicht durch den Preußischen Cubikfuß bestimmt wurde, und daß 66 Preußische Pfunde eben so schwer, als 1 Cubißfuß Wasser seyn sollen.

Nun ist das Kupfer . . . . 7'788 mal schwerer als Wasser, also . . . . × 66

46728
46728

so wiegt 1 Cubikfuß Kupfer 514'008 Preußische Pfunde.
Unsere Welle enthält Preußische Cubik-Fuß 7'85

2570c40
4112064
3598056

Das Gewicht: 4034'96280 ℔.
Wenn nun der Gießer 50 kr. für das Pfund ÷ 672'4938
fordert, so kostet sie, ab $\frac{1}{6}$ = Gulden 3362'469 (=28 kr.)

Berechnung des Kegels. (Fig. 9.)

§. 292. Wenn ein Körper, der eine Kreis- oder Zirkelfläche zur Grundfläche hat, gleichförmig abnimmt, und sich in einer Spitze endigt, welche oberhalb des Mittelpunctes der Kreisfläche liegt: so heißt dieß ein (gerader) **Kegel, Conus** (Fig. 9); (z. B. die Gestalt eines Zuckerhutes.)

Der körperliche oder cubische Inhalt des Kegels ist der dritte Theil des Cylinders, welcher mit ihm gleiche Höhe und gleiche Grundfläche hat (XI. Lehrsatz S. 322).

Also sein Inhalt = $\frac{u\,dd\,h}{4\times 3}$. (§. 286).

§. 293. **Aufgabe. Den körperlichen Inhalt eines Kegels zu finden.**

Ein

Ein Kegel (eine spitzig, zulaufende, runde Säule) habe unten im Durchmesser (g, d) 36 Fuß, und seine senkrechte Höhe (a, e) betrage 62 Fuß: so ist (nach §. 292) sein Inhalt: $\frac{36 \cdot 36 \cdot 62 \cdot 3'14}{4 \cdot 3} = 3 \cdot 36 \cdot 62 \cdot 3'14 = 21025'44$ Cubikfuß.

§. 294. **Aufgabe. Wenn dieser Kegel aus Granit (oder aus Sandstein) gehauen ist; wie viel Preußische Zentner werden diese Preußische Cubikfuße betragen?**

Nach obigem Werke (§. 291) können wir den Granit $2\frac{7}{10}$ mal schwerer als Wasser annehmen. Nun wiegt ein Cubikfuß Wasser 66 ℔, ein Cubikfuß Granit also (2'7 Zehntelmal mehr) . . . 2'7

462
132

Das Gewicht eines Cubikfußes Granit 178'2 ℔.

Da 110 ℔ einen Pr. Zentner betragen, so sind diese $\frac{178'2}{110} = 1'62$ Zentner.

Unser Kegel enthält Cubikfuß 21025'44 × mit 1'62.

50 = ½		10512'72
½ davon 10 ℔		2102'544
½ davon 2 ℔		420'5088
So wiegt derselbe Preußische Zentner		34061'2128

§. 295. Wenn ein solcher Kegel nicht spitzig zulauft, sondern mit der Grundfläche gleichlaufend (bey b, n, Fig. 9) abgeschnitten ist: so heißt derselbe ein abgekürzter Kegel (bn, gd). Als solche abgekürzte Kegel können wir auch unsere Waldbäume ansehen, deren Durchmesser von unten nach oben ziemlich regelmäßig abnimmt.

Setzen wir den untern, größern Durchmesser (gd) = g; den obern, kleinern (bn) = k; die Höhe oder Länge (eo) = h; das Verhältniß des Umkreises (3'14) = u: so ist die Formel für seinen Inhalt, die wir hier nicht ableiten können:

$$\frac{g^3 \div k^3}{g \div k} \times \frac{h \times u}{12}.$$

Regel. Um den Cubikinhalt eines abgekürzten Kegels zu finden, ziehet man den Cubus des kleinern Durchmessers von dem Cubus des größern ab, theilt den Rest durch den Unterschied des größern von dem kleinern Durchmesser, multiplicirt den Quotienten mit der Höhe und dem Umkreisverhältniß, und theilt das Product durch 12.

§. 296. Der Durchmesser eines Baumstammes sey unten (am Stammende) 1 Fuß und 8 Zoll (= 20 Zoll); oben (am Zopfende) 10 Zoll, und die Länge 36 Fuß (oder = 432 Zoll); wie viel ist sein Cubik-Inhalt?

Nach obiger Formel: $\frac{20^3 \div 10^3}{20 \div 10} \times \left(\frac{432 \times 3'14}{12}\right)$.

Multipliciren wir 20 zweymal, und 10 zweymal mit sich, so kommen 8000 ÷ 1000 = 7000. Diese getheilt durch 20 ÷ 10 = 10, kommen 700. Diese sollen nun multiplicirt werden mit $\frac{432 \cdot 3'14}{12} = 36 \times 3'14 = 113'04 \times 700 =$ 79128 Cubikzolle. Theilen wir diese durch $12^3 = 1728$ Zolle, welche 1 Cubikfuß gleich sind, so kommen 45 C. Fuß und 1368 C. Zoll ($45\frac{1368}{1728}$).

§. 297. Aufgabe. Wir möchten wissen wie schwer dieser Stamm ist, um Wagen und Anspann darnach zu bestimmen?

Ist dieser Stamm von Eichenholz, so ist sein Verhältniß zum Wasser wie 929 zu 1000; ist derselbe von Tannenholz, wie 55 zu 100.

Jener wiegt dann: $\frac{929 \times 66 \times 45\frac{1368}{1728}}{1000} = 2807\frac{1}{10}$ ℔.

Dieser: $\frac{55 \times 66 \times 45\frac{1368}{1728}}{100} = 1662\frac{1}{5}$ ℔.

§. 298. I. Anmerkung. Diejenigen, welche die Baumstämme oder abgekürzten Kegel so zu berechnen lehren, daß man die beyden Durchmesser addiren, und die Hälfte davon als den gleichförmigen ansehen, und das Ganze dann als einen gleichseitigen Cylinder berechnen soll, erleichtern zwar das Rechnen; aber es gibt keinen richtigen Erfolg. Für unsern Stamm wäre nach diesen, da 20 Zoll

und

und 10 Zoll = 30, und die Hälfte 15 (nach §. 286) $\frac{15 \cdot 15 \cdot 432 \cdot 3'14}{4}$,

werden 76302 Cubikzoll kommen, und oben fanden

wir 79128; zu wenig

also: 2826, oder über 1½ Cubik-Fuß.

II. Anmerkung. Wollte man Holzstämme auf Scheitholz berechnen, nämlich wie viel gegebene Bäume Klafter geben: so hat man die Zwischenräume in Anschlag zu bringen, die durch das bessere oder schlechtere schlichten, und durch die größern und kleinern Scheitern entstehen. Nach Späth's Forstwissenschaft (2ter Theil S. 21) sollen 5 Klafter schlecht geschlichtetes Nadelholz, durch gutes Schlichten in 4 gebracht werden können. Nach Verhältniß der Größe und Gleichheit der Scheiter und der Beschaffenheit der Schlichtung, kann man die Zwischenräume zu $\frac{1}{7}$ bis $\frac{1}{3}$ annehmen, von welchen $\frac{1}{4}$ das Mittelverhältniß ist.

Den Inhalt der Kugel zu berechnen.

§. 299. In der Geometrie wird bewiesen, daß der (körperliche) Inhalt einer Kugel, deren Durchmesser der Höhe eines Cylinders, und deren (größter) Umkreis der Grundfläche desselben gleich ist, **zwey Drittel des Inhalts des Cylinders betrage.**

Da nun die Formel für den Cylinder (§. 287) $\frac{uddh}{4}$, und hier h = d; so ist sie für den Inhalt der Kugel $\frac{uddd}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{ud^3}{6}$. Das heißt:

Regel. Man erhebt den Durchmesser der Kugel zum Cubus (multiplicirt ihn 2 mal mit sich selbst), multiplicirt diesen mit 3'14 und theilt das Product durch 6, so hat man den Cubikinhalt der Kugel.

§. 300. **Aufgabe.** Der Durchmesser einer Kugel ist 7 Fuß; wie viel ist ihr Inhalt?

B S B
MÜNCHEN

$\frac{7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 3'14}{6} = \frac{49 \cdot 7 \cdot 3'14}{6} = \underline{343} \times 0'52\frac{1}{3} =$

$0'50 = \frac{1}{2}$	171'5
$1 = \frac{1}{50}$ von $\frac{1}{2} =$	3'43
$1 = \frac{1}{50}$ von $\frac{1}{2} =$	3'43
$\frac{1}{3} =$	$1'14\frac{1}{3}$
	$179'50\frac{1}{3}$

Cubikfuß, der Inhalt der Kugel.

§. 301. Aufgabe. Wir verlangen eine Kugel, die von doppeltem Inhalte, oder noch einmal so schwer seyn soll, als die (§. 300) von 7 Fuß Durchmesser; wie groß wird ihr Durchmesser seyn müssen?

Der Inhalt der 7fußigen war 179'5 Cubikfuß. Zweymal so viel sind dann 359 Cubikfuß, als doppelte Größe. Nach §. 300 ist dann: $\frac{u\,d^3}{6} = 359$; $d^3 = \frac{359 \times 6}{3'14}$. Multipliciren wir mit 6 und theilen das Product durch 3'14, so kommen 685'98 = d^3.

Wird aus dieser Zahl die Cubikwurzel ausgezogen (oder ihr Logarithmus durch 3 getheilt), so kommt 8'819 für d. Der Durchmesser der Kugel, die noch einmal so groß als jene seyn soll, muß wenig über $8\frac{4}{5}$ Fuß seyn. (VIII. Lehrsatz S. 321).

§. 302. Aufgabe. Wenn wir unsere Erde kugelrund und ihren Durchmesser zu 1720 Meilen annehmen; wie viel Cubikmeilen enthält dieselbe?

$$\frac{1720^3 \times 3'14}{6}$$

$1720 \times 1720 = 2958400$. Diese multiplicirt mit $1720 = \underline{5088448000}$.

Und ferner mit $\frac{3'14}{6} = 0'52\frac{1}{3}$; also $\frac{50}{100} = \frac{1}{2} = 2544224000$

Vom Ganzen $\frac{2}{100} = \frac{1}{100} + \frac{1}{100} =$ { 50884480 / 50884480

$+ \frac{1}{3}$ davon 16961493$\frac{1}{3}$

Cubikmeilen 2662954453$\frac{1}{3}$.

§. 303.

§. 303. **Aufgabe. Wenn der Inhalt einer Kugel gegeben ist, ihren Durchmesser zu finden.**

Der Inhalt, J, einer Kugel ist: $\frac{d^3 \times u}{6}$ (§. 299.)

Daraus können wir also den Durchmesser d finden.

$\frac{d^3 . u}{6} = J$; also $d^3 = 6 . J : u$, und $d = \sqrt[3]{(6 J : u)}$. Oder wählen wir das Beyspiel §. 300:

$\frac{179'50\frac{4}{3} \times 6}{3'14} = 107702 : 314$. Theilen wir mit 314, so kommt 343; welche Zahl 7 zur Cubikwurzel hat (§. 206).

Der Leser kann mit dem Inhalte der Erde eben so verfahren; mit 6 multipliciren, 2 Nullen anfügen, dann mit 314, als ganzer Zahl (weil wir 2 Nullen anfügten), theilen, und aus dem Quotienten die Cubikwurzel, nach S. 278, ausziehen.

Berechnung der Prismen, Eckſäulen oder Pfeiler.

§. 304. Jede eckige Grundfläche, wenn sie gleichförmig fortlauft, oder senkrecht verlängert gedacht wird, heißt ein **Prisma** oder **Pfeiler.**

Die Grundfläche kann also 3, 4, 5, 6eckig ꝛc. seyn. Die Figuren 10, 11, 12 stellen also (3, 4, 5eckige) Prismen vor.

Ist sie **viereckig** (Fig. 10), so wird das **Prisma** gerade so berechnet, wie das Parallelepipedum Fig. 4: **man multiplicirt die Länge und Breite, und das Product durch die Höhe.** ($l \times b \times h =$ dem Inhalte.)

Drey-, fünf-, sechs- und mehreckige Grundflächen müssen als Dreyecke ausgerechnet werden.

§. 305. **Aufgabe. Den Cubikinhalt eines viereckigen, rechtwinkeligen Pfeilers auszurechnen. Fig. 10.**

Man

Man multiplicire das Längenmaß der einen Seite, mit dem der andern: so hat man den Quadratinhalt der Fläche des Viereckes (§. 263). Multiplicirt man diesen mit der Höhe; so hat man den Cubikinhalt des Pfeilers (§. 269).

Es sey in Fig. 10: ca = 3; ab = 5 Zoll: so ist der Quadrat-Inhalt der Fläche cabc = 3 × 5 = 15 □ Zoll. Die Höhe ch sey = 21, so ist 15 × 21 = 315 Cubikzoll, der Inhalt des Pfeilers.

§. 306. Aufgabe. Den Inhalt eines dreyeckigen Pfeilers, oder eines Prisma auszurechnen.

Man berechne die dreyeckige Grundfläche nach S. 328, und multiplicire sie mit der Höhe, so hat man den Körperinhalt.

Es sey ab, Fig. 11, also die Grundlinie des Dreyeckes, $6\frac{1}{2}$ Fuß, die (punctirte) Höhe desselben $4\frac{1}{2}$ Fuß: so ist der Quadratinhalt der Fläche desselben $(4\frac{1}{2} \times 6\frac{1}{2}) : 2 = 14\frac{5}{8}$. Die Höhe ag sey 20 Fuß; so ist der Inhalt: $14\frac{5}{8} \times 20 = 292\frac{1}{2}$ Cubikfuß.

§. 307. Aufgabe. Den Cubikinhalt jedes vieleckigen Pfeilers auszurechnen.

Man theile die eckige Grundfläche in so viel Dreyecke, als sie gibt; berechne jedes, und addire sie: so hat man den Quadrat-Inhalt der Grundfläche. Multiplicirt man diese mit der Höhe; so hat man den Cubikinhalt des Pfeilers.

Die Grundfläche des fünfeckigen Prisma, Fig. 12., kann in drey Triangel getheilt werden, von welchen der rechte und der linke einander gleich sind. Die Grundlinie dieser, durch Puncte angezeigt, sey jede = 6 Fuß, die (senkrechte) Höhe 3 Fuß: so ist der Inhalt 9 Fuß. Der andere ist eben so groß; also der Inhalt beyder 18 Fuß. Die Grundlinie des dritten ist die Seite a des Fünfeckes. Sie sey $4\frac{1}{2}$, und die Höhe 6 Fuß: so ist der Inhalt desselben $13\frac{1}{2}$ Fuß; jene zwey dazu addirt, kommen $31\frac{1}{2}$ Quadratfuß als Flächeninhalt der Grundlinie des Fünfeckes. Die Höhe an sey 20 Fuß, so ist der Cubikinhalt dieses fünfeckigen Pfeilers 630 Cubikfuß.

§. 308.

§. 308. **Formel für die Pfeiler.** Wenn die Grundfläche (= g) mit der Höhe (= h) multiplicirt wird, so hat man den Cubikinhalt (= J) des Pfeilers (§. 305). Also: I. J = g h; und II. g = J : h; und III. h = J : g. Die Grundfläche, g, wird gefunden, wenn der Inhalt durch die Höhe getheilt wird. Die Höhe, h, wird gefunden, wenn der Inhalt durch die Grundfläche getheilt wird.

Im §. 307 ist daher g = 630 : 20 = 31½ Fuß als, F. J. der **Grundlinie**; und h = 630 : 31½ = 20 Fuß, als die Höhe des **Pfeilers.**

Berechnung der Pyramiden.

§. 309. Wenn eckige Grundflächen gleichförmig zusammen laufen, und sich in einem Puncte endigen, so bilden sie **Pyramiden**: Fig. 13, 14, 15. Die Seiten geben also so viel verbundene Dreyecke, als die Grundfläche Ecken hat.

Die Ansicht der Figuren gibt schon zu erkennen, daß sich die Pyramiden zu den Eckſäulen oder Pfeilern eben so verhalten werden, wie die Kegel zu den Rundsäulen oder Cylindern. Und so ist es auch nach dem V. und XI. Lehrsatze S. 321: **Die Pyramide ist der dritte Theil einer Eckſäule oder eines Prisma, das mit jener gleiche Grundfläche und gleiche Höhe hat.**

Nun ist die Formel zur Berechnung der Pfeiler (§. 308): J = g × h; also für die **Pyramide**: I. $J := \frac{g \cdot h}{3}$; II. g = 3 J : h; III. h = 3 J : g.

Regeln. I. **Der Inhalt der Pyramide wird gefunden, wenn das Product ihrer Grundfläche in die Höhe durch 3 getheilt wird.**

II. **Die Grundfläche wird gefunden, wenn der dreyfache Inhalt durch die Höhe getheilt wird.**

III. **Die Höhe wird gefunden, wenn der dreyfache Inhalt durch die Grundfläche getheilt wird.**

§. 310. **Aufgabe. Den Cubikinhalt einer viereckigen, rechtwinkeligen Pyramide auszurechnen.** Fig. 13.

Ist die eine Seite der Grundlinie, fg, = 9 Fuß; und die andere, cg eben so groß: so ist die Quadratfläche fgcf = 9 × 9 = 81. Die (senkrechte) Höhe an sey 26 Fuß, so ist $\frac{26 \times 81}{3}$ = 756 Fuß der Cubikinhalt der Pyramide.

§. 311. **Aufgabe. Die große Pyramide in der Nähe von Kahiro ist 440 Fuß hoch, und jede Seite 700 Fuß lang. Wie viel beträgt 1) ihr Cubikinhalt, oder aus wie viel Steinen (wenn sie keine Höhlungen hätte) würde sie bestehen, wenn jeder einen Cubikfuß groß (einen Fuß lang, breit und hoch) wäre? Wie schwer ist sie, wenn die Steinmasse unserm Granit gleich kommt?**

I. (700 × 700 × 440) : 3 = 71,866,666$\frac{2}{3}$ Cubikfuß und also eben so viel Steine (beynahe 72 Millionen).

II. Wenn wir dieses Maß als Preußisches annehmen, und den Cubikfuß Wasser zu 66 Preußischen Pfunden, und den Granit 2'7 mal schwerer als das Wasser annehmen: so wiegt der Cubikfuß Granit, nach §. 294, 1'62 Preußische Zentner, und die Pyramide dann: 116,424,000. Gegen 12 Millionen Pferde würden erforderlich seyn, um eine solche Masse auf einmal fortzubringen, wenn jedes 10 Zentner zöge.

Den Inhalt eines Fasses zu berechnen.

§. 312. **Wenn die Dauben eines Fasses nicht gekrümmt wären, sondern gerade fortliefen: so könnte man dasselbe als zusammengesetzt aus zwey abgekürzten Kegeln ansehen, deren größter Durchmesser in der Mitte des Fasses, beym Spunde, und der kleinste an den beyden Enden wäre. Wegen der Krümmung aber würde der Inhalt zu klein gefunden, und zwar um ein Zwölftel.**

Eben

Eben so viel ungefähr ist die Abweichung, wenn man die beyden Durchmesser addirt und die Hälfte davon als den Durchmesser einer gleichlaufenden Rundsäule ansieht (§. 284).

Viel genauer wird der Inhalt gefunden, wenn man von der Bodenfläche **ein Drittheil** und von der Durchschnittsfläche beym Spunde **zwey Drittheil** nimmt, beyde addirt und mit der Länge des Fasses multiplicirt. Wir wollen von allen dreyen die Anwendung machen, und die übrigen Arten übergehen.

§. 313. **Aufgabe.** Das große Faß auf dem Königstein in Sachsen hat 34 Fuß Länge (e g Fig. 16), 24 Fuß Tiefe oder der größte Durchmesser beym Spunde (a n), und 22 Fuß der Durchmesser des Bodens (b e). Wie viel Cubikfuß faßt es?

I. Als abgekürzter Kegel betrachtet und nach der Formel (§. 295): $\frac{g^3 \div k^3}{g \div k} \times \frac{h\,u}{12}$, berechnet: $\frac{24^3 \div 22^3}{24 \div 22} \times \frac{34 \cdot 3''14}{12}$.

Werden kommen: 14127' $90\frac{2}{3}$.

II. Als Cylinder betrachtet (§. 286): $\frac{u\,d\,d\,h}{4}$; wo der Durchmesser d' dann $= \frac{24+22}{2} = 23$; also: $\frac{23 \cdot 23 \cdot 34 \cdot 3'14}{4}$

$= \frac{23 \cdot 23 \cdot 17 \cdot 1'57.}{23 \times 23 = 529 \times 17}$

$+ \underline{3703}$

$8993 \times 1'57$

$\frac{1}{3}$ davon $= \frac{5}{10}$: 4496'5

$\underline{629'51}$

Inhalt: 14119'01 Cubikfuß.

III. Nach der dritten Berechnungsart haben wir den Inhalt der beyden Flächen, des Bodens, und die größere in der Mitte, zu suchen. Der Flächeninhalt eines Kreises ist nach §. 286: $\frac{u\,d\,d}{4}$; daher die Fläche

des Bodens: $\frac{22 \cdot 22 \cdot 3'14}{4} = 11 \cdot 11.$

$3'14 = \frac{121 \cdot 3'14}{363}$

12'1

4'84

Davon: 379'94

$\frac{1}{3}$ = 126'64 $\frac{2}{3}$

Nebige $\frac{2}{3}$ dazu: 301'44

$\times 34 = 2 \times 17$ 428'08 $\frac{2}{3}$

$\times$ 2

$\times$ 17 856 17 $\frac{1}{3}$

599 324 $\frac{2}{3}$

des Spundes: $\frac{24 \cdot 24 \cdot 3'14}{4} = 6 \cdot 24.$

$3'14 = \frac{144 \cdot 3'14}{432}$

14'4

5'76

Davon $\frac{2}{3}$ 452'16

Ab $\frac{1}{3}$ = $\div$ 150'72

$\frac{2}{3}$ = 301'44

Inhalt: 145549'4 $\frac{2}{3}$ **Cubikfuß.** Jene Inhalte sind 3 Procent geringer als dieser, und zu wenig; dieser etwas (ungefähr $\frac{1}{120}$) zu viel.

Die Berliner Schenkmaß, Quart genannt, enthält 64 Cubikzoll. Da nun ein Cubikfuß ($12^3 =$) 1728 Cubikzolle enthält: so gehen auf einen Cubikfuß 27 Quart (64 geben 1 Quart, wie viel 1728, als 1 C. Fuß?).

In jenes Faß gehen dann also, wenn wir es zu 14550 C. Fuß annehmen,

27 mal so viel, $\times$ 9

also 3×9 130950 $\times$ 3

Quart: 392850.

Wenn die Böden der Fässer ungleiche Durchmesser haben, so muß man beyde addiren und die Hälfte davon, als den mittlern Durchmesser, nehmen.

Berechnung der Flächen.

§. 314. Aufgabe. Der Kasten, Fig. 4, soll mit Blech, von welchem die Tafel einen Fuß lang und breit ist, belegt werden. Wenn dessen Länge, dg, num 23, die Breite, ba, 9, und die Höhe, bd, 4 Fuß ist, wie viel Tafeln sind dazu erforderlich?

Da der Deckel nicht belegt werden soll, so haben wir nur die Grundfläche, den Boden dgca, und die vier Seitenflächen, von welchen immer zwey einander gleich sind, abd und cg, bdg und ac, auszurechnen. Der Flächeninhalt der Seite bdg ist dann (S. 322) $23 \times 4 = 92$; der Seite abd $= 4 \times 9 = 36$. Beyde addirt und doppelt genommen, kommen 256. Der Boden agc enthält: $23 \times 9 = 207$; jene dazu, kommen 463 Quadratfuß, und erfordern dann eben so viele Tafeln.

Deutlicher ist dieß aus Fig. 3 zu ersehen, wo jeder Flächentheil als ein Quadratfuß angenommen werden kann.

§. 315. Aufgabe. Eine Kugel, 2 Fuß im Durchmesser, soll mit Goldblättchen, welche 2 Zoll lang und breit sind, überzogen werden. Wie viel sind dazu erforderlich?

Nach S. 321, X, ist ddu = dem Flächeninhalt der Kugel.

Wenn wir statt 2 Fuß die Zolle = 24 nehmen, so ist: $24 \times 24 \times 3'14 =$ 1808'64 Quadratzoll der Flächeninhalt der Kugel. Der Inhalt des Goldblättchens ist $2 \times 2 = 4$ Quadratzoll. 4 Q. Z. erfordern 1 Blatt, wie viel 1808'64? Wird mit 4 getheilt, so kommen $452\frac{4}{25}$ Goldblätter.

§. 316. Den Flächeninhalt aller andern Figuren kann man nun auch leicht selbst zu finden wissen. Die Fläche des Dreyeckes ist S. 327. auszurechnen gelehrt worden.

Da die Pyramidenflächen (Fig. 13, 14, 15) Dreyecke sind, so werden auch diese dadurch gefunden. Die Seitenflächen der eckigen Pfeiler (Fig. 10, 11, 12)

sind

sind Vierecke, und die Grundflächen ebenfalls solche Dreyecke, und können also einzeln ausgerechnet und addirt werden.

Die Fläche der Rundsäule, Fig. 8, wird gefunden, wenn ihr Umkreis mit ihrer Höhe multiplicirt wird. Sehen wir sie nämlich als hohl an, und denken sie uns aufgeschnitten und als Fläche gelegt: so haben wir ein Viereck, dessen eine Seite die Höhe, und die andere der Umkreis ist, und also nach §. 263 zu berechnen ist.

Aufgaben zur Uebung.

Die Aufgaben, die man hier findet, sind so gewählt worden, daß sie theils den Scharfsinn üben, theils eine Menge wissenschaftlicher Kenntnisse beybringen, welche im bürgerlichen Leben von großem Nutzen sind. Sie sind, so viel es möglich war, nach den Gegenständen, und nach den Rechnungsarten, in welche sie einschlagen, geordnet worden.

Die Seiten oder Paragraphen (§§), welche für die Aufgaben Erläuterung gewähren, sind oft angeführt worden; man darf also nur diese nachsehen, wenn man nicht fortzukommen weiß.

I. Aufgaben verschiedener Art, welche durch die vier Species, die Verhältnisse und Proportionen (erster Theil, bis Seite 131) zu berechnen sind.

1) Die Preußischen Thaler sind, nebst den halben und Viertels-Thalerstücken, von 12löthigem, die Achtgroschenstücke von $10\frac{2}{3}$löthigem, die Viergroschenstücke von $8\frac{3}{4}$löthigem, und die Zweygroschenstücke von 6löthi-

6löthigem Silber gemünzt. Zu einem Rheinischen Cubikfuße von dem Silber, aus welchem Thaler geschlagen werden sollen (also von dem gemengten), sind erforderlich:

4 Zentner, 77 ℔, 31 Loth, 1 Quent, 37 Gran feines Silber,
und 1 — 18 — 11 — 2 — 24 Gran Kupfer.

Zu den Achtgroschenstücken:

4 Zentner, 20 ℔, 13 Loth, 2 Quent, 46 Gran feines Silber,
und 1 — 61 — 4 — 3 — 12 — Kupfer.

Zu den Viergroschenstücken:

3 Zentner, 31 ℔, 16 Loth, 1 Quent, 0 Gran feines Silber,
und 2 — 24 — 22 — 0 — 27 — Kupfer.

Zu den Zweygroschenstücken:

2 Zentner, 38 ℔, 31 Loth, 2 Quent, 48 Gran feines Silber,
und 2 — 100 — 29 — 0 — 0 — Kupfer.

Wie viel wiegt ein Rheinischer Cubikfuß von der (gemengten) Silbermasse, woraus geschlagen werden:

Thaler?	5 Z.	96 ℔	11 Loth	0 Quint	1 Gran.
8 Gr. Stücke?	5 —	81 —	18 —	1 —	58 —
4 Gr. Stücke?	5 —	56 —	6 —	1 —	27 —
2 Gr. Stücke?	5 —	29 —	28 —	2 —	48 —

(Der Zentner zu 110 ℔, à 32 Loth, à 4 Quent, à 60 Gran gerechnet.) Man erkennt auch hieraus, daß derselbe Umfang immer leichter wird, jemehr Kupfer zum Silber kommt.

2) Ein Cubikfuß trockenes hartes Holz, 38 ℔ schwer, gibt 1 ℔ 6 Loth Asche. Ein Cubikfuß weiches, 22 ℔ 19 Loth schwer, 23 Loth. Wie viel ist durch das Verbrennen verzehrt worden (36 ℔. 26 L.; 21 ℔ 28 L.); wie verhält sich das Verbrennliche zum Unverbrennlichen (der Asche)? (31 zu 1; $30\frac{10}{12}$ zu 1.)

3)

3) Um die Festigkeit verschiedener Holzarten zu prüfen, ließ sich Muschenbroek von denselben viereckige Stäbchen $\frac{27}{100}$ Rheinische Zoll stark verfertigen, und fand, daß sie, der Länge nach, durch folgende Kraft zerrissen:

Buchenholz	durch 11 Zentner	40 ℔;	Erlenholz	durch 9 Zentner	10 ℔.
Eschenholz	— 11 —	40 —	Rüsternholz	— 8 —	70 —
Eichenholz	— 10 —	50 —	Tannenholz	— 5 —	50 —
Lindenholz	— 9 —	10 —	Fichtenholz	— 5 —	— —

Wie viel konnte der Stab von jeder Holzart mehr oder weniger tragen, als der von Eichenholz? (Buchen und Eschen 100 ℔ mehr; aber Linden und Erlen 1 Z. 40 ℔, Rüstern 1 Z. 90 ℔, Tannen 5 Z. und Fichten 5 Z. 50 ℔. weniger).

Wie verhalten sich die Festigkeiten zu einander (den Zentner zu 110 ℔ gerechnet)? (Buchen- zu Fichtenholz wie 25 zu 11, oder $2\frac{3}{11}$: 1 ꝛc.)

4) Bley wird durch Verkalken im Feuer in Mennige verwandelt, und man erhält aus 100 Pfund Bley, 115 Pfund Mennige. Diese Mennige kann wieder durch Zusatz von Kohle in Bley verwandelt werden, man erhält aber aus 115 ℔ Mennige nur 95 ℔ Bley. Wie viel erhält man aus 60 ℔ Bley, Mennig (69 ℔); wie viel aus dieser wieder Bley (57 ℔); wie viel gebt verloren? (3 ℔).

5) Schafwolle, Baumwolle, Leinenwaaren ziehen die Feuchtigkeit aus der Luft sehr an. Wiegen von jedem, durch Wärme sehr getrocknet, 1000 Pfund oder Loth: so werden diese schwer werden

	in gewöhnlicher Luft;	in feuchter Luft;
Schafwolle	1084 . .	1163
Baumwolle	1043 . .	1089
Leinwand	1044 . .	1082

Wie schwer werden nun 8 Zentner derselben in getrocknetem Zustande, in diesen Luftarten werden können?

Da wir hier immer den Ansatz haben:

1000 ℔ kommen in feuchter Luft auf so viel . . . ℔;
auf wie viel kommen 800 ℔?

so haben wir obige Zahlen mit 800 zu multipliciren und durch 1000 zu theilen; oder mit 8 zu vervielfachen und durch 10 zu theilen; oder mit $\frac{8}{10} = \frac{4}{5}$ zu multipliciren. Da nun $\frac{4}{5}$ = ist mit $1 \div \frac{1}{5}$, so dürfen wir nur von jenen Zahlen ein Fünftel abziehen, um die Gewichte zu finden, die 800 ℔ in feuchter Luft bekommen.

800 ℔ getrocknete Schafwolle wird also kommen:

	in gewöhnlicher Luft.	In feuchter Luft.
	1084 . .	1163
ab $\frac{1}{5}$	$\div$ $216\frac{4}{5}$ . .	$\div$ $232\frac{3}{5}$
	auf $867\frac{1}{5}$ ℔. . .	$930\frac{2}{5}$ ℔.

800 ℔ getrocknete Baumwolle: 1043 . . 1089

ab $\frac{1}{5}$ $\div$ $208\frac{3}{5}$ . . $\div$ $219\frac{4}{5}$

auf $834\frac{2}{5}$ ℔ . . $869\frac{1}{5}$ ℔.

800 ℔ getrocknetes Linnen: 1044 . . 1082

ab $\frac{1}{5}$ $\div$ $208\frac{4}{5}$ . . $\div$ $216\frac{2}{5}$

auf $835\frac{1}{5}$ ℔ . . $865\frac{3}{5}$ ℔.

6) Bey einem Goldschmide ist ein silberner Becher um fl. 18 behandelt worden, mit der Bedingung, daß er $\frac{3}{4}$ Mark wiegen soll. Er ist aber nur $\frac{5}{8}$ Mark schwer. Der wievielste Theil ist vom Gelde abzuziehen?

Diese Aufgabe stehet in dem (trefflichen) gemeinnützigen Rechenbuche zum Unterricht für Stadt- und Landschulen, 3te Aufl. (und 4te), Altdorf 1809, unter der Aufschrift: Brüche zu subtrahiren; und ist daselbst das Facit angegeben 2, und in einem zweyten Bande, der die Ausrechnungen aller in jenem vorkommenden Aufgaben von einem andern Verfasser, Herr Rector Adler, enthält, also berechnet worden: $\frac{3}{4} = \frac{6}{8} = 6$

$\div \frac{5}{8} = \div \frac{5}{8} = 5$

$\frac{1}{8}$ Mark. Mithin hat der Goldschmid statt fl. 18 zu

fordern $\frac{1}{8}$ weniger, $\div\ 2\frac{1}{4}$, und

bekommt . . fl. $15\frac{1}{4}$. — Hier ist aber eine Verwechselung der Begriffe vorgefallen.

Wenn der Becher $\frac{6}{8}$ Mark wiegen soll, und wiegt nur $\frac{5}{8}$, so werden beyde Brüche als Theile von einem Ganzen ($\frac{8}{8}$) angesehen, und der Unterschied ist dann ganz richtig $\frac{1}{8}$ des Ganzen, das abgezogen werden soll. Allein fl. 18 ist nur der Preis von $\frac{3}{4}$ Mark; man kann daher $\frac{1}{8}$ nicht von dem Preise der $\frac{3}{4}$ M., von 18, abziehen, denn dieß wäre $\frac{1}{3}$ zu wenig, sondern von dem Preise der ganzen Mark, von fl. 24 = 3, welche von 18 abgezogen = 15 gibt. Allein die Frage oben ist nicht: was vom Ganzen oben abgezogen werden soll; sondern: der wievielste Theil von fl. 18, dem Preise der $\frac{3}{4}$ M., abgezogen werden soll; also von $\frac{6}{8}$, daß es gleich $\frac{5}{8}$ werde, und dann ergibt sich ein Sechstel. Oder:

$\frac{6}{8}$ Mark kosten fl. 18; wie viel kosten $\frac{5}{8}$ Mark?

$= 5 \times 18 : 6 =$ fl. 15.

7) Die Buysen, welche allein zu Emden auslaufen, d. h., die auf den Heringsfang ausgehenden Schiffe, bringen seit 1769, da diese Compagnie errichtet ist, jährlich im Durchschnitt 1000 Last Heringe. Da nun eine Last Heringe 12 Tonnen hält, und auf jede Tonne etwa 900 Heringe zu rechnen sind: — wie viel Heringe liefert jährlich diese Compagnie? (10,800,000).

8) Aus einem Pfund Elfenbein verfertigt der Kammmacher wenigstens 19 Loth Kämme. Gesetzt nun er kauft einen Elephantenzahn von 115 Pfund: — wie viel Pfund Kämme werden daraus gemacht werden? (68 ℔ 9 Loth); und wie viel Stücke von der kleinen Gattung, 120 Stücke auf das Pfund (8193).

9) Das Rothenburger Bergwerk liefert jährlich aus 5337 Fuder Kupferschiefer, wovon jedes 48 Zentner wiegt, 4000 Zentner Kupfer. — Aus diesem Kupfer werden wiederum jährlich 3000 Mark Silber geschieden (die Mark 16 Loth). Wie viel Zentner Kupferschiefer gehören zu

1 Zent-

1 Zentner Kupfer? — und wie viel Loth Silber gewinnt man aus 1 Zentner Kupfer? ($64\frac{11}{50}$ Zentner; 12 Loth).

10) Auf dem großen Amalgamationswerk zu Freyberg im Erzgebürge wird jährlich aus 60000 Zentnern Silbererz das Silber geschieden. Da man nun solches Erz dazu nimmt, welches auf den Zentner an Silber 8 Loth enthält: — wie viel Mark (zu 16 Loth) Silber wird daselbst jährlich gewonnen? (30000 Mark).

11) Im Minden- und Ravensbergischen zählte man vor einigen Jahren 14000 Bienenstöcke, und der Ertrag derselben wurde zu 38650 Pfund Honig und 2450 Pfund Wachs angegeben. — Wie viel Pfund Honig, — und wie viel Loth Wachs konnten nach diesen Angaben im Durchschnitt auf Einen Bienenstock gerechnet werden? (2 ℔ $24\frac{12}{37}$ Loth; $5\frac{3}{5}$ Loth)

12) In der Breslauer Nähnadelfabrik werden jährlich aus 50 Zentner Iserlohner Stahldrath im Durchschnitt 7,500,000 Nähnadeln fabricirt. Wie viel derselben werden also im Durchschnitt aus 1 ℔ Stahl gemacht? ($1363\frac{7}{11}$).

13) Das Gespinst der Seidenraupe ist so fein, daß ein Faden von 360 pariser Fuß Länge nur 1 Gran wiegt. Wie viel Quentchen wird also ein Faden von der Länge einer deutschen Meile (22842 Fuß) schwer seyn? ($1\frac{23}{400}$).

14) Den Gewinn von der Bienenzucht gibt ein Landwirth im Krünitz folgendergestalt an: Eine Bienenstelle von 50 Stöcken liefert jährlich wenigstens 8 Tonnen Honig (à 300 ℔), wovon aber 2 Tonnen zum künftigen Futterhonig für die Bienen abgehn. (Jede Bienenstelle bringt auch 60 bis 80 ℔ reines Wachs. Allein dieses kann man auf die Unkosten, Wartung und Unterhaltung rechnen). Da nun der mäßigste Preis des Honigs für die Tonne 12 Rthlr. ist: — wie groß ist nach dieser Berechnung der Ertrag eines Bienenstocks? — und da nach der neue-

sten Zählung im Herzogthum Magdeburg 29990 Stöcke vorgefunden sind: wie viel Gewinn hat die Provinz von der Bienenzucht? (1 Thlr. 10 Gr. $6\frac{8}{15}$ Pfennige; 43185 Thaler 14 Groschen $4\frac{4}{5}$ Pfennige.)

15) Ein Gran vom Faden einer Seidenraupe ist 360 Fuß lang, und ein Gran Gold läßt sich in einen Faden von 500 Fuß Länge ausdehnen. Da nun in einem Zoll noch 300 Theilchen sich unterscheiden lassen: — wie viel Theilchen sind an einem Gran Seiden- — und Goldfaden sichtbar? (1296000; 1800000).

16) Der Schall pflanzt sich mit einer Geschwindigkeit von 1078 par. Fuß in einer Secunde fort. Da man nicht immer eine Secundenuhr bey der Hand hat, um durch den Schall eine Entfernung zu messen, und man weiß, daß in 60 Secunden (oder einer Minute) der Puls in einem gesunden Menschen von einem Alter von 14 Jahren 80 mal

25	—	75	—
30	—	70	—
50	—	65	—
60	—	60	—

zu schlagen pflegt: — wie viel Fuß legt der Schall während eines Pulsschlags in jedem dieser Alter zurück? ($808\frac{1}{2}$; $862\frac{2}{7}$; 924; $995\frac{1}{11}$; 1078).

17) Der Schall kann sich, außer den Gebirgen, weit fortpflanzen. Zu Florenz, in Italien, abgefeuerte Kanonen hat man 5 Meilen hinter Livorno, also 55 ital. Meilen gehört. — Bey der Belagerung von Genua will man die Schüsse gar 90 ital. Meilen gehört haben. — Wie viel Minuten wird in beyden Fällen der Schall gebraucht haben, da er in einer Secunde 1078 par. Fuß durchläuft, und die italien. Meile etwa $\frac{1}{4}$ deutsche) 5711 par. Fuß hält? (4 Minuten $51\frac{407}{1078}$ Secunden; 7 Minuten $56\frac{43}{57}$ Secunden).

18) Um die Entfernung einer Gewitterwolke zu schätzen, hat man nur die Secunden, welche der Donner später, als der Blitz kömmt, zu zählen,

zählen, und für jede Secunde 1073 par. Fuß Entfernung zu rechnen. — Auch nach Pulsschlägen kann man die Entfernung abmessen. Wenn man sich nämlich nicht in einem Zustande der Aengstlichkeit befindet (in welchem Falle der Puls schneller zu schlagen pflegt): so rechnet man (bey einem jungen Menschen) auf vier Pulsschläge so viel, als auf 3 Secunden. — Wie weit ist also das Gewitter entfernt, wenn man zwischen Blitz und Donner 30 Secunden, — und 30 Pulsschläge zählt? — und wie viel Secunden, — oder Pulsschläge muß man zählen können, um gewiß zu seyn, daß es noch eine Meile entfernt ist? (eine Meile hat 22842 par. Fuß). ($1\frac{583}{807}$ Meile; $\frac{1}{4}$ weniger; $21\frac{102}{359}$ Secunden; $28\frac{136}{359}$ Pulsschläge).

19) Die mittlere Geschwindigkeit der Elbe beträgt in einer Secunde 3 Rheinische Fuß. In wie viel Stunden ꝛc. durchlauft sie eine deutsche Meile, welche zu 23642 Rheinische Fuß gerechnet wird? ($2\frac{19}{40}\frac{21}{00}$).

20) Das Eisen ist so dehnbar, daß 1 ℔ in einen Faden gezogen werden kann, welcher 1 Schwedische Meile lang ist. Da nun diese 34052 Rheinische Fuß enthält: — wie viel Rheinische Fuß wird ein Eisendrath von dieser Feinheit halten, der nicht mehr als 1 Quentchen wiegt? ($266\frac{1}{32}$ Fuß).

21) Bey der Schönebeckschen Salzsiederey werden jährlich 18500 Last weißes, 134 Last graues, und 120 Last schwarzes Salz gesotten. — Da nun 1 Last 60 Scheffel, und 1 Scheffel 54 ℔ hält: — wie viel Zentner Salz werden jährlich gemacht? ($552390\frac{6}{11}$ Zentner).

22) Wenn ein Waizenkorn sich immer verzehnfachte und 12 Jahre nach einander die 10fältige Frucht immer wieder ausgesäet würde: — a) wie viel Körner würden aus einem einzigen im zwölften Jahre daraus entstanden seyn? — b) wie viel Winspel würden dieß seyn, da man auf 1 Berliner Scheffel 614400 Körner rechnet? — c) wie viel Hufen Acker wären erforderlich, wenn alles von neuem ausgesäet werden sollte, da auf eine Hufe 30 Morgen gehen, und 1 Scheffel auf den Morgen gerechnet

net wird? — d) Wie viel vierspännige Wagen, und wie viel Pferde gehörten dazu, um den Ertrag des letzten Jahres zu transportiren, wenn man auch 2 Winspel auf einen vierspännigen Wagen rechnet? — e) Wie viel Meilen würde endlich diese Wagenreihe lang seyn, wenn die Wagen dicht hinter einander führen, da einem jeden 20 Schritt in die Länge zugehört, und die Meile 10000 Schritt hält? a) 1 Billion; b) $67816\frac{121}{144}$ Winspel; c) $54253\frac{80}{72}$ Hufen; d) 33908 Wagen und 135632 Pferde; e) $67\frac{102}{135}$ Meilen).

23) Zu Tarnowitz und Beuthen, in Preußisch Oberschlesien, ist ein Bleyerzlager, welches einen Raum von 4 Quadratmeilen einnimmt, und von solchem Gehalt ist, daß aus 1 Quadratlachter im Durchschnitt 12 Zentner Stuff- und Wascherz, und aus einem Zentner von letzterm 72 Pfund Bley und 2 Loth Silber erhalten wird. Da aber in ältern Zeiten von diesem Lager bereits viel ausgebauet ist, und wenn man überdieß annimmt, daß die Gewinnung der Erze noch mancherley Hindernisse finden könnte, und daher das Bleyerzlager nur zu $\frac{1}{4}$ Quadratmeile, oder zu 2937796 Quadratlachter ansetzt: — wie viel Zentner Bley? — und wie viel Mark Silber werden sich wenigstens aus diesem Bergwerk noch gewinnen lassen? ($23075052\frac{12}{55}$ Zentner; 4406694 Mark).

24) In Rußland wird aus dem Rogen des Stöhrs und des Hausenfisches der bekannte Caviar bereitet. Von einem guten Stör erhält man 30, und von einem Hausenfisch bis 120 ℔ Eyerchen, aus deren jedem wieder ein Fisch derselben Art werden kann. Man rechnet 7 Rogeneyer vom Stör und 5 vom Hausenfisch auf 1 Gran. — Wie viel Eyer trägt also ein solcher Stör — und Hausenfisch bey sich? (1612800; 4608000 Eyer).

25) Ein Faß Proviantmehl enthält 6 Berliner Scheffel, 1 Scheffel wiegt 75 Pfund, 3 Pfund Mehl geben 4 Pfund Brod, und endlich ein Commisbrod wiegt 6 Pfund. Man soll daraus berechnen, wie viel Stück Brod aus einem Faß Mehl gebacken werden können? (100 Stück).

26) Die Seiltänzer pflegen wohl das Kunststück zu machen, einen 400pfündigen Amboß, an die Kopfhaare befestigt, zu heben. Da das Haar so zart ist, so setzt man hier eine Täuschung voraus. Allein folgende Berechnung wird das Gegentheil beweisen. Man hat hat auf 1 Quadratzoll Haut vom Scheitel 1172, und vom Hinterkopfe 900 Haare gezählt. Ferner hat man durch Versuche gefunden, daß ein Kopfhaar so viel Festigkeit hat, daß es 2069 Gran tragen kann. Nimmt man nun an, daß der Seiltänzer von seinen Scheitelhaaren nur so viel, als auf 2, und von seinen Hinterkopfshaaren nur so viel, als auf 4 Quadratzoll Haut stehen, an den Amboß befestigt habe, wie viel Pfund sind diese Haare, ohne zu zerreißen, zu tragen im Stande? ($1601\frac{301}{560}$ ℔).

27) Auf 1 ℔ Rauchtabak gehen 120 Pfeifen von der gewöhnlichen Größe der thönernen, Wenn man nun täglich nicht mehr als 2 Pfeifen raucht: — wie viel Wochen reicht man mit einem Pfunde? — wie viel Pfennige ist eine Pfeife Tabak werth, wenn man das Pfund mit einen Thaler bezahlt? — endlich wie viel wird dafür die jährliche Ausgabe betragen? (8 Wochen und 4 Tage; $2\frac{2}{5}$ Pfennige; 6 Thaler 2 Groschen).

28) Man rechnet die Länge der Elbe von Magdeburg bis Hamburg 48 Meilen. Da nun die mittlere Geschwindigkeit derselben in einer Secunde 3 Rheinische Fuß beträgt, und die Meile 23642 Fuß hat; wie viel Tage ꝛc. würden hingehen, ehe ein Tropfen von Magdeburg in Hamburg ankommt? (4 Tage 9 Stunden 4 Minuten 32 Secunden).

29) Der Schall legt in einer Secunde 1078 par. Fuß zurück. Wie viel Tage, Stunden ꝛc. würde er gebrauchen, um von der Erde auf den Mond zu kommen, da derselbe in seinem größten Abstande von der Erde 54881, — in seinem geringsten 48150, — und in seinem mittlern Abstande 51835 geographische Meilen entfernt ist, deren jede 22842 par. Fuß hat?

	Tage	Stund.	Min.	Secunden.
Im größten	13	11	1	$26\frac{341}{736}$
kleinsten	11	19	54	$17\frac{377}{533}$
mittlern	12	17	5	$44\frac{17}{777}$

30)

30) Der sogenannte blaue Montag, welchen viele Handwerksgenossen zum Müßiggange und zu Zerstreuungen mißbrauchen, bringt dem Staat einen nicht geringen Verlust. Gesetzt eine Mittelstadt hätte 500 Meister, und jeder im Durchschnitt 3 Gesellen. Man rechne ferner für das Versäumniß dieses Tags in jeder Woche für den Meister nur 5 und für den Gesellen 3 Groschen; wie viel verliert diese Stadt dadurch, wenn man 50 Montage aufs Jahr rechnet? (14583 Thaler 8 Groschen).

31) Die Friedrichsstraße in Berlin ist 10680, und 1 deutsche Meile ist 23642 Rheinische Fuß lang. Der Schritt eines preußischen Soldaten beträgt $2\frac{1}{3}$ Fuß, und er muß 76 in einer Minute thun. Wie lange wird er Zeit brauchen, um diese Straße, und um 1 deutsche Meile zurückzulegen? (1 Stunde $13\frac{711}{1138}$ Secunden; 2 Stunden 13 Minuten $19\frac{233}{1138}$ Secunden).

32) Ein Rheinischer Cubikfuß atmosphärischer Luft wiegt bey einer mittlern Temperatur und einem Barometerstande von 28 Zoll genau $2\frac{3}{5}$ Loth. Wie viel Cubikfuß Luft gehören also zu einem Gewicht von einem Pfunde, und von einem Zentner? ($12\frac{4}{13}$, und $1353\frac{1}{13}$ Cub. Fuß).

33) Ein großer Kahn auf der Elbe wird bey vollem Wasser mit 1400 Zentner beladen. Wenn er mit lauter Sandstein befrachtet wird, wie viel Cubikfuß davon kann er tragen, da 1 C. F. $139\frac{45}{128}$ ℔ wiegt? — Das Wasser, welches er während der Befrachtung durch das Tiefersinken verdrängt, muß eben so viel wiegen. Da nun 1 Cub. Fuß Flußwasser wasser $66\frac{1}{4}$ ℔ schwer ist; wie viel Cub. Fuß Wasser wird nach und nach bis zur vollen Ladung des Kahns verdrängt werden? ($1100\frac{1400}{6439}$, und $2319\frac{23}{85}$ Cubikfuß).

34) Ein Kaufmann hat 8 Zentner Kreide gekauft, wie viel Rheinische Cubikfuß sind dieß, da 1 Cubikfuß $129\frac{75}{128}$ ℔ wiegt? ($6\frac{2600}{3375}$ C. Fuß).

35) Der Telegraph, welcher in Frankreich erfunden ist, befördert eine Nachricht so schnell weiter, daß man dazu auf eine Entfernung von $25\frac{3}{4}$ deutsche Meilen nicht mehr als 13 Minuten und 40 Secunden nöthig hat.

hat. Wenn also Telegraphen rund um die Erde angelegt werden könnten, welche in eben dem Verhältniß wirksam wären, wie viel Stunden würden für diesen Umkreis von 5400 Meilen erforderlich seyn? (47 St. $46\frac{2}{103}$ Min.)

36) **Die Mark fein Silber koste** $13\frac{1}{3}$ Thaler Preußisch Currant. Wie viel kostet ein Pariser, und ein Rheinischer Cubikfuß Silber, da jener $765\frac{3}{43}$, und dieser $690\frac{9}{14}$ ℔ schwer ist. (20419 Thaler 14 Gr. $2\frac{33}{43}$ Pf.; 18417 Thaler 3 Gr. $5\frac{1}{7}$ Pf.)

37) **Es hat Jemand einen Elephantenzahn gekauft**, welcher 242 ℔ wiegt. Er wünscht zu wissen, wie viel Cubikfuß er enthalte, und er hört, daß Elfenbein $1\frac{3}{40}$ mal schwerer sey, als Wasser, wovon der Rheinische Cubikfuß $65\frac{44}{47}$ ℔ schwer ist. Wie viel wird die Nachrechnung geben? ($2_{21}\frac{250}{1217}\frac{6}{17}$ C. F.)

38) **Ein Mühlstein wiegt genau** 1670 ℔. Da nun diese Steinart $2\frac{1}{2}$ mal schwerer ist, als reines Wasser, wovon der Rheinische Cubikfuß $65\frac{44}{47}$ ℔ wiegt: wie viel Rheinische C. Fuß enthält derselbe? (10 C. F. $226\frac{198}{103}$ C. Zoll.)

39) **Ein Kriegsschiff vom ersten Range** sinkt während seiner Belastung mit 100 Kanonen, mit 1000 Mann Besatzung und mit dem, was zu seiner Ausrüstung auf 3 Monat erforderlich ist, so tief ins Meer ein, daß es nach und nach bis $57704\frac{16}{81}$ Par. Cubikfuß Wasser verdrängt. Da nun 1 Paris. Cubikfuß Meerwasser $74\frac{4}{15}$ ℔ wiegt: mit wie viel Zentner ist das Kriegsschiff beladen? (Mit $39309\frac{1}{11}$ Zentner.)

40) **Ein Pfund Kupfer** wird in der Preußischen Münze zu 16 Groschen 6 Pfenn. ausgeprägt. Wie hoch wird also der Zentner Kupfer dadurch ausgebracht? (Zu $75\frac{5}{8}$ Thaler.)

41) **Eine Klafter Holz**, welche 6 Fuß lang und hoch ist, und 4 Fuß Scheiterlänge hat, folglich 144 Cubikfuß Raum einnimmt, enthält wegen der Zwischenräume an wirklichem Holz: beym Tannenholz 100; Fichten und Buchen 98; Rüstern 92: Birken 88; Eichenstamm 86, und Eichenastholz 64 C. Fuß. Gesetzt nun, ich habe von jeder Art eine Klafter gekauft, und die Klafter Tannenholz bezahlt mit 3 Thaler 4 Gr.; Fichten 2 Thaler 20 Gr.; Buchen

7 Thaler 8 Gr.; Rüstern 7 Thaler; Birken 6 Thaler 22 Gr.; Eichenstamm 6 Thaler, und Eichenast 4 Thaler 8 Gr. Auf wie viel Pfennige kommt mir der Cubikfuß von jeder Holzart? (Tannenholz — Gr. $9\frac{3}{21}$ Pf.
Fichtenholz — " $8\frac{16}{49}$ "
Büchenholz 1 " $9\frac{27}{49}$ "
Rüsternholz 1 " $9\frac{21}{33}$ "
Birkenholz 1 " $10\frac{7}{11}$ "
Eichenstammholz 1 " $8\frac{4}{7}$ "
Eichenastholz 1 " $7\frac{1}{2}$ Pfennig.)

42) **Der Druck der Atmosphäre** auf eine Fläche von der Größe eines Pariser Quadratfußes (beträgt bey einem Barometerstande von 28 Zoll) $2314\frac{1}{2}$ ℔. Da nun die ganze Oberfläche der Erde 9281920 Quadratmeilen beträgt, wovon jede 521756964 Par. Quadratfuß hat: wie viel Zentner würde der gesammte Druck der Atmosphäre auf die Erde betragen, oder eigentlich die ganze Luftmasse unserer Erde wiegen? (101,899,153,283,261,$288\frac{8}{11}$ Zentner.)

43) **Um zu erfahren, wie stark der Hering sich vervielfältiget,** hat man die Eyerchen im Rogen desselben berechnet, aus deren jedem wieder ein Hering werden kann. Man wog nämlich die ganze Rogenmasse und fand sie $4\frac{3}{8}$ Loth schwer, und in einem Gran zählte man 75 Eyerchen. Wie viel Eyer waren in diesem Rogen? (78750 Eyer.)

44) **Ein erwachsener Mensch** dunstet in 24 Stunden aus den Schweißlöchern seiner Haut $2\frac{1}{2}$ bis 5 Pfund, nach Verschiedenheit der Jahreszeiten, des Klima's und seines Körperzustandes aus. Man kann im Durchschnitt täglich $3\frac{3}{4}$ Pfund annehmen. Wie viel Zentner beträgt die jährliche Ausdünstung eines Menschen? ($12\frac{19}{88}$ Zentner.)

45) **Die größte auf den harzischen Bergwerken bekannte Tiefe ist die auf der Grube Thurm Rosenhof bey Clausthal.** Diese beträgt nämlich $268\frac{1}{4}$ Lachter. Da nun 1 Lachter auf dem Oberharz $5\frac{18}{41}$ Par. Fuß lang ist, und 13913 Par. Fuß so viel, als 14400 Rheinische Fuß machen: wie viel mal tiefer ist diese Grube, als der Magdeburger Domthurm hoch ist,

dessen

dessen Höhe 250 Rheinische Fuß beträgt? — und wie nahe kommt diese Tiefe dem Horizont der Ostsee, da der obere Punct der Grube 1640 Paris. Fuß über der Ostsee erhaben ist? ($6\frac{166}{187}\frac{021}{218}$ mal; um $50\frac{21}{164}$ Fuß.)

46) **Ein Dresdner Scheffel Rocken** gibt 125 Pfund Mehl, woraus $166\frac{2}{3}$ ℔ Brod gebacken werden; — ein Scheffel Gerste gibt 110 Pfund Mehl, woraus $146\frac{2}{3}$ ℔ Brod kommen. Wenn nun 1 Scheffel Rocken 4, und Gerste 3 Thaler kostet: wie viel Pfennige kostet 1 Pfund Rockenbrod — und Gerstenbrod? ($6\frac{14}{125}$ — $5\frac{8}{55}$ Pfennige.)

47) **Wer täglich zweymal Kaffe,** und nur $\frac{1}{4}$ Maß Wein trinkt und Tabak raucht und schnupft: wie groß ist dessen jährlicher Aufwand zu diesen entbehrlichen Bedürfnissen, wenn ihn jede Portion Kaffe $1\frac{1}{4}$ Groschen, das Maß Wein 10 Groschen kostet, und wenn er monatlich $1\frac{1}{4}$ ℔ Rauchtabak zu 16 Groschen, und 1 ℔ Schnupftabak zu 10 Groschen verbraucht?

Kaffe	38 Thlr.	— Gr.	6 Pf.
Wein	38 „	— „	6 „
Rauchtabak	10 „	— „	— „
Schnupftabak	5 „	— „	— „
Zusammen	91 Thlr.	1 Gr.	— Pf.

48) **Die Luft** wird durch das Athemholen eines Menschen oder Thieres so verdorben, daß sie dazu ganz untauglich wird, weil sie ihr Sauerstoffgas verliert. Nach den Versuchen, welche Hales angestellt hat, werden bey jedem Athemzuge eines Menschen 9 Cubikzoll Luft verdorben. Wie viel Cubikfuß Luft muß also ein Taucher unter der Taucherglocke haben, um eine Stunde darin zu leben, da er $16\frac{2}{3}$ Athemzüge in einer Minute thut? ($5\frac{5}{24}$ C. Fuß.)

49) **Die Elbe** hat im Durchschnitt auf 50 Rheinische Ruthen ein Gefälle von 3 Zoll. Wenn nun die Länge ihres Weges von Magdeburg nach Hamburg 48 deutsche Meilen gerechnet werden kann: um wie viel Ruthen höher ist sie bey Magdeburg, als bey Hamburg, da 1 deutsche Meile $1970\frac{1}{8}$ Rheinische Ruthen hält? ($39\frac{121}{800}$ Ruthe.)

50) **Eine gewöhnliche Flintenkugel wiegt 2 Loth.** Wie viel Cubiklinien beträgt ihr Inhalt, da 1 Cubikfuß Bley $746\frac{2}{7}$ ℔ wiegt, und 1 Cubikfuß 1728 C. Zoll, und 1 C. Zoll eben so viel Cubiklinien hat? ($249\frac{33}{35}$ C. Linien.)

51) **In dem Amalgamationswerk zu Freyberg** im Erzgebirge wird das fein gemahlene, gesiebte, geröstete, und mit Kochsalz vermengte Silbererz, nebst Queckſilber und Wasser in Fässern 16 Stunden lang in eine so starke Bewegung gesetzt, daß das Queckſilber alle kleine Silbertheilchen auffaugen kann, welches alsdann das Amalgam gibt, woraus das feine Silber durch Abdampfen des Queckſilbers über dem Feuer leicht geschieden werden kann. Solcher Fässer gibt es 20. In jedes kommt, außer 3 Zentner Wasser, 10 Zentner Erz und 5 Zentner Queckſilber. Da nun 1 Zentner Erz daselbst 8 Loth feines Silber enthält, wovon die Mark $13\frac{1}{3}$ in Preußisch Courant kostet, und 1 ℔ Queckſilber mit 1 Thaler 2 Groschen in Golde bezahlt wird: wie viel Werth hat im Pr. Courant der Inhalt aller Fässer an Silber, — an Queckſilber, — zusammen? (den Friedrichsd'or zu 5 Thlr. 8 Gr. gerechnet.) (1333 Thlr. 8 Gr.; — 12711 Thlr. 2 Gr. 8 Pf.; — 14044 Thlr. 10 Gr. 8 Pf.)

52) **Ein in einen Strom gehängtes Wasserrad,** mit welchem man Wasser schöpfen und aufwärts fördern will, drehe sich alle 20 Secunden einmal, und bringe mit jeder Wendung $66\frac{2}{15}$ Schaufeln voll Wasser auf, deren jede 290 Cubikzoll Wasser gebe. Wie viel Cubikfuß Wasser wird dieses Schaufelwerk in 24 Stunden aufbringen? ($47946\frac{2}{3}$ Cubikfuß.)

53) **Aus dem menschlichen Harn** wird, durch Beymischung der Salzsäure zu dem in demselben befindlichen flüchtigen Laugensalze, Salmiak gewonnen. Man kann annehmen, daß 1 Eymer Harn (64 Maß) 3 Pfund Salmiak gebe. Da nun ein erwachsener Mensch täglich $4\frac{7}{18}$ ℔ Urin absondert; ferner der Rheinische Cubikfuß Urin $66\frac{7}{11}$ ℔ wiegt, und endlich ein Berlin Maß $65\frac{17}{41}$ Rheinische Cubikzoll enthält; wie viel Pfund Salmiak könnte aus dem Urin, welchen ein Mensch jährlich absondert, gewonnen werden? (27 Pfund $16\frac{2898}{87}\frac{5}{37}\frac{5}{36}$ Loth.)

54)

54) **Nach le Blond** ist die beste Mischung zu metallenen Kanonen 36 Pfund Kupfer, 3 Pfund Zinn und 2 Pfund Messing; wie viel werden von jedem Bestandtheile zu nehmen seyn, wenn das gegossene Stück 4200 ℔ wiegen soll? ($3687\frac{3}{41}$; $307\frac{1}{41}$; $204\frac{6}{41}$).

55) **Die Flüssigkeit, die uns umgibt, die atmosphärische Luft**, bestehet aus ungleichartigen Bestandtheilen. 100 Theile derselben enthalten 27 Theile **Lebenoluft** (auch Sauerstoff, Gaz oxygène genannt), welche zur Erhaltung des thierischen Lebens und der Flamme dient; 71 Theile Stickluft (welche wir beym Athmen aushauchen) und 2 Theile **Kohlensäure** (Luftsäure, mephitisches Gas). Wenn nun 1 Zimmer, worin reine atmosphärische Luft ist, 24 Fuß lang, 16 breit und 12 Fuß hoch ist: wie viel von jeder dieser drey Luftarten sind darin befindlich? ($1244\frac{4}{5}$; $3271\frac{1}{15}$; $92\frac{4}{15}$ Cubikfuß.)

56) **Ein erwachsener Mensch** kann von 150 Cubikzoll Luft nicht länger als 1 Minute leben, weil so viel durch sein Athmen verdorben wird. Wenn nun ein luftdichtes Zimmer 15 Fuß lang, 12 Fuß breit und 10 Fuß hoch wäre: wie viel Menschen könnten, ohne daß sie Gefahr liefen, zu ersticken, auf eine Stunde in dieß Zimmer gesperrt werden? ($345\frac{3}{5}$).

57) **Man hat berechnet**, daß $10\frac{2}{3}$ Cubikfuß gelöschter Kalk 16 Cubikfuß Sand erfordern, um damit $85\frac{1}{2}$ Cubikfuß Mauer von Bruchsteinen zu bauen, und daß eine Chausseeruthe Bruchsteine (welche 192 Cubikfuß Raum einnimmt) zu $110\frac{5}{8}$ Cubikfuß Mauer hinreicht. Gesetzt nun, ich hätte um einen länglichviereckigen Garten eine Mauer zu ziehn, wovon jede längere Seite 520, und jede kürzere 376, die Höhe 12, und die Dicke $1\frac{1}{2}$ Fuß betrüge: — wie viel Ruthen Steine, — wie viel Cubikfuß gelöschten Kalk, — und wie viel Cubikfuß Sand würde ich dazu anzuschaffen haben? ($291\frac{71}{95}$ Ruthen; — $4024\frac{8}{57}$ Cubikfuß; — $6036\frac{4}{19}$ Cubikfuß.)

58) **Eine Braupfanne** sey $6\frac{1}{2}$ Fuß lang, $4\frac{1}{2}$ Fuß breit und $2\frac{1}{4}$ Fuß tief. Wie viel wird das darin befindliche Wasser wiegen, da der Rheinische Cubikfuß Flußwasser $66\frac{2}{3}$ Pfund wiegt? ($4369\frac{2}{10}$ ℔.)

59)

59) Von dem gemeinen Magdeburger Sandstein wiegt der Rheinische Cubikfuß $139\frac{45}{46}$ ℔. Wie viel Zentner wiegt ein Leichenstein von dieser Steinart, welcher $6\frac{3}{4}$ Fuß lang, $3\frac{1}{2}$ Fuß breit, und 5 Zoll dick ist? (12 Zentner $40\frac{185}{207}$ ℔.)

Aufgaben, welche im Haushalten, im Handel und Wandel vorkommen können.

60) Einer will eine gewisse Summe halbe Gulden verwechseln, es kommen 2 Juden, einer will 1 kr. aufs Stück Aufwechsel geben, der andere $3\frac{1}{2}$ Procent. Bey welchem ist mehr Vortheil? (Beym letztern; denn jenes macht nur $3\frac{1}{3}$ Procent.)

61) Einer hat den fünften Theil seiner Schulden bezahlt, muß noch zahlen 4800 fl., wie viel war er Anfangs schuldig? (6000 fl.)

62) Es fallirt einer mit 24000 fl. Schulden, sein Vermögen ist nicht mehr als 8000 fl., wie viel bekommen die Schuldner für einen Gulden? (20 kr.)

63) Es sammelt Jemand Pränumeration auf ein Buch, der Buchdrucker verspricht ihm das 13te Stück gratis; bey der Bezahlung will er an 100 fl. 8 fl. 20 kr. abziehen, weil er glaubt, er dürfe $\frac{1}{12}$ abziehen, indem auf 12 eines versprochen worden; der Buchdrucker will nicht mehr als 7 fl. $41\frac{7}{13}$ kr. zugeben. Wer hat recht? (Der letzte, denn es soll nur $\frac{1}{13}$ gratis seyn.)

64) Ihrer zwey kaufen um gleichen Preis Wein, einer verkauft den Saum zu 9 fl. 30 kr. und gewinnt 25 Procent, der andere sagt, er habe an seinem 17 Procent verloren, wie theuer hat er ihn verkauft? (6 fl. 17 kr. $2\frac{18}{25}$ Pfennige.)

65) Ein Arbeiter verdient täglich 48 kr., gibt aber 30 kr. Kostgeld, wie viel erwibt er in 4 Wochen? (5 fl. 12 kr. Am Sonntag verdient er nichts.)

66)

66) Ein Brunnen hat 4 Röhren, durch eine läuft in einer Stunde 7 Ohm, durch die andere in 5 Stunden 37 Ohm, durch die dritte in $3\frac{1}{2}$ Stunden 28 Ohm, durch die vierte in 4 Stunden 35 Ohm. Der Kasten hält $124\frac{3}{4}$ Ohm; wie bald wird er voll? (In 4 Stunden.)

67) Das Porto für Geld macht $\frac{3}{4}$ Procent nach Nürnberg zu schicken, hier kann mans nicht frankiren, und gleichwohl soll der Freund in Nürnberg 7000 Gulden franco bekommen, wie viel muß zugelegt werden? (52 Gulden $53\frac{19}{397}$ kr.) $99\frac{1}{4} - \frac{3}{4} - 7000$. Will man die zu zahlende Summe wissen, $99\frac{1}{4} - 100 - 7000$.

68) Ich will 75 Malter Früchte, zu 4 fl. 30 kr. das Malter, gegen Wein verstechen, der Saum Wein gilt 7 fl. 30 kr.; wie viel Wein werde ich bekommen? (45 Saum.)

69) Ihrer drey kaufen einen Käs für 5 fl. 12 kr.; der erste nimmt $\frac{1}{3}$ davon, der andere $\frac{2}{5}$, der dritte das übrige; er wiegt solches, und findet $6\frac{2}{5}$ Pfund. Wie viel hat der Käs gewogen, und wie viel hat jeder bezahlt? (24 Pfund, der erste zahlt 1 fl. 24 kr., der andere 2 fl. $4\frac{4}{5}$ kr., der dritte 1 fl. $23\frac{1}{5}$ kr.)

70) Einer hat 1611 Garben in seine Scheune gebracht, nachdem er den Zehenden gegeben. Wie viel hat er auf seinem Acker gemacht? (1790.) Hat er $\frac{1}{10}$ gegeben, so hat er noch $\frac{9}{10}$ ꝛc.

71) Einer hat 5 Ohm, 4 Viertel, 1 Maß Wein Durlacher Eich im Keller gebracht, mußte aber auf die Ohm 2 Maß Kelterwein geben, wie viel hat er ausgekeltert? (5 Ohm 6 Viertel. Ein Viertel hat 6 Maß; 1 Ohm 12 Viertel.)

72) Es soll ein Kleid mit Taffet gefüttert werden, der ein halb Viertel weniger als Ellen breit, das Tuch aber ist $2\frac{3}{4}$ Ellen breit, und wird davon erfordert $7\frac{1}{2}$ Ellen, wie viel Taffet muß man haben? ($23\frac{3}{4}$ Ellen.)

73) $2\frac{2}{3}$ breit braucht $7\frac{1}{2}$, was braucht $\frac{3}{4}$ Breite? ($26\frac{2}{3}$ Ellen.)

Daß solche Rechnungen in der Anwendung Abänderungen erfordern, verstehet sich. Die Zeuge lassen sich nämlich nicht so anwenden, daß man Fleckchen und Abschnitte aneinander setzen kann. Dieß schadet aber der Rechnung nicht.

74) Ein Licht (eine Kerze), wovon 10 auf 1 ℔. gehen, brennt 3 Stunden; ein gegossenes, 8 auf das ℔, 6 Stunden. Wenn nun von jenen das Pfund 26 kr., von diesen 32 kr. kostet; welches ist das wohlfeilste? (Von jenen verbrennen wir in 1 Stunde für $1\frac{1}{15}$ Pfennig; von diesen $1\frac{1}{3} = 1\frac{5}{15}$ Pfennige; also bey den Achtern wird in 1 Stunde erspart $\frac{6}{15} = \frac{2}{5}$ Pfennige)

75) Einer kauft für 1000 fl. Leinewand, das Stück zu $42\frac{1}{2}$ Ellen, für $18\frac{1}{2}$ Thaler (zu fl. $1\frac{1}{2}$), verkauft die Elle zu $48\frac{1}{2}$ kr. und hat $3\frac{1}{2}$ Procent Unkosten; wie viel hat er eingenommen? (1194 fl. 39 kr. $2\frac{2}{11}$ Pfennige.)

76) Necker, in seinem Werke: Sur la Législation et le Commerce des Grains, behauptet, es seyen in Frankreich nur 2000 Millionen Livres (Franken) gemünzten Metalles. Der Werth davon betrage also in feinem Golde $929\frac{1}{10}$ Cubikfuß; also einen Würfel, dessen Seite nicht ganz 10 Fuß wäre.

a) Auf wie viel Livres oder Franken kommt 1 Cubikfuß Gold? (2152620 Franken und 81 Centimen.)

b) Wenn ein Französischer alter Cubikzoll Gold 7717 Holländische Assen oder 370781 Milligramme wiegt, wie schwer ist obiger Würfel Gold? (595283 Kilogramme.)

c) Wenn 500 Kilogramme ein Pferd auf einem Wagen ziehen kann; wie viel sind erforderlich, um ihn fortzuziehen? (1190 Pferde.)

77) Ein Brunnenkasten hält 10632 Maß Wasser und hat 4 laufende Rohr. Durch das erste lauft in einer Stunde $335\frac{1}{2}$ Maß; durch das zweyte in 3 Stunden 949 Maß; durch das dritte in 5 Stunden 1600, und durch

das

das vierte in 2 Stunden 659½ Maß. Wie bald werden sie den Kasten füllen?

I. Herr Eyth, in seiner trefflichen Anleitung zur Decimalrechnung, (S. 457) berechnet dieß also, und findet 33 Stunden:

1 Stunde		335'5
3	—	949.—
5	—	1600.—
2	—	659.5

11 Stunden = 3544 Maß.

3544 Maß — 11 Stunden — 10632 Maß

kommen 33 Stunden.

II. Wie ich die Aufgabe fasse, muß so gerechnet werden:

	Die erste gibt in einer Stunde	335⅗
(Getheilt durch 3)	Die 2te . . .	316⅓
(Getheilt durch 5)	Die 3te . . .	320—
(Getheilt durch 2)	Die 4te . . .	329⅘
	Alle 4 in einer Stunde	1301$\frac{7}{12}$

Alle 4 Röhren geben 1301$\frac{7}{12}$ Maß in einer Stunde; in wie viel 10632 Maß?

Werden kommen 8'1685, also etwas über 8⅛ Stunden, in welchen der Kasten voll wird, wenn alle Röhren zugleich laufen.

78) Zwey Städte liegen 99 Meilen von einander. Zwey Bothen werden zu gleicher Zeit von einer in die andere geschickt. Der eine gehet täglich 5, der andere 6 Meilen. Wann werden sie zusammen treffen? (In 9 Tagen.)

Wenn der eine 5, der andere 6 Meilen gehet, so legen sie gegen einander täglich 11 Meilen zurück, und in 99 : 11 = 9 Tagen den ganzen Weg, wo sie dann zusammen treffen müssen. Oder durch Gleichung: Die Zeit, wann sie zusammen treffen = x: so ist der eine gegangen 5 x, der andere 6 x Meilen, und beyde 5 x + 6 x = 99; x = 9.

79) Jemand will täglich etwas zurücklegen, um eine Schuld von 800 Franken abzutragen. 6 Franken 65 Centimen nimmt er täglich ein, und 4 Franken 15 Centimen gibt er aus. In wie viel Tagen wird er sie beysammen haben? (320).

80) Von 110 ℔ Mehl kann man 150 ℔ Brod erhalten. Wenn nun 2500 Laib zu 3 ℔ gebacken werden sollen, wie viel muß Mehl genommen werden? (5500 ℔).

81) **Eine Frau kauft** 25 ℔ Flachs zu $24\frac{1}{2}$ Kreuzer. Zahlt für das Pfund zu spinnen 30 kr.; fürs Waschen des Garns fl. 1. 45 kr. Sie erhält $22\frac{1}{4}$ ℔ Garn. Aus jedem Pfunde macht der Weber $5\frac{1}{4}$ Ellen Tuch, und fordert $8\frac{1}{2}$ kr. für die Elle. Wie viel Ellen erhält sie? ($118\frac{1}{8}$). Wie hoch kommt die Elle (20'923 kr.), und wie theuer das ganze Stück? (fl. 41. $11\frac{1}{2}$ kr.)

82) **Ein guter Fußgänger** macht in einer Secunde 2 Schritte, und legt mit jedem $2\frac{2}{5}$ Rheinische Fuß zurück. Wie weit kommt derselbe in einer Stunde, und wie viel Minuten braucht er, um eine deutsche Meile, zu 23642 R. Fuß gerechnet, zurückzulegen? (17280 Fuß; $82\frac{3}{144}$ Minuten.)

Aufgaben in Waarenrechnungen.

83) **In Hamburg kosten** 224 ℔ Wolle 108 Mark; wie viel 3228 ℔? (1122 Mark 7 Schill.)

84) **Wie viel betragen:** 2315 ℔ **Syrup** à 22 Mark 8 Schilling? (520 Mark 14 Schill.)

85) $521\frac{1}{2}$ ℔ **Corinthen** à 29 Mark 4 ßl.? (152 M. 9 ßl.)

86) $521\frac{1}{2}$ ℔ **Corinthen kosten** 152 Mark 9 Schill.; wie viel 100 ℔? $29\frac{1}{4}$ Mk.)

87) 20 Säcke **Westindische Baumwolle** wogen brutto 5898 ℔, 1 Proc. Gutgewicht, 4 Proc. Thara. Das Pfund zu 45 Grot Banco und $8\frac{2}{3}$ Procent Rabatt. Wie viel der Betrag? (7254 M. B.)

88) 7 Fässer **Französischer roher Zucker**, à 1200 ℔, mit 1 Proc. Gutgewicht, 18 Proc. Thara; das Pfund zu $10\frac{3}{4}$ Grot Banco, mit $8\frac{2}{3}$ Procent Rabatt? ($2108\frac{1}{8}$).

89) 19 Säcke **Ingber** wiegen brutto 1907 ℔, à 2 ℔ pr. Sack, Thara 38 ℔. 1 Proc. Gutgewicht, ist 19 ℔, netto 1850 ℔ zu $8\frac{3}{4}$ Grot Banco, und $8\frac{2}{3}$ Procent Rabatt? (465 . 8 . 9).

90) 17 Fardeel *) Zimmt wiegen brutto 1754 ℔, à 1 Proc. Gutgew., Thara 2 ℔ pr. Fardeel; das ℔ zu $11\frac{1}{3}$ Mark Curr., mit $8\frac{2}{3}$ Proc. Rabatt. Wie viel betragen sie zu 120 Procent in Banco? (14792 . 7).

91) Ein Kilogramm kostet 3 Franken und 5 Centimen; wie viel kosten 8 Kilogramme und 4 Decigramme? (24 Franken 40 Cent.) 8'0004 Kilog. × mit 3'05 Franken.

92) Wenn 1 Meter, 4 Franken und 3 Decimen kostet; wie hoch kommen 5 Meter und 6 Centimeter? (21 Fr. 75 Cent. und 8 Milliem, die nicht bezahlt werden.) 4'3 × 5'06.

93) A. hat 6450 ℔ Baumwolle zu fl. 154 den Zentner, und kann dafür Oel eintauschen zu fl. 72. Wie viel wird er dafür bekommen? (13795 ℔) $\left(\frac{8\frac{1}{3}}{10}\right)$.

94) Mandeln und Süßholzsaft werden in Venedig nach dem leichten Gewicht (Peso sottile) verkauft und in Lire abusive (auch Moneta lunga, Valuta di Piazza genannt), von welchen 23 zu fl. $4\frac{3}{4}$ Wiener Current gerechnet werden; 2 Procent wird Gutgewicht gegeben. Wie theuer kommen 550 ℔ Wiener Gewicht in Gulden Current, wenn 100 ℔ Venediger Leichtgewicht zu 95 Lire abusive bezahlt werden, und das Verhältniß der Gewichte wie 100 : 185 angenommen wird? **)

*) Fardeel, Holländisch; Fardel, Englisch; Fardeau, Französisch; heißt ein Pack, eine Last; und zeigt immer eine ungefähr gleiche Masse, hier in Leinen gepackt, an.

**) Diese, und einige der folgenden Aufgaben, Italien betreffend, übertrage ich, jedoch meist mit verkürzter Berechnung, aus folgenden Werken:

Metodo breve e facile per istruire la Gioventu che si dedica al Commercio Opuscolo interessante di G. V. Bolaffio. 4to. Trieste 1802. Und:

Abbaco ovvero Pratica generale dell' Aritmetica di G. P. Cortinovis; riordinata e ampliata da G. D. Bassaglia. 8vo. Venezia 1800.

550 ℔ Wiener, ab 2 Proc.
÷ 11

also 539 ℔ zu bezahlen, 100 ℔ W. zu 185 ℔ kommen 997 ℔ Veneb. L. G.

Zu 95 Lire die 100 ℔; × 100 = ... 99700
Ab $\frac{5}{100} = \frac{1}{2}$ von $\frac{1}{10}$, also davon $\frac{1}{2}$ Decimalstelle zurück ÷ 4985

Lire 947'15
23 Lire abusive zu Gulden 4¼

3788'60
236'78

Getheilt durch 23, kommen fl. 175 . 1 kr. 4025'38.

95) Uve Cisme, Samos, nera, Passolina (Corinthen, Weinbeeren), und die Feigen in Fässern, werden in Triest nach dem schweren Gewicht, mit 10 Procent Abzug für die Thara, verkauft. Wenn 100 ℔ 50 Lire moneta abusiva kosten; wie kommen Sporco 9350 ℔ Wiener in Gulden Current? 100 ℔ W. = 117½ ℔ V. Schwergew. (fl. 913 . 28 kr.)

96) Die Vallonea und Uva passa *) werden in Venedig nach dem Migliajo grosso Veneto verkauft, und in Zechinen angesetzt. Wenn nun der Migliajo 20½ Zechinen kostet, und 1 Zech. zu fl. 4¼ Curr. gesetzt ist; wie theuer werden 7549 Baierische Pfunde kommen? (fl. 772 . 48 kr. Curr.)

$$\frac{7549 \times 117\frac{1}{2} \times 20\frac{1}{2} \times 4\frac{1}{4}}{100 \times 1000.}$$

Bey

*) Die Haupt-Gattungen: Uva passa und Uva passolina, auch passarina, werden in den Wörterbüchern (Cunradi Italienisch-Deutsches Waaren-Lexicon; Wagener allg. Waaren-Lexicon in sechs Sprachen u. a,) nicht richtig angegeben. Die Uva passa ist die Rosine; Uve passoline sind die Weinbeeren, auch nach dem Ort, woher sie zuerst kamen, Corinthen genannt. Die übrigen Namen zeigen nur die Arten an.

Bey dieser Aufgabe gibt Bolaffio eine Regel an, um dieselbe ganz kurz zu berechnen, jedoch ohne sie zu erklären. Man nehme den halben Preis der Zechinen, den der Migliajo kostet, und sehe diesen als den Preis des Wiener Zentners an. Ist diese Regel richtig, so müssen $\frac{117\frac{1}{2} \times 4\frac{1}{4}}{1000} = \frac{1}{2}$ seyn; denn dann wird obiger Ansatz: $\frac{7549 \times 20\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}}{100}$; wo dann $20\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$ den halben Preis $= 10\frac{1}{4}$ gibt. Jene geben auch $499'\frac{3}{8}$, also nahe genug $\frac{500}{1000} = \frac{1}{2}$. Nach der Aufgabe wollte man aber, des Einkaufs wegen, das Venediger Gewicht wissen, das man durch diese Regel nicht erfährt.

97) Das Oel wird in Venedig nach der Orna verkauft, welche zu 107 ℔ Wiener Gewicht gerechnet wird. Wenn nun die Orna $158\frac{1}{2}$ Lire abusive kostet, wie kommen 8979 ℔ W. in Gulden Current? (fl. $2457\frac{3}{4}$). (8979 $\times$ $158\frac{1}{2}$ $\times$ $4\frac{1}{4}$) : (107 $\times$ 23).

98) Das Carobbe (Johannesbrod, Siliqua dulcis) wird in Venedig nach dem Staro verkauft, welcher mit dem Sack zu 136 ℔ Venetianer schwerem Gewichte gerechnet wird. Wie kommen 5489 ℔ Venetianer Großgewicht, dem Staro zu 16 Lire di Valuta abusiva in Wiener Gulden? (fl. 119 . 19).

5489 ℔ V. P. grosso
136 — 16 Lire
23 — $4\frac{1}{4}$ fl.

Obgleich die bemerkten Italiener alles aufs Weitschweifigste berechnen, und man keine Spur von der gerühmten Pratica Italiana findet: so gibt Bolaffio doch hier eine Regola breve, um aus den Preis gleich zu finden, wie theuer 100 ℔ Wiener in Gulden Current kommen, also:

L. 16

Für 6 kr., 10	fl.	1 . 36 kr.
3 kr. die Hälfte des Produkts	—	48 kr.
$\frac{1}{4}$ der Lire in Kreuzern	—	12 kr.
	fl.	2 . 36 kr. Curr. der Wiener Zentner.

Um

Um den Grund dieses Verfahrens zu finden, berechnen wir folgenden Ansatz, mit Weglassung des Preises, der 16 Lire, nach S. 182:

Wie kommen 100 ℔ Wiener in Gulden Current?

100 = 117½ ℔ Venediger Schwergew.
136 kosten (16 Lire)
23 betragen fl. 4¼ Curr.

$\frac{117\frac{1}{2} \times 4\frac{1}{4}}{136 \times 23} = 0'1597$, oder beynahe $\frac{16}{100}$. Nehmen wir dieses, so ist

$\frac{10}{100} = \frac{1}{10}$, also von 16 Lire: . 1'6
$\frac{6}{100}$, das 6fache eine Decimalstelle zurück = —96

2'56, oder 2 Gulden 33 kr.

Obige Regel ist also nicht genau, unwissenschaftlich und unverständlich ausgedrückt.

99) Die Baumwolle wird in Venedig in Wiener Geld und Gewicht mit 4 Procent Thara verkauft, und zwar so, daß der Käufer für jedes 4½ Gulden der Kaufssumme nur 4¼ bezahlen darf. Wenn nun der Preis fl. 75 Curr. ist, wie viel wird der Käufer für Sporco 5485 ℔ Wiener Gulden Curr. zu zahlen haben? (fl. 3873 . 32 kr.)

Damit der Leser einen Begriff erhält, wie ein Italiener rechnet und erklärt, wollen wir das Ganze mittheilen, und unsere Bemerkung hinzufügen.

Li Cotoni si vendono a Fni. 75 piú o meno ogni Funti cento di Vienna, col vantaggio pel Compratore, che per ogni Fni. 4—20, paga solamente Fni. 4—15, e per la Tara si dibatte il 4 per cento.

℔.

℔.	5485	5485
Tara 4 p. o/o.	219	4 p. o/o.
℔.	5266 netto.	21940
a Fni.	75 il o/o.	
	26330	3949 30
	36862	51
Fni.	394950	3949
	60	19745
	3000	25 ½
		201424 ½
	52	454
C. di V. Fni.	3873.32	382
		184
		28
		60
		1710
		150
		46 23
		52 26

La ragione, per la quale nel suddetto conteggio si moltiplica per 51., e si divide per 52, è perchè se

Kni. 260 si pagano Kni. 255, quanto si pagherà per Fni. 3949 30?

Diviso il primo termine 260 per 5 dà 52; e diviso 255 seconde termine pure per 5 dà 51.

Bemerkungen. Statt 5266 ℔ mit 75 zu multipliciren, hätten 2 Nullen angefügt, und ¼ abgezogen werden können; weil 100 ÷ 25 = 75. 526600

ab ¼ = 131650

fl. 3949'5.

Der Grund, warum derselbe mit 51 multiplicirt und mit 52 theilt, liegt wohl darin, daß statt 260 nur 255 bezahlt werden; aber von Kreuzern kann hier

hier nicht die Rede seyn, noch davon abgeleitet werden. Denn die Aufgabe sagt: statt $4\frac{1}{2}$ darf man nur $4\frac{1}{4}$ bezahlen. Schaffen wir die Brüche weg, und × mit 12, als der kleinsten Zahl dazu, so kommen: $4\frac{1}{2} \times 12$ und $4\frac{1}{4} \times 12$ jene 52 und 51; oder wir zahlen statt 52 nur 51. Wenn wir nun von 52 den 52igsten Theil abziehen, so wird es gleich 51, und beyde heben sich. Wir dürfen dann von der Summe auch $\frac{1}{52}$ abziehen, um den Nettobetrag zu haben. Nun ist $\frac{1}{52} = \frac{2}{104}$. Also:

3949'5 × 2 =	7899	75'951
Getheilt durch 104	728	
619	von	3949'5
520	ab	75'951
990	bleiben fl.	3873'54
936		
540		
520		

Aufgaben über die Berechnung der Thara und des Gutgewichts.

Das Gewicht, welches ein Gefäß, Umschlag (Faß, Kiste, Flasche, Tuch, Matte ꝛc.) allein wiegt, heißt bekanntlich die **Thara**, das **Gewicht der Thara**; das Gewicht, das eine Waare (allein, rein) wiegt, das **Nettogewicht**; das, welches beyde (das Gefäß und die Waare) zusammen wiegen, das **Brutto**- oder **Sporco-Gewicht**. Wenn das wahre Gewicht, welches das Gefäß wirklich wiegt, an dem Sporcogewicht abgezogen wir, so heißt man dieß **Netto**- (genaue) **Thara**.

Wenn die Gefäße nicht nach ihrem wahren Gewichte angegeben werden: so wird die Thara auf zweyerley Art bestimmt. Bey Waaren, von welchen ungefähr immer gleichviel in ein Gefäß oder in einen Umschlag kommt, wird für jedes einzelne Stück (Collo) eine bestimmte Anzahl Pfunde als Thara gegeben. So z. B.

von

von Caraccasschen Cacao, der in ledernen Ballen (Ceronen, Seronen) Sporco ungefähr 100 ℔ schwer kommt, wird für jeden in Hamburg 14 ℔ als Thara abgezogen. Beym Java Kaffe, welcher in Ballen, Gontjes genannt, zu etwa 260 ℔ kommt, für jeden 4 ℔ als Thara gerechnet. Bey den Amerikanischen Tabaksblättern, welche in Fässern zu 9 bis 12 Zentnern verpackt werden, gibt man in Bremen 90, in Hamburg 80 ℔ als Thara für jedes Faß. Bey andern Waaren, welche ungleicher verpackt werden, wird die Thara nach Procenten berechnet, und vom Sporcogewicht abgezogen. So gibt man von der Westindischen Baumwolle 4 Procent. Hat also 1 Ballen 200 ℔ Sporco, so ziehet man 8 ℔ für die Thara ab. Diese Thara ist eigentlich hier der Gegenstand der Berechnung.

Landthara wird das Gewicht des Gefäßes genannt, das es wirklich wog, ehe die Waare an dem ersten Verpackungsorte hineingethan wurde.

Was überhaupt beym wiegen unter $\frac{1}{2}$ ℔ beträgt wird nicht gerechnet; was über $\frac{1}{2}$ ℔ ist, wird für ein ganzes genommen; doch ist dieß nicht immer der Fall.

100) **Bey Malaga Rosinen** bekommt man in Hamburg 1 Procent Gutgewicht, und 10 Procent wird für die Thara abgezogen. Wie viel beträgt von 1880 Sporcogewicht das Gutgewicht (19), die Thara (186) und das Nettogewicht? (1675).

Erinnerung. Wir müssen hier noch einmal auf die Unterschiede aufmerksam machen, welche entstehen, wenn man solche Procente in einer andern Ordnung, oder mit einander abziehen wollte. Z. B. hier

I. 1880	II. 1880	III. 1880
Ab 1 Proc. 18'8	Ab 10 Proc. 188	Ab 11 Proc. 206'8
1861'2	1692	1673'2
Ab 10 Proc. 186'12	Ab 1 Proc. 16'92	
Bleiben 1675'08	1675'08	

In I und II ist das Nettogewicht gleich; denn die Abzüge 18'8 + 186'12, und 188 + 16'92 geben 204'92. In III ist der Unterschied bedeutend; und die Ursache schon beym Anblick begreiflich. In I und II ziehen wir die folgenden Procente immer von einer kleinern Summe, in III die sämmtlichen Procente von der größern Summe ab.

101) 6 Fässer Silberglätte haben in Hamburg gewogen brutto 4590 ℔. Für Thara gehen ab 15 ℔ per Faß, und noch 1 Proc. für Gutgewicht. Was verbleibt netto? (4454).

102) 20 Ballen Soda Alicante haben in Hamburg gewogen brutto 3842 ℔, Thara pr. Ballen 12 ℔, und Gutgewicht 1 Procent. Was verbleibt Netto? (3564).

103) 13 Säcke Mailander Reis, à 600 ℔, 1 Procent Gutgewicht und 6 ℔ Thara; wie viel Netto? (7644).

104) Drey Lägel Queckſilber, jede von 48 ℔, zu ½ Procent Gutgewicht und ½ Procent Thara; wie viel Netto? (143).

105) 30 Säcke Portugieſiſcher Schmak wiegen brutto 6836 ℔, Gutgewicht 1 Procent, Thara 2 ℔ pr. Sack, die 100 ℔ netto 10¼ Mark Curr. und 8⅔ Proc. Rabatt? (210 Curr. Mark 15 ßl.)

106) 14 Both Zantiſche Corinthen wiegen brutto 19498 ℔, Gutgew. 1 Proc., Thara 14 Proc. Die 100 ℔ netto zu 20¾ Mark Curr. und 20 Proc. in Banco und 8⅔ Proc. Rabatt. Wie viel wird die Summe in Bco. Mark betragen? (2641 M. 9 ßl. 4 ₰.)

107) 3 Orboft Capern aus Toulon wiegen brutto 1405 ℔, Gutgew. 1 Proc., Thara 28 Proc. Die 100 ℔ netto 72½ Bco. Mark, mit 8½ Proc. Rabatt? (668 Mk. 3 ßl.)

Aufgaben über die Berechnung des Goldes und des Silbers, und der Münzen aus beyden, nach ihrem Metallwerthe.

Man ſehe Seite 155—166.

108) Ein Barren (eine Stange, Maſſe) Silber wiegt 120 Mark 6 Loth und iſt 15¾ Loth fein. Wenn die Mark fein (16löthig) in Hamburg 27 Mark 10 Schil-

10 Schilling Banco-Geld kostet, wie viel Banco-Mark erhält man dafür? (3256 B. Mark 1 ßl.)

$$\frac{120\frac{3}{8} \times 15\frac{2}{3} \times 27\frac{5}{8}}{16}$$

109) **Wie viel betragen** 120 Mark 6 Loth Conventions-Geld, 13 Loth 6 Gran ($\frac{1}{3}$) fein, wenn die Mark fein in Hamburg zu 27$\frac{1}{4}$ Banco Mark bezahlt wird? (2733 M. 8$\frac{1}{4}$ ßl.)

110) 67 **gesetzmäßige** (nach der Vorzeit) **Ducaten** wiegen eine Cölnische Mark, von 23$\frac{2}{3}$ Karat feinem Golde. Wie viel Assen feines Gold, und wie viel Ducaten-Gold (legirtes) hat derselbe? (71$\frac{356}{603}$ und 1$\frac{1}{17}$ oder 1'007).

111) **Die Hamburger Markstücke** (nicht die Banco-, sondern die Current-Mark) wiegen 190$\frac{3}{4}$ Assen, und das Silber ist 12löthig; wie viel Assen feines Silber enthält ein Stück? (143$\frac{1}{16}$). Wenn diese nach Nürnberg sich verirrten, wo sie keinen Curs haben, wie theuer könnte man das Loth dieser Münzen bezahlen, wenn 13löthiges zu 1$\frac{1}{5}$ Gulden bezahlt wird? (Zu fl. 1 . 6$\frac{7}{13}$ kr.)

112) **Ein Goldarbeiter** will eine Masse Silber untersuchen (probiren) und setzt davon 6 Loth ein; er bekam nach dem Abscheiden des Kupfers 5 Loth 1$\frac{3}{4}$ Quent feines. Wie viel löthig ist jene Masse? (Das heißt, wie viel feines, reines Silber ist je in 16 Lothen der Masse enthalten?) (14$\frac{1}{2}$löthig).

In 6 Lothen der Masse ist nur feines Silber $5\frac{1\frac{3}{4}}{4} = 5\frac{7}{16}$ Loth; wie viel in 16 Loth der Masse?

113) **Wenn die Mark feines Silber** zu 12 Thaler eingekauft wird, und man 15 Zweydrittel-Stücke (halbe Conventions- oder Species-Thaler) aus 12löthigem Silber münzt; wie viel Procent werden dabey gewonnen? (11$\frac{1}{9}$). Von den $\frac{2}{3}$ Stücken betragen 1$\frac{1}{2}$ einen Sächsischen Thaler; also betragen 15 derselben 10 Thaler.

Wenn aus 12löthigem Silber (der Werth von) 10 Thaler geprägt wer-

den; wie viel kommen auf eine gleichgemengte Masse, welche 16 Loth fein Silber enthält? $13\frac{1}{3}$. Ab davon den Einkauf 12; bleiben $1\frac{1}{3}$ Gewinn. Wenn ich an 12 gewinne $1\frac{1}{3}$; wie viel an 100?

114) **Wenn aus einer Mark** 12löthigen Silbers 15 Zweydrittel-Stücke geprägt werden, und $1\frac{1}{2}$ derselben einen Thaler gelten; zu wie viel Thalern ist die feine Mark ausgemünzt worden? $(13\frac{1}{3})$.

1 Mark fein.
1 hat 16 Loth fein.
12 L. f. geben 15 von den $\frac{2}{3}$ Stücken.
$1\frac{1}{2}$ derselben gilt 1 Thaler.

115) **Wie viel betragen** 22 Mark 10 Loth 3 Quent Ducaten al Marco, die Mark zu 188 Thaler? (4262 Thaler 7 Groschen 6 Pfennige.

Wenn die Goldmünzen nicht mehr vollwichtig sind, und die Berechnung des Abganges am Gewichte der einzelnen Stücke zu viel Mühe machen würde: so werden sie zusammen mit dem Cölnischen Markgewicht gewogen. Dieß heißt man dann sie al Marco (nach dem [Mark] Gewicht) geben. Die Cölnische Mark wird in 16 Loth, das Loth in 4 Quent getheilt. Obige sind also $= 22\frac{10}{16} + \frac{3}{4.16} = 22\frac{43}{64}$ Mark.

Wie unbekannte oder ungangbare Münzen anzunehmen sind.

Mit dem Einwechseln ungangbarer, besonders auch ausländischer Münzsorten, geben sich gewöhnlich nur die Israeliten ab; theils weil sie meist den äußern und innern Werth derselben besser kennen, theils mehr Gelegenheit haben, sie ohne Kosten dahin zu schaffen, wo sie im Umlauf, oder im bessern Curs sind, und theils weil sie auch geringern Gewinn nicht unbeachtet lassen. Indessen doch einiges für andere zur Leitung hierin. Die Preußischen groben, größern Münzsorten sind 12löthig, die Deutschen Conventionsmäßigen 13, die Französischen,

Eng-

Englischen, Schwedischen 14, die Russischen 11 bis 13, die Holländischen, Italienischen und Spanischen 13 bis 15, die Dänischen 14 bis 15 löthig. Wenn nun das Loth 13löthiges Silber zu fl. $1\frac{1}{5}$, im 24 Guldenfuß, bezahlt wird, so kommt das 12löthige auf 66 kr., und man wird also zu diesen Preis bey großen Münzsorten selten verlieren. Daraus wird man auch den Gehalt und Werth der Scheidemünzen beurtheilen können, die doch selten weniger als 6löthig sind.

Die Goldmünzen sind zwischen 17 bis 23 karatig. Die Deutschen, Dänischen ꝛc. Pistolen (Friedrichsd'or ꝛc.) sind 21 karatig (ältere Preußische nur 18). Die Ducaten, Deutsche, Dänische u. s. w. meist 23; die Goldgulden 18 bis 23; die Dänischen, Russischen und Türkischen Goldmünzen 17 bis 23; die Deutschen 18 — 23; die Französischen, Italienischen, Holländischen, Portugiesischen 21 — 23 (letztere meist 22); die Spanischen 20 — 23, meist 21. Im Durchschnitt können wir also jede Goldmünze, wenn wir sie nicht näher kennen, 20 karatig annehmen.

Berechnen wir nun nach den jetzigen Goldpreisen die feine Cölnische Mark Gold zu 311 Gulden im 20, und zu 373 Gulden im 24 Guldenfuß, oder zu 207 Thalern Sächsisch: so dürfen wir:

24 karatiges gilt fl. 311 Current (20 fl. Fuß)
— fl. 373 Rheinisch (24 fl. Fuß)
— fl. 207 Thaler Sächsisch;
was gilt die Cölnische Mark 20 karatiges?

von diesen Preisen Ein Sechstel abziehen, um den Preis zu finden, zu welchen wir die Cölnische Mark zahlen dürfen, um eher Gewinn als Schaden zu haben. Die Brüche weggelassen, dürfen wir also die Mark bezahlen zu 259 Gulden im 20 Guldenfuß; zu 311 Gulden im 24 Guldenfuß; zu 172 Thaler Sächsisch.

Rechnen wir den Ducaten $23\frac{2}{3}$ karatig, und in Münze zu fl. $5\frac{1}{2}$: so dürfen wir, wenn wir eine Goldmünze 20 karatig annehmen, die Schwere eines Ducatens bezahlen ($23\frac{2}{3}$ — $5\frac{1}{2}$ — 20) zu fl. 4 . 38 kr. im 24 Guldenfuß; zu fl. 3 . 52 kr. im 20 Guldenfuß; zu 2 Thaler 14 Groschen Sächsisch. Die Französischen

Gold-

Goldmünzen sind meist 22 karatig, also $\frac{1}{10}$ besser. Addiren wir zu fl. 4 . 38 kr. ein Zehntel, kommt die Ducatenschwere auf fl. 5 . 5 kr. Zu fl. 5 stehen sie im Nürnberger Curszettel.

Sehr viel Aufgaben über diesen Gegenstand findet man in der **Geld-, Münz-, Maß- und Gewichtskunde für Kaufleute, Geschäftsmänner und Zeitungsleser** 2c. Zweyte Auflage 1819. Als dritter Theil der Contorwissenschaft.

Aufgaben über Fälle, in welchen von Hundert oder auf Hundert gerechnet wird.

Abgaben, Abzüge, Gewinn, Verlust 2c. kann man **überhaupt** bestimmen und angeben (ich habe 6 erhalten, gegeben 2c.); oder man kann sie nach einer Einheit bestimmen und angeben: ich habe vom Schock, von 60 Garben, 6 gegeben oder erhalten, vom Gulden 6 kr., den zehnten, den vierten Theil u. s. w.

Zu einer solchen Einheit, zu welcher Gewinn, Verlust, Abgaben 2c. berechnet oder bestimmt werden, hat man in sehr vielen Fällen die Zahl 100 gewählt, weil sich mit dieser, wenn sie zum Divisor wird, leicht theilen läßt. Dieß heißt man dann **von oder nach Hundert, nach Procenten** (zusammengesetzt von Centum, Hundert, und pro von, nach, für, pro Centum) **rechnen.**

Solche Berechnungen erhalten dann, nach den verschiedenen Gegenständen, bey welchen sie angewendet werden, auch verschiedene Namen: bey verliehenem Gelde die Vergütung für die gestattete Anwendung, **Zins**, und Berechnung desselben, **Zinsrechnung**; bey früher Bezahlung einer Summe, als man verbindlich wäre, der gestattete Abzug **Discont, Rabatt**, und die Berechnung desselben **Discont-, Rabattrechnung.** Bey Vergütung für die Besorgung des Ein- oder Verkaufs (von Waaren oder Wechseln), **Provision, Commission**; der Sicherheitsleistung: Del Credere, und **Assecuranz-Prämie**; der Unterhändler (Mäkler, Sensal, Courtier) für die Auffindung eines Käufers oder Verkäufers (für den

Abschluß

Abschluß eines Handels von Waaren, Wechseln ꝛc.) **Mäklergebühr**, Senserie, Courtage, welche sämmtlich von oder auf Hundert der Summe des Betrags berechnet werden. (Die Abzüge am Sporco- oder Nettogewicht, in so fern sie von Hundert geschehen, gehören auch hierher. Jene haben wir schon vorgetragen: diese kommen unten, in den Facturen vor.)

Wir wollen nun Aufgaben für die vorzüglichsten folgen lassen.

Aufgaben über das Berechnen der Zinsen.

Man sehe Seite 293 u. folg. und S. 116 ꝛc.

116) Einer bekommt fl. 6800 zu 4 vom Hundert geliehen. Was betragen die Zinsen für ein Jahr (fl. 272); was für 9 Monate (204); was für 24 Tage? (Das Jahr wird in der Zinsrechnung für kurze Zeiten nur zu 360 Tagen angenommen, fl. 18 . 8 kr. oder $18\frac{2}{15}$).

1) $100 : 6800 = 4 : \frac{6800 \times 4}{100}$, kommen fl. 272.

2) $\left.\begin{matrix}100\\12\end{matrix}\right\}$ fl. $\left\{\begin{matrix}6800\\9\end{matrix}\right. = 68 \times 3 = 204$ Gulden. Oder, wenn sie auf ein Jahr berechnet worden sind:

In 12 Monaten erhält man fl. 272 Zins,
was in 9 Monaten?

$= \frac{272 \times 3}{4} = 68 \times 3 = 204$ fl.

3) $\left.\begin{matrix}100 \text{ Gulden}\\360 \text{ Tagen}\end{matrix}\right\}$ fl. $\left\{\begin{matrix}\text{fl. } 6800, \text{ kommen } \frac{68 \times 8}{30}\\\text{in } 24 \text{ Tagen.}\end{matrix}\right.$

117) Von fl. 6800, zu 4 Procent (jährlich), hat man fl. 204 an Zinsen erhalten. Wie lange ist das Capital ausgeliehen gewesen?

Hier ist zuerst zu berechnen, wie viel die Zinsen für ein Jahr betragen, und wir finden:

100

100 geben (in 1 Jahr) 4 Procent, wie viel 6800?
kommen fl. 272. Dann schließen wir weiter:
fl. 272 Zinsen kommen auf 12 Monate, wie viel auf fl. 204?
kommen 9 Monate.

118) **Was betragen die Zinsen von** 1347 Thaler 12 Groschen in einem Jahre (67 . 9); was in 4 Jahren und $7\frac{1}{2}$ Monaten? (311 . $14\frac{5}{8}$).

119) **In wie viel Jahren erhält man von** 800 Capital zu 6 Procent eben so viel Zins, als von 900 in 8 Jahren zu 5 Procent? ($7\frac{1}{2}$).

1) Von 100 — 5, was von 900?
In 1 Jahr 45; in 8 Jahren 360 Zins.
Von 800 zu 6 betragen sie 48,
48 erhalte ich in 1 Jahr, in
wie viel Jahren 360?

2) Durch Gleichung. Es sollen gleich seyn:
$800 \times 6 \times x\,\text{Jahr} = 900 \times 5 \times 8.$
$6x = 45;\ x = 7\frac{1}{2}.$

120) **Wie viel Capital hat man nöthig,** um in 8 Jahren zu 5 Procent eben den Zins zu erhalten, den man mit 800 zu 6 Procent in $7\frac{1}{2}$ Jahren erhält? (900).

121) **Zu wie viel Procent muß man** 800 auf $7\frac{1}{2}$ Jahr ausleihen, um eben so viel Zins zu erhalten, als man mit 900 in 8 Jahren zu 5 Procent erhält? (Zu 6.)

Diese drey Aufgaben, wie mehrere der frühern, beziehen sich auf einander, und es wird immer eine der andern Größen gesucht. Wollen wir diese nicht auf die gemeine Art, sondern durch Gleichung ausrechnen, und nehmen obige statt der Buchstaben in bloßen Zahlen an, so ist:

$800 \times 6 \times 7\frac{1}{2} = 900 \times 5 \times 8.$ Soll nun 900 gefunden werden, so ist

$$900 = \frac{800 \cdot 6 \cdot 7\frac{1}{2}}{5 \times 8} = 900.$$ — Soll 6 gefunden werden: so ist

$$6 = \frac{900 \times 5 \times 8}{800 \times 7\frac{1}{2}} = 6.$$ Und so mit den übrigen Größen, wenn nach 800, 8, 5 gefragt würde. Man sehe unten die Formeln.

122)

122) Wie viel kommt auf eine Woche an Zins, wenn man 1000 Gulden zu 4 vom Hundert anlegt? ($46\frac{2}{7}\frac{8}{8}$ kr.) 365 T. — 40 fl. — 7 T. fl. $\frac{28}{365}$.

123) Wenn 1248 Gulden jährlich $62\frac{2}{5}$ Gulden einbringen sollen, zu wie viel Procent müssen sie verliehen werden? (Zu 5.) 1248 — $62\frac{2}{5}$ — 100.

124) Wenn wir von einem Capitale in einem Jahre 400 Zins erhalten; wie viel bekommen wir in 3 Jahren 5 Monaten und 24 Tagen ($41\frac{4}{7}$ Monate)? ($1393\frac{1}{8}$).

125) Wie viel an Capital (zu 5 Procent) wird erfordert, um in $3\frac{1}{3}$ Jahren 1456 Zinsen zu erhalten? (8736) $3\frac{1}{3}$ — 1456 — 1, kommen 436'8.

5 Zins erfordern 100 Capital, wie viel $436\frac{4}{5}$?

Oder: 100 } 5 Zins { was x Capital
bringt in Jahr 1 } { in $3\frac{1}{3}$ Jahren?

$\frac{16\frac{2}{3}\,x}{100} = 1456$; $16\frac{2}{3}\,x = 145600$ (× 6 und : 100) $x = 8736$.

126) In wie viel Monaten erhält man von 2800 Thalern, zu 5 Procent, 200 Thaler Zins? ($17\frac{2}{7}$). 100 — 5 — 2800; 140 — 12 M. — 200?

127) Wenn für 1 Gulden, der auf ein Pfand vorgeliehen wird, die Woche 1 Kreuzer bezahlt werden muß; wie viel Procente bringt ein auf diese Art verwendetes Capital ein? ($86\frac{2}{3}$ Procent.)

fl. 1 } $\frac{1}{60}$ fl. { 100 fl.
W. 1 } { 52 W.

(Bey solchem, dem Scheine nach großen Gewinn, müssen wir die Arbeit ꝛc. nicht außer Rechnung lassen, und es nicht gleich Wucher nennen.)

128) Wenn man von 300 Capital 18 Zins erhält, wie viel erhält man von 650? (39).

129) Wenn man von 300 Capital 18 Zins erhält; wie groß muß das Capital seyn, um 39 zu erhalten? (650).

130) **Wenn ein Capital zu 4 Procent 480 Thaler Zins trägt; wie viel** erhält man zu 6 Procent? (720).

131) **Wenn ein Capital zu 4 Procent 480 Zinsen bringt; zu wie viel Pro**cent muß es verliehen werden, um 720 einzutragen? (Zu 6).

132) **Zu wie viel Procent muß ein** (gleich großes) **Capital ausgeliehen werden**, um in 11 Jahren davon eben so viel Zins zu erhalten, als in $13\frac{1}{3}$ Jahren zu 5 Procent? (Zu 6).

Auch durch Gleichung: Die Producte der Jahre in die Zinsen sollen gleich seyn. Also $13\frac{1}{3} \times 5 = 11 \times x$.

133) **Wie groß muß das Capital seyn**, wenn ich täglich einen Thaler oder fl. 1 . 48 kr. an Zins, zu 6 vom Hundert gerechnet, einnehmen will? (10950 fl.)

In 1 Tag erhalte ich $1\frac{4}{5}$ Gulden Zins, wie viel in 365 Tagen?

$\div \frac{1}{5} = \div 73$

$\frac{4}{5} = 292$

Die Zinsen des Jahres also: $1 + \frac{4}{5} =$ 657 fl.

6 Gulden Zinsen erfordern 100 fl. Capital,
wie viel erfordern 657 fl. Zinsen an Capital?

getheilt durch 6 = 65700

10950 fl. Capital.

Formeln für die Zinsrechnung.

I. Für die Zinsen.

Da bey der Zinsrechnung immer die Frage ist, wie viel man von einem Capitale (= C = 500 ꝛc.) Zinsen (= Z) erhält, wenn von 100 jährlich 3, $3\frac{1}{2}$, 4, $4\frac{1}{4}$, 5 u. s. w. gegeben werden, und das Capital immer mit dem Zinsfuß (3, $3\frac{1}{2}$, 4, 5 ꝛc.) zu multipliciren, und durch 100 zu theilen ist, um

um den Zins für die gegebenen zu finden: so ist, wenn wir den Zinsfuß $\frac{3}{100}$; $\frac{3\frac{1}{2}}{100}$, zu 5 Procent $\frac{5}{100} = \frac{1}{20}$, oder als Decimalbruch = 0'05 u. s. w. gleich p setzen, die Formel immer I. $Z = p \times C$; das heißt: **Man multiplicire den Zinsfuß (p) mit dem Capitale, so ist das Product gleich den Zinsen für ein Jahr.** Nach dieser Gleichung ist dann:

II. $C = Z : p$; also das **Capital**, C, wird gefunden, wenn der Zins und der Zinsfuß gegeben ist: **Man theile den Zins mit dem Zinsfuß, so erhält man das Capital.** Und

III. $p = Z : C$; also der Zinsfuß: **Man theile den Zins durch das Capital, so hat man den Zinsfuß, zu welchen es verliehen wurde.**

Zum Fall I. Aufgaben. **Wie viel betragen die Zinsen von 3224 Thaler 12 Groschen, zu 3 Procent, in einem Jahre?**

Da der Zins $Z = p \times C$; also $= \frac{3}{100} \times 3224'5 = 96'735 = 96$ Thaler 22 Groschen.

Wie viel beträgt derselbe von dieser Summe zu 4 u. zu 5 Procent?

Zu 4 Proc.: $\frac{4}{100} \times 3224\frac{1}{2}$; 128'98 = 128 Thaler $23\frac{1}{2}$ Groschen.

Zu 5 Proc.: $\frac{5}{100} = \frac{1}{20} \times 3224'5$. Mit 2 zu theilen und eine Zahl abzuschneiden 161'225; also 161 Thaler $5\frac{2}{5}$ Groschen.

Zum Fall II. Aufgaben. **Wie groß ist das Capital, wenn die Zinsen zu 5 Procent jährlich 161'225 Thaler betragen?**

$C = Z : p$; also $C = 161'225 : \frac{5}{100}$ oder $\frac{1}{20}$. Mit $\frac{1}{20}$ theilen heißt mit 20 multipliciren $\times 20$

3224'5 das Capital.

Wie groß muß das Capital seyn, wenn es jährlich 1000 Gulden zu 4 Procent einbringen soll?

$C =$ 1000 getheilt durch $\frac{4}{100}$

25000 das Capital.

Zu III. Aufgaben. Wie groß ist der Zinsfuß, wenn $3224\frac{1}{2}$ jährlich 161'225 tragen?

$$p = Z : C = 161'225 : 3224'5 = \frac{161225}{3224500} = 0'05; \text{ also } \frac{5}{100} = \frac{1}{20}.$$

Wie groß bey 25000 Capital und 1000 Zinsen?

Durch 25000 getheilt 1000; oder durch 25 getheilt $1 = \frac{1}{25} = \frac{4}{100}$,

4 Procent.

II. Formeln für das Capital mit den Zinsen.

Sollen die Zinsen nicht allein, sondern Capital und Zinsen zugleich, das, was man also jährlich zusammen erhält, gefunden werden: nämlich für 100 erhalten wir am Ende des Jahres mit den Zinsen 105, wie viel für 400? kommen 420.

Die Formeln in Zahlen für jeden Zinsfuß stehen dann:

1) $\frac{105}{100} \times 400 =$ der Summe S (420).

2) $\frac{105}{100} = S : 400 = 420 : 400 = \frac{42}{40} = \frac{21}{20}$ oder $\frac{105}{100}$.

3) 400 das Capital $= S : \frac{105}{100} = 420 : \frac{105}{100} = 400$.

Bezeichnen wir das Capital, das verliehen wird, mit C, die Summe, die am Ende des Jahres mit Zinsen gezahlt wird, mit S; so stehet der Satz immer: von 100 bekommen wir 100 + 5, und wir haben das Capital mit $\frac{100 + 5}{100} = 1 + \frac{5}{100}$ zu multipliciren, um Capital und Zinsen zu finden.

Bezeichnen wir nun diesen veränderlichen Zinsfuß $\frac{5}{100}$ mit p, so haben wir immer mit 1 + p zu multipliciren.

Für 1 Capital bekommen wir also am Ende des Jahres 1 + p, was für C? $= (1 + p) \times C = C + Cp$.

Es ist also:

I. die Summe $S = C + Cp$.

II. das Capital $C = S : (1 + p)$.

III. der Zinsfuß $p = \frac{S \div C}{C} = \frac{S}{C} \div 1$.

Zu

Zu I. Aufgabe. Wie viel erhalten wir am Ende des Jahrs von 800 Gulden (C) zu 6 Procent ($\frac{6}{100} = p$) am Ende des Jahres als Summe (S) zurück bezahlt?

$$S = 800 + 800 \times \frac{6}{100} = 800 + 48 = 848.$$

Zu II. Wie viel war das Capital, wenn wir zu 6 Procent am Ende des Jahrs 848 erhielten?

$$C = 848 : (1 + \frac{6}{100}) = 848 : \frac{106}{100} = 800.$$

Zu III. Wie ist der Zinsfuß, wenn 800 am Ende des Jahrs 848 einbringen?

$$p = \frac{848 \div 800}{800} = \frac{106 \div 100}{100} = \frac{6}{100}.$$ Also von 100 war er 6.

Fortsetzung der Aufgaben für Fälle, in welchen von oder auf Hundert gerechnet wird, und über Gewinn- und Verlustberechnung.

134) Was betragen 1000 Mark Banco in Hamburg, in Current zu 23 Procent? (1230). 100 — 123 — was 1000?

135) Was betragen 1230 Mark Current in Banco-Mark?

123 — 100 — was 1230?

136) Holsteiner Species (zu 3 Mark Banco) stehen in Hamburg zu 2 Procent Gewinn; wie viel bekomme ich für 1000 Mark Holsteiner Current? (1020). 100 — 102 — 1000?

137) Dasselbe verliert 2 Procent; was bekomme ich für 1020? (1000).

102 — 100 — 1000?

138) Aus einer Fallit-Masse bekommen die Current-Gläubiger 60 Procent; wie viel erhalte ich für meine Forderung von 2000 Gulden? (1200).

139)

139) **Wie viel beträgt der Agio von 1650 Mark Current gegen Banco,** wenn dieser 25 Procent besser ist? (330). 125 — 25 — 1650?

(Wenn man sagt, man habe 5 vom Hundert (5 Procent) gewonnen, so heißt dieß, man hat 100 ausgegeben und 105 dafür erhalten; heißt es aber, man habe 5 Procent verloren, so hat man 100 ausgegeben und nur 95 dafür erhalten.)

140) **Virginische Tabaksblätter sind um 80 Gulden eingekauft und um 96 verkauft worden;** wie viel Procent ist der Gewinn? (20).

$$80 : 96 = 100 : \frac{96 \cdot 100}{80} = 120.$$

Eigentlich: mit 80 gewinnen wir 16, wie viel mit 100?

141) **Wir haben diese zu 96 eingekauft und nur zu 80 verkaufen können;** wie viel verlieren wir von 100? ($16\frac{2}{3}$).

1) Für 96 erhalten wir nur 80, wie viel für 100? $= 83\frac{1}{3}$; $100 \div 83\frac{1}{3} = 16\frac{2}{3}$.

2) An 96 verlieren wir 16, wie viel an 100? $= 16\frac{2}{3}$ Procent.

142) **Ein Stück Tuch von 56 Ellen wurde für 480 Gulden eingekauft, und die Elle für 12 Gulden verkauft;** wie viel Procent sind gewonnen oder verloren worden? (40 gewonnen).

1) Wie viel erhält man für 100 Gulden, für 480 erhält man 56 Ellen, für 1 Elle 12 Gulden. Kommen 140; ab 100, bleiben 40.

2) 56 kosten 480, was eine Elle? $= 8\frac{4}{7}$. $8\frac{4}{7}$ — 12 — 100? $= 140$.

3) $12 \div 8\frac{4}{7} = 3\frac{3}{7}$.

Bey $8\frac{4}{7}$ ist $3\frac{3}{7}$ Gewinn, wie viel bey 100? $= 40$.

143) **Ein Kleinhändler kauft den Zentner Orlean zu fl. 128, und verkauft das Loth zu 5 Kreuzer;** wie viel Procent gewinnt derselbe? ($108\frac{1}{3}$). Wenn er aber annimmt, daß bis zum Verkauf des Ganzen der 5te Theil vertrocknet, eingewogen wird ꝛc.; wie viel bleibt reiner Gewinn? ($66\frac{2}{3}$).

($66\frac{2}{3}$). Wie viel gewinnt derselbe im letzten Falle bey jedem einzelnen Verkauf am Loth? (2 Kreuzer.)

144) **Wenn das Pfund zu 20 Kreuzer oder Groschen eingekauft wird, und man will 20 Procente gewinnen; wie muß es gegeben werden?** (Zu 24).

145) **Wie muß eine Waare, die 160 kostet, gegeben werden, um 24 vom** Hundert zu gewinnen? ($198\frac{2}{5}$). 100 sollen 124 einbringen, wie viel 160?

146) **Wenn der Zentner einer Waare nicht theurer als zu 140 Thaler verkauft werden kann; wie muß derselbe eingekauft werden, wenn** 10 Procent Gewinn bleiben sollen? ($127\frac{3}{11}$).

Was ich zu 110 verkaufe, soll nur 100 kosten; wie viel, was ich zu 140 verkaufe?

147) **Wenn wir eine Waare zu fl. 80 den Zentner eingekauft, und dieselbe nach 9 Monaten zu 56 Kreuzer das Pfund verkauft haben;** wie viel Procente bey gleichem Absatze wird das Jahr gewonnen? ($22\frac{2}{9}$).

Das Pfund im Einkauf kostet 48 kr.

Kreuzer 48 gewinnen in 9 M. } 8 { wie viel 100 in 12 Monaten?

Oder: für 48 erhalten wir 56; wie viel für 100?

Kommen $116\frac{2}{3}$

Ab 100

bleiben $16\frac{2}{3}$

In 9 Monaten gewannen wir $16\frac{2}{3}$ Procent, wie viel gewinnen wir dann in 12 Monaten?

148) **Wenn ein Hamburger den Zentner einer Waare um 1200 Mark** einkauft, und das Ganze in 5 Monaten das Loth zu 7 Schillinge verkauft; wie viel Procent Gewinn kommen auf ein Jahr? ($73\frac{3}{7}$).

Den Zentner zu 112 ℔ gerechnet, wird das Loth $5\frac{5}{14}$ Schill. kommen.

Mit

Mit $5\frac{5}{14}$ gewinnen wir — mit 100
in 5 Monaten $1\frac{9}{14}$, wie viel — in 12 Monaten?

Werden $73\frac{1}{7}$ Procent kommen.

149) **Schmoll gibt 40 Procent an**; hat aber den Zentner nur zu 100 ℔ gerechnet, dann kommt das Loth zu 6 ßl. und 6 : 5 = 1 : 100, 12, dann kommen 40.

150) **Wenn das Pfund nicht theurer als zu 16 kr. zu verkaufen ist**; wie muß ich den Zentner kaufen können, um 30 vom Hundert zu gewinnen? ($20\frac{20}{39}$). Die Probe dann:

Wie viel erhalte ich für 100 fl. — Wie — 100 ℔?
$20\frac{20}{39}$ — 100 ℔. — 1 — 16 Kreuzer.
1 wird verkauft zu 16 kr. — 130 sollen kosten 100 kr.
60 = 1 Gulden. — 60 = 1 Gulden.

Kommen 130 fl.

151) **Wenn wir 8 Pfund zu fl. 10 kaufen, und das Pfund um 2 Gulden verkaufen**; wie viel Procent werden gewonnen? (60).

An $\frac{5}{4}$ wird $\frac{3}{4}$ gewonnen; wie viel an 100?

152) **360 Ellen kosten $550\frac{3}{4}$ Gulden.** Wie theuer muß die Elle verkauft werden, um 40 Procente zu gewinnen? (fl. 2 . $8\frac{1}{2}$ kr. nicht ganz.)

Wie 1 Elle?

360 — $550\frac{3}{4}$
100 — 140.

153) **Wenn 400 Pfund uns 755 Gulden kosten**; wie theuer muß das Pfund verkauft werden, um 250 Gulden zu gewinnen? (fl. $2\frac{41}{80}$).

400 — 755 + 250 — 1.

154) **Mein Nachbar verkauft das Stück Nankin zu fl. 3 . 9 kr.** Wie theuer darf ich es einkaufen, wenn ich es eben so geben und 30 Procente gewinnen will? (130 — 100 — $3\frac{3}{10}$ = $2\frac{11}{13}$).

155)

155) **Wie, wenn ich es, bey gleichem Gewinne, um 9 kr. wohlfeiler, als derselbe, geben will?** ($2\frac{4}{13}$).

156) **Ein Collecteur darf für die Ausbezahlung eines Gewinns in der Lotterie 4 Procent abziehen.** Wie viel zahlt derselbe, wenn wir ein Loos von 20000 gewonnen haben? (19200).

Das heißt: für jedes 100, das ich gewinne, zahlt derselbe nur 96; oder um das Abzuziehende zu finden: von 100 zieht er 4 ab; wie viel von 20000?

157) **Einer verkauft ein Pferd zu fl. 82, und versichert, daß er daran 24 Procente verloren habe.** Wie theuer hat er denn dasselbe gekauft? ($107\frac{17}{19}$).

Wenn man bey 100, 24 verliert, so bekommt man nur dafür: 100 $\div$ 24 = 76. Also: die erhaltenen 76 haben uns 100 gekostet; was bey gleichem Verluste die erhaltenen 82? Oder durch Gleichung. Es sey der Einkauf = x. Wenn 100 verliert 24; wie viel x? = 24 x : 100, welche von der Einkaufssumme x abgehen, und dann 82 seyn sollen. Daher: $x \div \frac{24x}{100} = 82$; 100 x $\div$ 24 x = 8200; und x = 8200 : 76 = $107\frac{17}{19}$ der Einkauf.

Aufgaben über die Berechnung des Disconts.

In großen Handels-, besonders in Seestädten, laufen oft Wechselbriefe ein, welche erst nach einem und mehr Monaten zahlbar sind.

Wird nun ein solcher Wechsel von dem, auf welchen derselbe gestellt ist (dem Bezogenen, Acceptanten, Trasaten), oder von einem andern früher bezahlt: so geschiehet dieß begreiflich nur gegen einen zu bewilligenden Abzug. Dieser Abzug wird von Hundert berechnet, und nach der Länge der Zeit, zu welcher derselbe zahlbar ist. Ein solcher Zins, der an der Summe des früher bezahlten Wechsels abgezogen wird, heißt **Discont**, und Personen, die solche Wechsel an sich bringen, **Discontenten**.

Die Größe des Disconts wird durch die Geldbedürfnisse und durch die Sicherheit bestimmt, und ist oft unter, oft über den Zinsfuß. Vor etlichen Jahren stieg er in Triest, als der Handel überaus lebhaft war, auf 13 Procent (fürs Jahr). Das Jahr wird meist, der Bequemlichkeit wegen, nur zu 360 Tagen gerechnet.

Da der Discont an der Wechselsumme sogleich abgezogen, und nicht erst bey der Verfallzeit bezahlt wird, so sollte derselbe eben so wie der Rabatt auf Hundert berechnet werden, was jedoch nicht geschiehet.

158) Ein Wechselbrief auf 1500 Thaler lautend hat noch 59 Tage zu laufen (ist erst nach 59 Tagen zahlbar); es will ihn jemand zu $4\frac{1}{2}$ Procent Discont übernehmen; wie viel beträgt der Abzug, oder wie viel wird dafür bezahlt?

I. In 360 Tagen bekomme ich fl. $4\frac{1}{2}$ bezahlt, wie viel in 59 Tagen?

Kommen $0'7\frac{3}{8}$ Gulden.

An 100 darf ich $0'7\frac{3}{8}$ abziehen, wie viel an 1500?

Kommen $11\frac{1}{16}$, als Discont.

Von 1500
Ab $11\frac{1}{16}$

Sind zu zahlen $1488\frac{15}{16}$.

II. Oder: von 100 erhalte ich in 360 Tage } $4\frac{1}{2}$ { wie viel von 1500, in 59 Tagen?

$120 - 4\frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 59$

$\times\ 22\frac{1}{2}$

118
118
$29\frac{1}{2}$

$1327\frac{1}{2}$ | $11\frac{1}{16}$.

159) Ein Wechsel von der Summe 2687 ist nach 127 Tagen zahlbar. Er wird zu $4\frac{3}{4}$ Procent discontirt; wie viel beträgt der Abzug? (45).

160) Ein Wechsel von 2036 Mark 12 Schilling, am 30. April zahlbar, wird am 2. März discontirt zu $7\frac{1}{2}$ Procent. Was wurde dafür bezahlt? (2011 . 12). (Der 2te März dazu sind es 59 Tage).

Man hat Discont-Tabellen, die wir zu berechnen lehren müssen, weil es gewöhnlich nicht geschiehet, sondern nur ohne weitere Erklärung ihre Anwendung gezeigt wird. Z. B.

Dis-

Discont-Tafel.

Theiler oder Divisor.

4	Procent.	9000	$5\frac{1}{4}$	Procent.	6857
$4\frac{1}{4}$	—	8471	$5\frac{1}{2}$	—	6545
$4\frac{1}{2}$	—	8000	$5\frac{3}{4}$	—	6261
$4\frac{3}{4}$	—	7579	6	—	6000
5	—	7200	$7\frac{1}{2}$	—	4800 ꝛc.

Regel. Man multipliciret die Summe, von welcher der Discont gefunden werden soll, mit den Tagen, und theilt das Product durch die Zahl, welche bey den Procenten stehet: so hat man den Discont.

Also die letzte Aufgabe: $\frac{2036\frac{3}{4} \times 59}{4800}$.

Diese Theiler werden nun für alle Procente durch folgenden Ansatz gefunden:

100 geben in 360 Tagen } $7\frac{1}{2}$ Proc. { wie viel $2036\frac{3}{4}$ in 59 Tagen.

$$= \frac{2036\frac{3}{4} \times 59 \times 7\frac{1}{2}}{36000}.$$

Setzen wir nun allgemein die Summe = S; die Zahl der Tage = T, und den zu suchenden Discont = D: so stehet jener Ansatz: $\frac{S \,.\, T \,.\, 7\frac{1}{2}}{36000} = D$

$$\text{und } S \times T \times 7\tfrac{1}{2} = 36000\ D$$
$$S \,.\, T\ 15 = 72000\ D$$
$$S \,.\, T = 4800\ D$$
$$\frac{S \,.\, T}{4800} = D.$$

Das heißt: Man multiplicire die Summe (S) mit der Zeit oder den Tagen (T), und theile das Product durch 4800, so hat man den Discont.

Für $4\frac{3}{4}$ Procent: $\frac{S . T . 4\frac{3}{4}}{3600} = D.$

$S . T . 4\frac{3}{4} = 3600\ D.$

$S . T . 19 = 14400\ D.$

$S . T = 757\,8\frac{18}{19}\ D.$ (1 dafür)

$\frac{S . T}{7579} = D.$ Und so mit jedem andern Procent: man theilt mit demselben 3600, so gibt der Quotient den Divisor an.

161) Wenn von 2687 für 127 Tage 45 (genauer [S. 392 Nr. 159] $45\frac{1}{40}$) als Discont abgezogen wurde; zu wie viel Procent ward derselbe berechnet? $(4\frac{3}{4})$.

Von 2687 wurde für 127 Tage } abgezogen $45\frac{1}{40}$ { wie viel von 100 für 360 Tage?

Um die Tage leicht berechnen zu können, dient folgende

Tafel.

	Tage:			Tage:
December	31 —	31	Junius	30 — 214
November	30 —	61	May	31 — 245
October	31 —	92	April	30 — 275
September	30 —	122	März	31 — 306
August	31 —	153	Februar	28 — 334
Julius	31 —	184	Januar	31 — 365

Anwendung. Der Wechsel (Aufgabe 160) war am 30. April zahlbar, und am 2. März discontirt. Vom März 31 — 2 Tage sind 29. Die 30 Tage des Aprils dazu, kommen 59. Oder eigentlich nach der Tafel: Bis Ende März 306; ab die Tage, bleiben 304; von diesem abgezogen die Tage bis Ende May, bleiben 59. Sollen die Tage vom 28. July bis Ende December gesucht werden; so hat man, den 28. July mitgerechnet, noch 4 Tage vom July. Diese zu den 153 beym August stehend, dazu, kommen 157 Tage.

Aufgaben über Stichrechnung, Tausch-, Barattrechnungen.

Unter Barattiren verstehet man, wenn zwey Personen Waaren umtauschen. Es findet gewöhnlich statt, wenn beyde eine Waare besitzen, die in ihrer Handlung nicht gesucht wird, und die sie also gegen Geld nicht abzusetzen wissen. A habe eine Waare den Zentner zu 5, B eine den Zentner zu 75 Gulden, und sie wollen beyde tauschen: so ist es begreiflich, daß A 15 Zentner der seinigen ($15 \times 5 = 75$), für einen Zentner der Waare des B, und was der eine oder der andere mehr hat, den Ueberschuß an Geld geben müsse. Dieß ist nun leicht zu berechnen und wird hier übergangen.

Gewöhnlich werden aber Waaren im Tausche im Preis etwas höher angesetzt, als man sie gegen baares Geld haben kann, und da kann leicht ein Irrthum, eine Täuschung, entstehen und geschiehet auch häufig.

Gesetzt die Waare des A, die er zu 5 ansetzt, sey für Geld zu 4, und die des B statt 75 zu 72 zu bekommen: so kann B vielleicht gern den Tausch eingehen, und glauben noch Vortheil zu haben, weil er seine Waare um 3, A aber die seine nur um einen Gulden höher angesetzt hat. Im Gegentheil kann es geschehen, daß A glaubt im Nachtheil zu seyn, und durchaus nicht einwilligen würde, wenn B etwa seine Waare um 88 Gulden, also um 16 höher ansetzen wollte. Und doch ist dieß nicht der Fall.

A setzt seine Waare, die 4 kostet, zu 5 an, also um ein Viertel oder um 25 vom Hundert höher; B die seinige, die 72 werth ist, um 75, also nur um $\frac{3}{72}$, wenig über 4 Procent, höher an. Man siehet daraus, daß sie zu niedrig angesetzt ist. Um mit jenem Preise in Verhältniß zu stehen; hätte er sie ebenfalls um ein Viertel höher, also um 90 Gulden ansetzen müssen. Denn: **wie sich verhält der Werth zu dem Preise der einen Waare: so muß sich verhalten der Werth zu dem Preise der andern.** Also:

4 : 5

4 : 5 = 72 : x; kommen 18 × 5 = 90, als Preis der Waare des B, nach jenem Verhältnisse. Oder für den andern Fall, wenn wir suchen wollen, wie theuer A seine Waare anzusetzen habe, wenn sie mit den 75 Gulden, die B statt 72 fordert, übereinkommen soll:

72 : 75 = 4 : (4 × 75) : 72 = 75 : 18 = $4\frac{3}{18}$ = $4\frac{1}{6}$ als Preis, zu welchem A seine Waare, im Verhältniß der erhöhten des B, anzusetzen hat.

162) A hat 48 Eimer Wein, welcher 10 Gulden werth ist; B Pflaumen (Zwetschgen), welche baar fl. $7\frac{1}{2}$ gelten. Wenn nun beyde tauschen wollen, und A seinen Wein zu 12 Gulden anschlägt: so ist die Frage, wie hoch B seine Pflaumen ansetzen müsse, um keinen Schaden zu haben, und wie viel Zentner er ihm für jenen Wein zu geben habe? (fl. 9; 64 Zentner).

Was 10 werth ist, wird um 12 gegeben; wie theuer, was $7\frac{1}{2}$ werth ist? $12 \times 7\frac{1}{2} = 90$; getheilt durch 10 = 9 Gulden als Tauschpreis der Pflaumen. Und:

48 Eimer Wein im Tauschpreis zu 12 Gulden, betragen fl. 576.

Für fl. 9 gebe ich 1 Zentner Pflaumen, wie viel muß ich für 576 geben? Getheilt durch 9 = 64 Zentner Pflaumen, für jenen Wein, als Gegenwerth.

163) Wie hoch darf ich eine Waare, die baar zu 128 verkauft wird, im Tausche ansetzen, wenn der andere die seinige im Tausche zu 280 geben will, die baar nur 210 gilt? ($170\frac{2}{7}$).

164) A hat 50 Zentner Kleesamen, der zu 25 Gulden für baar Geld zu haben ist, den er aber gegen 200 Eimer Wein des B, der $10\frac{1}{2}$ Gulden baar werth ist, für 28 Gulden vertauschen möchte: es fragt sich, wie viel höher B seinen Wein ansetzen, und wie viel einer oder der andere herauszahlen müsse? (fl. $11\frac{1}{4}$; fl. 850).

A hat den Werth von 25 Gulden auf 28 erhöhet, also um 12 Procent; und wir dürfen nur diese zu den Werth von $10\frac{1}{2}$ addiren, um den Tauschpreis

des

des Weines zu haben. Allein der Wein beträgt mehr als der Kleesamen, und A hat also darauf zu bezahlen, oder was dasselbe ist, einen Theil des Weines baar zu kaufen, und A kann für diesen Theil billig nicht mehr, also fl. $10\frac{1}{2}$ fordern. Wir können nun diese Aufgabe etwa auf zweyerley Art auflösen. Die erste ist, wenn wir die Zahl der Eimer, welche im erhöhten Preis den Betrag des Kleesamens ausgleichen, und dann die Zahl der Eimer, welche baar zu zahlen sind, besonders suchen.

Die 50 Zentner im Tauschpreis à 28 fl. betragen fl. 1400. Nun schliessen wir:

Wie viel Eimer im erhöhten Preis kommen für fl. 1400 des erhöhten Gegenwerths?

28 fl. im Tausch sind nur werth baar fl. 25 (oder 112 nur 100).

$10\frac{1}{2}$ im wahren Werth gilt 1 Eimer; kommen $\frac{1400 \times 25}{28 \times 10\frac{1}{2}} = \frac{50 \times 25}{10\frac{1}{2}} = \frac{100 \times 25}{21} = 119\frac{1}{21}$ Eimer sind gleich dem erhöhten Betrag des Kleesamens.

Ziehen wir von den 200 Eimern, die den Tausch ausgleichen

$119\frac{1}{21}$ ab,

so bleiben $80\frac{20}{21}$ Eimer, welche baar zu bezahlen sind zu $10\frac{1}{2}$ Gulden, und betragen dann 850 fl. als baare Daraufgabe.

Oder wir berechnen dieß auf folgende Art:

fl. 25 werden auf 28 erhöhet; auf wie viel müssen fl. $10\frac{1}{2}$ erhöhet werden? Auf 11'76 Tauschpreis.

Für fl. 11'76 im Tauschpreis erhalte ich 1 Eimer, wie viel für fl. 1400 Tauschpreis?

Kommen $119\frac{1}{21}$ Eimer; und nun ferner wie oben.

Schwar-

Schwarzer rechnet ohne Erklärung also:

1 Zentner	fl. 25	baar	— 50 Zentner	fl. 1250	
1 —	fl. 28	im Stich	— 50 —	fl. 1400	
					150 Differenz.
1 Eimer	fl. $10\frac{1}{2}$	—	200 Eimer?	fl. 2100	
				fl. 2250	
200 Eimer	fl. 2250	—	1 Eimer	fl. $11\frac{1}{4}$	
B baar	fl. 2100,	und B	im Stich	fl. 2250	
A baar	fl. 1250,	und A	im Stich	fl. 1400	
A zahlt dem B	fl. 850	. . .		fl. 850.	

Er fragte, wie hoch B den Wein im Stich ansetzen müsse, und sucht ihn für die ganze Masse des Weins.

165) **Zwey Kaufleute barattiren mit einander,** A hat 35 Zentner 40 ℔ Pfeffer, den Zentner à 50 Thaler baar, im Stich à 54 Thaler. B hat Macis, das ℔ à 6 fl. 40 kr., im Stich aber 4 Thaler 72 kr., womit der Stich gleich ist. Wie viel ℔ Macis muß B liefern, und wie viel einer dem andern herauszahlen? (B muß dem A $398\frac{1}{4}$ ℔ Macis liefern, im Gelde sind beyde gleich.

100 ℔ baar	50 Thaler	— 3540 ℔	1770 Thaler
100 ℔ Stich	54 Thaler	— 3540 ℔	1911 Thaler 54 kr.
			141 Thaler 54 kr.

Subtrahire $4\frac{5}{9}$ Thlr. von $4\frac{4}{5}$, bleibt $\frac{1}{45}$ Thlr.

$\frac{1}{45}$ Thlr.	— 1 ℔	— $141\frac{3}{5}$ Thlr.	— $398\frac{1}{4}$ ℔
1 ℔	— $6\frac{2}{3}$ fl. baar	$398\frac{1}{4}$ ℔	— 2655 fl. B baar
			2655 fl. A baar

mache des A baar Geld 1770 Thaler zu Gulden, kommt 2655 fl. Subtrahire, gehet auf, folglich darf einer dem andern nicht herausgeben. B muß dem A $398\frac{1}{4}$ ℔ Macis liefern. Stehet zu probiren:

A	100 ℔ baar	50 Thlr.	— 3540 ℔	1770 Thlr.
B	1 ℔ baar	$4\frac{4}{5}$ Thlr.	— $398\frac{1}{4}$ ℔	1770 Thlr.
A	100 ℔ Stich	54 Thlr.	— 3540 ℔	1911 Thlr.
B	1 ℔ Stich	$4\frac{4}{5}$ Thlr.	— $398\frac{1}{4}$ ℔	1911 Thlr. 54 kr.

Hier

Hier ist Schwarzer ohne Grund weitschweifig. Denn da die Tauschpreise sich gleich sind, und sich 50 zu 54 eben so verhält, wie fl. $6\frac{2}{3}$ oder Thaler $4\frac{4}{9}$ zu $4\frac{72}{90}$, und kein Quantum der Macis gegeben ist: so kann nach nichts weiter gefragt werden, als nach der Anzahl Pfunde, welche für 3540 ℔ Pfeffer zu geben sind, und wir können dann beyde im baaren oder im Tauschpreise berechnen. Wählen wir jenen, so kommen 3540 ℔ Pfeffer à 50 Thaler = 1770.

Für $4\frac{4}{9}$ baar bekomme ich 1 ℔ Macis; wie viel für 1770?

Kommen $398\frac{1}{2}$ ℔ Macis.

166) **Zwey Negotianten wollen barattiren**, A hat 6900 ℔. türkische Weinbeeren, setzt das 100 ℔ auf $13\frac{1}{3}$ fl., kann für solche nicht mehr bekommen als $12\frac{3}{4}$ fl. B hat Ingber, das 100 ℔ zu 40 fl., kann solchen nicht höher contant ausbringen, als $38\frac{1}{2}$ fl. Nun ist die Frage, wie viel B Ingber liefern müsse, und wie hoch einer den andern übersetzet habe? (B liefert dem A 2300 ℔ Ingber, A ist um 34 fl. 30 kr. übersetzt.)

100 ℔ — $13\frac{1}{3}$ fl. — 6900 ℔ — 920 fl.
100 ℔ — $12\frac{3}{4}$ fl. — 6900 ℔ — 879 fl. 45 kr.
40 fl. — 100 ℔ — 920 fl. — 2300 ℔
100 ℔ — $38\frac{1}{2}$ fl. — 2300 ℔ — 885 fl. 30 kr.
÷ 920 fl.
34 fl. 30 kr.

So rechnet Schwarzer, ohne Erklärung. Aber nicht A, sondern B ist übersetzt worden; jedoch nicht um die angegebene Summe.

Wir müssen solche Gegenstände recht klar einsehen, sonst gehet es uns wie diesen sonst sehr guten Rechner.

Die Aufgabe ist auf eine sehr bequeme Art, und richtig angesetzt und berechnet; aber Schwarzer hat die Gegenstände verwechselt. Wenn A für seine Waare im Tausch fl. 920 bekommt, für die er baar nur

fl. 879 . 45 kr. erhalten hätte, so hat er einen Ueberschuß von

fl. 40 . 15 kr.

Wenn B für 2300 ℔ im Tauschpreis fl. 920 erhält, für die er baar nur fl. 885 . 30 kr. erhalten haben würde, so ist . . . . . fl. 34 . 30 kr. das, was er mehr erhielt. A hat also seine Waare um ($40\frac{1}{4} \div 34\frac{1}{2}$ =) fl. $5\frac{3}{4}$ höher angebracht, und B ist um diese Summe verkürzt worden.

Oder wir berechnen dieß auf unsere Art. Wenn $12\frac{3}{4}$ auf $13\frac{1}{3}$ erhöhet wird, um wie viel muß $38\frac{1}{2}$ erhöhet werden? Wird kommen $40\frac{40}{153}$. B hat also seinen Ingber beynahe um $\frac{1}{4}$ Gulden zu wohlfeil angesetzt. Wenn nun im Tauschpreis für fl. $40\frac{40}{153}$ — 100 ℔ gegeben werden; wie viel dann für fl. 920? = $2285\frac{5}{77}$ ℔. B hat also $\frac{72}{77}$ ℔ zu viel gegeben, welche zu fl. $38\frac{1}{2}$ den Verlust von fl. $5\frac{3}{4}$ ausmachen. Wir wollen dieß in kleinern, abweichenden Verhältnissen, anschaulicher machen.

A habe die Waare, die 2 kostet, zu 4 angesetzt, und 15 ℔ gegeben; B die seine, die 5 baar kostet, zu 6. Man siehet, daß, da jene doppelt so theuer ist, es auch diese, also 10, seyn sollte.

Nach Schwarzer's Berechnung stände nun dieser Fall also:

A	1 ℔ — fl. 4 — 15 ℔	fl. 60	
	1 ℔ — fl. 2 — 15 ℔	fl. 30	
B	fl. 6 — 1 ℔ — fl. 60	10 ℔	Von fl. 60
	1 ℔ — fl. 5 — 10 ℔	fl. 50	Ab fl. 50
			A übersetzt fl. 10.

Allein nach uns müßte von 50, die B baar für seine 10 ℔ erhalten könnte, 30, die A nur für seine 15 ℔ erhalten kann, abgezogen werden, und dann kommen 20, um welche B übersetzt wurde.

Aus der Rechnung siehet man, daß B statt 10, nur 6 ℔ hätte geben sollen; er gab daher 4 ℔ zu viel, und diese zu 5 baar gerechnet, betragen fl. 20, wie oben.

167) **Zwey wollen barattiren,** A hat 2700 ℔ Baumwolle, setzet das 100 auf fl. 32, in Stich fl. 36, will $\frac{1}{3}$ contant haben. B hat Reis, das 100 ℔ baar fl. 9. Wie viel muß A baar Geld bekommen, und wie viel Zentner Reis B dem A liefern, und wie B seinen Reis im Baratt setzen, damit er nicht übervortheilt werde? (A bekommt fl. 324 baar Geld. B muß dem A geben 60 Zentner und in Baratt setzen fl. 10 . 48 kr.)

100 ℔ Stich — fl. 36. 2700 ℔

$\frac{1}{3}$ aus Cont. fl. 972

324 bekommt A baar.

100 ℔ baar — fl. 32 — 2700 ℔ | 864 baar

fl. 864 baar — fl. 972 Stich

A Cont. ÷ fl. 324 baar — ÷ 324 Stich

540 — — 648 = 9 fl.

fl. 10 . 48 kr. muß B seine Waare in Stich setzen.

$10\frac{4}{5}$ — 100 ℔ fl. 648 Stich

6000 ℔ Reis muß B dem A liefern.

So rechnet Schwarzer. Er hat aber das Drittel der baaren Zahlung aus dem erhöhten, dem Tauschpreise, genommen. B gibt also dadurch zu viel baar Geld und zu wenig Reis, was dann offenbar zu seinem Nachtheil ist; denn baar Geld will in solchen Fällen niemand gern geben, um dieß kann er zu jeder Zeit Waaren bekommen. Dieß Drittel hätte also aus den baaren Preis genommen werden sollen, welches dann, 27 Zentner zu 32 = 864, davon $\frac{1}{3}$ = 288 Gulden betragen würde.

Wir wollen nun dieses wissenschaftlicher behandeln. A will ein Drittel baar; also von 2700 ℔ nur 1800 im Tausch geben.

9 Zentner à fl. 32 betragen 288 **Gulden baar,** die B zu zahlen hat.

18 Zentner im Tauschpreis à fl. 36 betragen fl. 648, für welche B Reis zu geben hat.

A hat die Baumwolle um ein Achtel übersetzt; B muß also seinen Reis von 9 auf $10\frac{1}{8}$ stellen. Für

$10\frac{1}{8}$ gibt er 1 Zentner; wie viel für fl. 648?

Kommen 64 Zentner Reis.

Probe. 27 Zentner Baumwolle à fl. 32, der baare Werth fl. 864. —
64 Zentner Reis à fl. 9, der baare Werth fl. 576
dazu baar fl. 288
wie oben fl. 864.

Nach Schwarzer trifft nun dieß auch zu, nur daß er dem B zu viel Geld und zu wenig Reis geben ließ. Denn

60 Zentner zu fl. 9 betragen fl. 540
Baar = 324
Also wie die Baumwolle . fl. 864

Aufgaben über Wechsel- und Arbitrage-Rechnungen, und Wechsel-Commissionen.

(Man sehe Seite 210—246).

Von den einfachen Wechselrechnungen sind im ersten Theile schon sehr viele Aufgaben vorgekommen; und da dieselben, so bald man die Geldverhältnisse weiß, sehr leicht zu berechnen, und alle Rechenbücher damit überfüllt sind: so übergehen wir sie, und geben nur noch zusammengesetzte Aufgaben.

168) **Wien** (Nürnberg, Leipzig, Frankfurt ꝛc.) übermacht nach Amsterdam 5700 Thaler, im Curs zu 36 Stüber für den Thaler (Curr.); Amsterdam rechnet für Provision $\frac{1}{3}$ Proc., Briefporto 12 Stüber, Courtage von 100 Thlr. 5 Stüber. Wenn nun Amsterdam den Ertrag wieder nach Wien zu 35 Stüber den Thaler anschafft und Wien $\frac{1}{2}$ Procent Senserie und 24 kr. Briefporto zu zahlen hat; wie viel ist gewonnen oder verloren worden? (126 Thaler $78\frac{1}{2}$ kr. gewonnen).

Für

Für die ausgegebenen 5700 Thaler erhielt derselbe:

1 kostet 36 Stüber,
50 = 1 Holl. Thaler.

4104 Thaler Banco in Amsterdam.

Provision $\frac{1}{3}$ Proc. 13 . 34
Briefporto . — . 12
Courtage 1 für 1000: 4 . 5
18 . 1 Stüber ab.

Thaler 4085 . 49 Stüber.

Für 35 Stüber oder für $\frac{35}{50}$ Thaler Holl. erhält man 1 Thaler auf Wien; wie viel für jene? Thlr. 5837 . $10\frac{2}{7}$ kr., welche der Wiener angeschafft erhält.

Ausgegeben hat derselbe:	Thlr.	5700 . — kr.
Davon $\frac{1}{5}$ Proc. Senserie	=	11 . 36 =
Briefporto . .	=	— . 24 =
Ganze Ausgabe .	=	5711 . 60 kr.
Dafür erhalten . .	=	5837 . 10 =
Bleiben Gewinn	Thaler	125 . 40 kr.

169) Ein Wiener ꝛc. übermacht nach Hamburg 2700 Thaler Curr. zu 135; rechnet für Provision $\frac{1}{3}$ Procent, Briefporto 4 Schilling, und 1 Schill. von 100 Thaler Courtage. Wenn nun Hamburg den reinen Betrag wieder nach Wien zu 136 anschaffen kann, und 1 per Mille und 1 Procent für Senserie und Provision ꝛc., nebst 20 kr. Briefporto Unkosten sind: so ist die Frage, ob der Wiener Gewinn oder Verlust habe? (20 Thaler 72 kr. Verlust.)

Für 135 erhält der Wiener 300 Mark B., wie viel für 2700 Thaler?

Kommen 6000 Mark Banco.

Provision $\frac{1}{3}$ Procent = 20
Briefporto . . . . — . 4 ßl.
Courtage 1 ßl. von 100 3 . 12 =
24 . — ßl.
24 ab.

Bleiben 5976 Mark Banco.

Der Hamburger erhält: für 300 M. B. 136 Thaler Wiener, was für jene?

Kommen 2709 Thaler $10\frac{4}{5}$ kr.

Nun hat der Wiener von obigen 2700 Thaler Unkosten:

1 von 1000 = 2 . 63 kr.
1 von 100 = 27 . — „
Briefporto — . 20 „

= 29 — 83 kr.

Gab aus 2729 — 83 kr.
Erhielt 2709 — $10\frac{4}{5}$ „

Verlust 20 — $72\frac{1}{5}$ kr.

170) **Wenn der Curs von Amsterdam** nach Wien, Leipzig, Nürnberg ꝛc., $36\frac{1}{4}$ Stüber Banco (für 1 Thaler) ist, und jene Städte mit 138 Thaler für 100 Thaler Hamburger Banco wechseln: so ist die Frage, wie Amsterdam mit Hamburg wechseln müsse, damit die Curse gleich stehen? ($33\frac{7}{15}$ Stüber, für 2 Mark B., als den Wechselthaler). Was 2 Mark?

3 — 1 Thaler Hamburger.
100 — 138 Thaler Wiener ꝛc.
1 — $36\frac{1}{4}$ Stüber.

171) **Triest** ꝛc. erhält für 1 Gulden, 55 Soldi auf Genua, und will sich dort Amsterdamer Wechsel kaufen lassen, welche zu 86 Grote für 1 Pezza zu haben sind. Wie kommen 100 Thaler Amsterdamer? ($140\frac{3}{4}$ Thaler, in Triest, beynahe).

172) **Hamburg** (oder wir durch Hamburg) will eine Schuld in Cadix abtragen. Es sind daselbst Wechsel zu bekommen zu 85 Pfennige Vlām. für 1 Wechsel Ducaten; in Amsterdam sind sie zu $93\frac{3}{8}$ Grot Vlām. zu haben, und man kann nach Amsterdam für 2 Mark, 35 Stüber bekommen; in London zahlt man $35\frac{1}{2}$ Pence für 1 Peso de plata (von 8 Reales), und kann zu $34\frac{1}{2}$ Schillinge Vlām. 1 Pfund Sterling anschaffen. Es ist die Frage, auf welchem Wege dieß am vortheilhaftesten geschehen könne, ohne die Spesen in Anschlag zu bringen?

I. Unmittelbar von **Hamburg** übermacht, kostet 1 Ducado di Cambio 85 Pfennige Vlām.

II.

II. Ueber Amsterdam.

1 Ducado di Cambio.
1 gilt $93\frac{3}{8}$ Grot Vlám. in Amsterd.
2 = 1 Stüber.
35 gilt 2 Mark B. in Hamburg.
1 = 32 Pfennige Vlám. in H.
Kommen $85\frac{3}{8}$ Pfennige Vlám.

III. Ueber London.

1 Duc.
34 = 375 Reales de Plata.
8 = 1 Peso de plata.
1 kostet $35\frac{1}{2}$ Pfennige Sterl in L.
240 = 1 Pfund Sterl.
1 gilt $34\frac{1}{2}$ Schillinge Vlám.
1 = 12 Pfennige Vlám.
Kommen $84\frac{7}{16}$ Pfennige Vlám.

Ueber Amsterdam kommt der Ducaten, ohne die Unkosten, $\frac{3}{8}$ theurer, als von Hamburg aus; über London wäre, ohne dieselben, $\frac{1}{16}$ Pf. Gewinn.

173) **Wir haben in Lissabon eine Forderung**, und wollen diese durch Hamburg entweder unmittelbar, oder über Amsterdam, oder London, einziehen lassen. In **Hamburg** kann man die Crusade von 400 Rees zu $45\frac{1}{2}$ Pfennige Vlämisch anbringen. In **Amsterdam** bezahlt man dieselbe zu $49\frac{5}{8}$ Grot Vlám., und kann Wechsel auf Hamburg zu $35\frac{1}{8}$ Stüber die 2 Mark Banco bekommen. In **London** werden 1000 Rees zu 5 Schillingen $5\frac{1}{4}$ Pfennigen angebracht, und man kann Wechsel nach Hamburg auf $2\frac{1}{2}$ Uso (nach $2\frac{1}{2}$ Monaten zahlbar) zu 35 Schillinge 2 Pfennige Vlám. für das Pfund Sterling haben. Wenn wir nun die Zahlungszeit und die Unkosten nicht in Anschlag bringen, so ist die Frage, über welchen Ort wir für 1 Crusade oder 400 Rees am meisten Hamburger Pfennige Vl. erhalten.

I. Von Hamburg aus erhalten wir für 1 Crusade $45\frac{1}{4}$ Pfennige Vlämisch.

II. Ueber Amsterdam.

1 Crusade.
1 = $49\frac{5}{8}$ Grot. Vlám.
2 = 1 Stüber.
$35\frac{1}{8}$ = 2 Mark Hamb.
1 = 32 Grot. Vlám. Hamb.

Kommen $45\frac{5}{14}$ $(\frac{52}{281})$ Grot Vl. für 1 Crusade.

III. Ueber London.

1 Crusade.
1 = 400 Rees.
1000 = $65\frac{1}{4}$ Pfennige Sterl.
240 = 1 Pfund Sterl.
1 = $35\frac{1}{8}$ Schill. Vlám.
1 = 12 Pfennige Vlám.

Kommen $45\frac{7}{8}$ Pfennige Vlämisch.

Ueber

Ueber Amsterdam wäre Verlust; über London zwar Vortheil, aber nicht so viel, daß die Unkosten und der Nachtheil des Uso-Wechsels ausgliechen würde. Den Wechsel also in Hamburg zu verkaufen, ist das vortheilhafteste.

174) Wien erhält den Auftrag eine Summe in Constantinopel einzuziehen, wenn für 100 Piaster $77\frac{2}{3}$ zu erhalten sind, und nach Hamburg zu 146 angeschaft werden kann. Nun kann man aber 100 Piaster nicht höher als zu $77\frac{1}{4}$ anbringen; wie müßte denn der Curs nach Hamburg seyn? ($145\frac{101}{186}$ ($19\frac{1}{2}$ kr.) Man sehe S. 241 ꝛc.

Auflösung durch Gleichung. Nun wollen wir auch solche Aufgaben durch Gleichungen aufzulösen suchen. Es ist begreiflich, daß bey solchen Aufträgen der Beauftragte bey veränderten Preisen nicht **weniger** Geld einziehen soll, als die Vorschrift angibt, und daß eben so für eine abzutragende Summe nicht mehr ausgegeben, oder dem Auftraggeber angerechnet werden darf, als er bestimmte. Verändert sich also ein Curs, so muß sich der andere eben so verändern, daß beyde gleich viel hervorbringen. Die Summe kommt in beyden Fällen in keine Betrachtung; wir setzen sie = 1.

I. Die Vorschrift.			II. Die Veränderung.		
	1 Piaster.			1 Piaster.	
100 sollen einbringen	$77\frac{2}{3}$ fl.		100 bringen nur .	$77\frac{1}{4}$ fl.	
3 =	2 Thaler.		3 =	2 Thaler.	
146 sollen abtragen	300 Mark.		x müssen abtragen	300 Mark.	

$$146 - 77\tfrac{2}{3} \times 2 = \frac{155\frac{1}{3}}{146}. \qquad x - 77\tfrac{1}{4} \times 2 = \frac{154\frac{1}{2}}{x}.$$

Es müssen nun also beyde Werthe einander gleich seyn; daher

$$\frac{154\frac{1}{2}}{x} = \frac{155\frac{1}{3}}{146} = 154\tfrac{1}{2} \times 146 = 155\tfrac{1}{3}\, x; \text{ und } x = \frac{154\frac{1}{2} \times 146}{155\frac{1}{3}}.$$ Kommt wie oben.

Behandeln wir das Beyspiel S. 242 §. 171 eben so, so kommt:

I.

I. Vorgeschrieben.

1 Amst.
106 — 100 Hamb.
100 — 149¼ Leipz.

$$\frac{149\frac{1}{4}}{106} = \frac{149\frac{1}{4} \times 104}{106} = 146'434.$$

II. Verändert.

1 Amst.
104 — 100 Hamb.
100 — x Leipz.

$$\frac{x}{104} = 149\tfrac{1}{4} \times 104 = 106\,x;$$

Ferner: S. 244 §. 172.

I. Vorschrift.

1 Pf. Sterl.
1 — 35 Schill.
8 — 1 Thal.
100 — 149

II. Veränderung.

1 Pf. Sterl.
1 — 36 Schill.
8 — 1 Thal.
100 — x

$35 \times 149 = 36\,x;\ = 144\frac{3}{38}$.

Leipzig sollte also für 100 Hamb. Thaler, die es abträgt, nur $144\frac{5}{38}$ Thaler zahlen dürfen; es müßte aber nach den Curs 147 zahlen; daher für jedes 100 zu seinem Schaden $2\frac{5}{38}$ mehr.

175) Nürnberg gibt Amsterdam den Auftrag, in Venedig eine Summe einzuziehen, den Venediger Ducaten zu $90\frac{1}{2}$ Pfennige Vlämisch, und den Betrag zu 136 Thaler Nürnberger Curr., für 100 Amsterdamer, anzuschaffen. Der Curs nach Nürnberg stehet aber zu $135\frac{1}{2}$; wie muß Amsterdam auf Venedig abgeben können, daß Nürnberg keinen Schaden leidet?

Nach dem bestehenden Curs bekäme Nürnberg für jedes 100 Holl. Thaler ein halben Nürnberger Thaler weniger, als nach den vorgeschriebenen; der Amsterdamer müßte daher für jeden Ducaten, den er auf Venedig abgibt, mehr als $90\frac{1}{2}$ Pfennige erhalten, und daher jenem eine größere Summe gut schreiben können. Also:

$$135\tfrac{1}{2} : 136 = 90\tfrac{1}{2} : \frac{136 \times 90\frac{1}{2}}{135\frac{1}{2}} = 90'83 \text{ (nicht ganz } \tfrac{5}{6}).$$

Nach unserer neuen Art:

I. Vorschrift.		II. Veränderung.	
	1 Ducato.		1 D.
1 —	$90\frac{1}{2}$ ℏ.	1 —	x
40 =	1 Thaler Holl.	40 =	1
100 —	136 Thaler Nürnb.	100 —	$135\frac{1}{2}$

$$90\tfrac{1}{2} \times 136 = 135\tfrac{1}{2}\ x;\quad x = \frac{90\frac{1}{2} \times 136}{135\frac{1}{2}}.$$

Nach diesem Verfahren, das noch niemand angegeben hat, haben nun solche Berechnungen gar keine Schwierigkeiten mehr, und können ohne vieles Nachdenken angestellt werden.

176) **Schwarzer**, in seiner Arithmetica etc. erzählt, daß er mit einem wohlerfahrnen Kaufmann in Wien in Unterredung gerathen, der ihm sagte, daß er nach London zu remittiren habe 590 Pf. Sterl.; er hätte aber Ordre Venetianische Briefe einzukaufen, und könnte solche bekommen à fl. $181\frac{1}{2}$ pro 100 Ducati Banco; der Londner Freund aber wollte solche nehmen 51 Pfenn. St. pro 1 Ducato Banco: zur Remesse rendirt der Curs Addritura fl. 8 . 42 kr., obbemeldter war der Meinung, er wollte die Remesse anschaffen; es schien ihm dadurch besser zu thun, als durch Einkaufung der Venetianischen Briefe, ich habe ihm aber dieses widerrathen. — Ich machte demnach gleich meine Calculation, daß er durch Einkaufung der Venetianischen Briefe bey 590 ℔ Sterling Avanzo fände fl. 93 . 25 kr., und habe also meine Speculation hiemit beysetzen wollen. Wir wollen nun zum Grunde annehmen, wie hoch uns 1 Pf. Sterl. durch Einkaufung der Briefe zu stehen komme: Wien konnte wechseln nach London fl. 8 . 42 kr. pro 1 Pf. Sterl., und konnte venetianische Briefe einkaufen per fl. $181\frac{1}{2}$ pro 100 Ducati Bo. In London sind solche zu haben 51 Pfenn. St. à 1 Ducato Bo. Frage, ob Wien mit Vortheil Briefe einkaufen kann? (Ja, der Gewinn durch Einkaufen ist fl. 93 . 25 kr.)

		1 Pf. Sterling	
	1 Pf. Sterl.	= 240 Pfennige Sterl.	8 4
17.	51 Pfennige Sterl.	1 Ducato Banco.	
2.	100 Ducati	= 181½ fl. Wien.	363.
170	= .	= 145218 fl.	32½ kr.

Nota. Wien findet Gewinn durch Briefe 9½ kr. bey 1 Pf. Sterling, es sollte bezahlen fl. 8 . 42 kr., zahlet aber nur durch Briefe fl. 8 . 32½ kr., findet also Avanzo fl. 93 . 25 kr.

Berechne den Gewinn bey 590 Pf. 1 Pf. gibt 9½ = 590

6	59	
3	29 =	30
	4 =	55 kr.
	93 fl.	25 kr.

Nach unserm Vortrage S. 223 ꝛc. wird es dem Leser nicht schwer fallen, diese Berechnung anzustellen. Der Wiener muß 590 Pfund Sterl. bezahlen; der Londoner erbietet sich aber auch Wechsel, in Venedig zahlbar, anzunehmen, und zwar den Ducaten zu 51 Pfennige Sterl. Hier ist nun die Frage, für welchen Wechsel der Wiener am wenigsten auszugeben hat, um dem Londoner die 590 Pf. anzuschaffen.

I. Kauft derselbe in Wien einen Wechsel in London zahlbar auf 590 Pf. St. gestellt, so hat er zu zahlen für 1 Pfund Sterling fl. 8 . 42 kr. (= ½ + ⅕); also

4720
295
118

Wiener Current 5133 Gulden für diesen Wechsel.

II. Kauft derselbe aber daselbst einen Wechsel in Venedig zahlbar, und auf Venediger Ducaten lautend, welche der Londoner zu 51 Pfennige Sterl. annimmt: so kommt ihm derselbe:

Wie hoch kommen 590 Pfund Sterl.?
1 Pfund Sterling hat . . 240 Pfennige Sterl.
51 Pfennige Sterl. rechnet London für 1 Ducaten Vened.
100 Ducaten bekommt man in Wien für $181\frac{1}{2}$ Gulden.

51 = = = = 59 . 24 . $181\frac{1}{2}$. Wird das Product dieser Zahlen mit 51 getheilt, so kommen fl. $5039\frac{5}{17}$, welche der Wiener für diesen zu zahlen hat. Jener kostet also (5133 ÷ $5039\frac{5}{17}$ =) $93\frac{12}{17}$ Gulden weniger. Wir haben hier gleich die ganze Wechselsumme berechnet; Schwarzer hat den Preis des Pf. Sterl. für jeden Fall gesucht, und dann erst den Unterschied aufs Ganze. Dadurch ist unnöthig ein Ansatz mehr geworden. Der Unterschied beym Pf. St. ist, genau genommen, nicht $9\frac{1}{2}$ kr., sondern $9\frac{9}{17}$ kr.; oder das Pf. kommt nach seinem ersten Ansatze nicht fl. 8 . $32\frac{1}{2}$ kr., sondern fl. 8 . $32\frac{8}{17}$ kr., und diese von fl. 8 . 42 kr. abgezogen, bleiben $9\frac{9}{17}$ kr., welche mit 590 multiplicirt fl. 93 . $42\frac{6}{17}$ kr. geben; also wie oben $93\frac{12}{17}$ Gulden.

Nun ist hier aber noch eine Frage übrig, die alle Rechenbücher bey solchen Aufgaben übergehen, die wir aber im 1ten Theile oft beygefügt haben: nämlich, der Wiener hat nun auch zu wissen, **auf wie viel Ducaten der Wechsel gestellt werden muß, damit der Londoner erhalte:**

590 Pfund Sterling.
1 Pfund hat . . . . 240 Pfennige Sterling.
51 Pfennige St. rechnet der Londoner für 1 Ducato di Banco.

Kommen $2776\frac{8}{17}$ Ducati ($\frac{8}{17}$ Duc. sind etwas über 11 Grossi), auf welche der Wechsel lauten muß. Als Probe darüber können wir dann wieder berechnen, wie viel der Wiener dafür zu zahlen hat:

Für 100 Ducati zahlt er fl. $181\frac{1}{2}$; was für $2776\frac{8}{17}$?

Kommen fl. 5039' $29\frac{7}{17}$. $\frac{29\frac{7}{17}}{100} = \frac{500}{1700} = \frac{5}{17}$, wie oben.

Der

Der Leser überdenke nur solche Aufgaben genau, und verweile dabey.

Viele Aufgaben nacheinander mechanisch auszurechnen, führt zu keiner Einsicht, und ohne diese vermag man sich in keinem Falle zu helfen.

Aufgaben über Gesellschafts-, oder Theilungs- und Mischungs-Rechnungen. (S. 128 ꝛc.)

177) Zwey geben zur Anlegung einer Fabrik, A 36000, B 15000. A bekommt laut Vertrag für den Ueberschuß seiner Einlage die Zinsen zu fünf Procent. Der Rest des Gewinns soll dann, im Verhältniß ihrer Einlagen, getheilt werden. Mit Ende des Jahres wurden 7170 gewonnen; wie viel erhält jeder? (A 1050 Zinsen und 4320 vom Gewinn; B 1800).

36000 ÷ 15000 = 21000, à 5 Proc. fl. 1050 Zins.
7170 ÷ 1050, bleibt Gewinn zu theilen fl. 6120.
51000 gewannen 6120, wie viel kommen auf 36000, wie viel auf 15000?

178) A hat 5500 und B 6500 in der Handlung; damit ward ein Drittel des Gesammt-Capitals gewonnen, als C dazu tritt, und so viel einlegen will, daß ihm vom künftigen Gewinn drey Achtel zukommen. Wie viel muß C einlegen (9600), und wie viel Antheil haben A ($7333\frac{1}{3}$), und B? ($8666\frac{2}{3}$).

Einlage	A 5500;	B 6500
$\frac{1}{3}$ Gewinn	$1833\frac{1}{3}$;	$2166\frac{2}{3}$
Hat jeder	$7333\frac{1}{3}$;	$8666\frac{2}{3}$; beyde fl. 16000.

Wenn nun der Gewinn sich wie die Einlagen verhalten soll, und C $\frac{3}{8}$ davon haben will; so muß seine Einlage: $\frac{5}{8} : \frac{3}{8} = 16000 : \frac{48000}{5}$ = 9600 seyn.

179) Vier Rheder kaufen ein Schiff für 36000 Thaler. A will $\frac{3}{8}$, B $\frac{5}{16}$, C $\frac{3}{16}$, D $\frac{1}{8}$ Antheil haben. Wie viel muß jeder erlegen? (A 13500, B 11250, C 6750, D 4500). $\frac{6}{16} + \frac{5}{16} + \frac{3}{16} + \frac{2}{16} = \frac{16}{16}$.

16 — 36000
2250 × 6 = 13500 A
× 5 = 11250 B u. s. w. (Man sehe S. 128).

180) Drey haben für 1800 einen Grund gemiethet, um Vieh darauf zu weiden. A hat 600, B 800, C 1000 Stück darauf geweidet; wie viel wird jeder zu zahlen haben? (A 450, B 600, C 750).

6 + 8 + 10 = 24 — 1800
4 — 300
1 — 75 × 6 = 450 A
× 8 = 600 B
× 10 = 750 C.
1800.

181) A hat 30, B 40, C 24, D 26 Gulden Grundsteuer zu bezahlen. Nun kommt eine außerordentliche Auflage von 1200 Gulden, welche diese im Verhältniß derselben bezahlen sollen. Wie viel trägt jeder bey? (A 300, B 400, C 240, D 260).

182) 10000 sollen so vertheilt werden, daß A $\frac{1}{2}$, B $\frac{3}{4}$, C $\frac{5}{6}$ und D $\frac{2}{3}$ erhält. Wie viel jeder? (A $1818\frac{2}{11}$, B $2727\frac{3}{11}$, C $3030\frac{10}{33}$, D $2424\frac{8}{33}$). Die Antheile wie 6, 9, 10, 8.

183) Vier sollen 1200 so theilen, daß so oft A 2 bekommt, B 3, und so oft dieser 1 bekommt, C 2, und so oft dieser 2 erhält, soll D 3 haben. Wie viel erhält jeder? (A 120, B 180, C 360, D 540). Zu theilen wie 2, 3, 6, 9.

184) Drey geben zu einer Unternehmung: A 1000, B 800, C 450 Thaler, und gewinnen damit 1750 Thaler; wie viel erhält jeder? (A $777\frac{7}{9}$, B $622\frac{2}{9}$, C 350).

185) 1250 Thaler sollen unter drey so getheilt werden, daß wenn A $\frac{1}{2}$ erhält, B $\frac{3}{4}$ und C $\frac{5}{6}$ bekommen soll. Wie viel erhält jeder? (A 300, B 450, C 500).

186) **Ein Kaufmann hat eine Waare zu dreyerley Preisen,** 3, 4 und 5 Gulden den Zentner gekauft; wie theuer kommt ihm der Zentner im Durchschnitt? (3 + 4 + 5 = 12 : 3 = 4 Gulden).

187) **Wenn er aber von der zu 3 Gulden viermal so viel, und von der** zu fl. 4 zweymal so viel, als von der zu fl. 5 gekauft hat; wie theuer kommt sie dann im Durchschnitt? ($3\frac{4}{7}$). Denn 4 × 3 = 12
2 × 4 = 8
1 × 5 = 5
Zentner 7 kosten 25, was 1?

188) 3 Eimer Wein zu 40, 6 Eimer zu 30, 5 Eimer zu 20 Gulden; wie theuer, zusammengeschüttet, kommt der Eimer? ($28\frac{4}{7}$).

3 × 40 = 120
6 × 30 = 180
5 × 20 = 100
14 E. kosten 400 Gulden, was 1 Eimer?

189) **Zu einem Unternehmen, durch welches 18000 Thaler gewonnen werden,** gab A 3000, B 12000, C 15000; wie viel erhält jeder zurückbezahlt mit Capital und Gewinn? (A 4800, B 19200, C 24000). Die Verhältnisse der Einlagen sind 3 : 12 : 15, oder 1 : 4 : 5. Die Einlagen mit Gewinn 48000. Also: 10 : 1 = 48000; kommen 4800. Dann 4 und 5 mal so viel.

190) **Zu einem Brückenbau müssen drey Gemeinden fl. 2000 . 36 kr. bey**tragen, und zwar nach dem Steuerfuß. Nun zahlt die Gemeinde A so oft fl. 60, als die B 80, und die C 100 Steuer. Wie viel trifft jeder? (A fl. 500 . 9 kr., B 666 . 52, C 833 . 35).

191) **Vier legen 36000 nach und nach zusammen,** und gewinnen in 10 Jahren 45000. A gab seinen Antheil zu Anfang, B denselben nach 2 Jahren, C nach 3 und D nach 5 Jahren. Wie viel erhält jeder vom Gewinne? (A 15000, B 12000, C 10500, D 7500).

Hier

Hier wird nämlich vorausgesetzt, was die Aufgabe, die wir aus Schmoll nehmen, leider nicht sagt, daß jeder gleich viel eingelegt hat, und auch der Gewinn gleichförmig von Jahr zu Jahr erfolgt ist, und dann verhalten sich die Antheile wie die Zeiten der Einlagen: A hat 10, B 8, C 7, D 5 Jahre sein Capital gewinnbringend stehen, also haben sie in diesen Verhältnissen Antheil an dem Gewinne.

192) Von 200 Arbeitern bekommen wöchentlich 50 jeder 40, 70 jeder 30, 50 jeder 25 und 30 jeder 20 Groschen. Wie viel würde auf einen im Durchschnitt kommen? $(29\frac{3}{4})$.

193) Ein Weinhändler hat dreyerley Sorten Wein, und gießt davon 4 Maß zu 8 Groschen, 9 Maß zu 14 und 6 Maß zu 20 Groschen zusammen. Wie theuer wird diese Mischung kommen? $(14\frac{1}{13})$. 19 — 278 — 1.

194) $2\frac{1}{2}$ Mark 23 karatiges, 1 Mark 20 karatiges und $\frac{1}{2}$ Mark 18 karatiges Gold zusammengeschmolzen, wie viel karatig wird es? $(21\frac{5}{8})$. 4 — $86\frac{1}{2}$ — 1.

195) Eine Masse Gold von 12 Mark enthält $10\frac{1}{2}$ Mark feines Gold; wie viel karatig ist es? (21).

12 Theile gemengt, enthalten $10\frac{1}{2}$ Theile reines, wie viel 24 Theile gemengtes? Nämlich nach der Zahl 24 wird die Feinheit des Goldes bestimmt; und das Silber nach 16.

196) Eine Masse Silber wiegt 24 Mark, und enthält 22 Mark feines Silber; wie fein, oder wie viel löthig ist dasselbe? $(14\frac{2}{3})$. 24 — 22 — was 16 als Einheit der Feine?

197) 3 Mark 12, 4 Mark 14, 6 Mark 10löthiges Silber zusammen geschmolzen; wie fein oder wie viel löthig wird dasselbe? $(11\frac{9}{13})$.

198) Wie viel muß man von den vorstehenden drey Sorten nehmen, um 24 Mark $11\frac{2}{13}$ löthiges zu erhalten? $(5\frac{7}{13}, 7\frac{5}{13}, 11\frac{1}{13})$. 13 : 24 = was jedes? Man multiplicire obige Massen mit $1\frac{11}{13}$.

199) Vier Personen kaufen ein Loos für 18 Gulden. A gab dazu fl. 3, B $1\frac{1}{2}$, C 5, D $8\frac{1}{2}$. Sie gewinnen 8000 Gulden; wie viel erhält jeder vom Gewinne? (A $1333\frac{1}{3}$, B $666\frac{2}{3}$, C $2222\frac{2}{9}$, D $3777\frac{7}{9}$).

200) Zum Mannheimer Gold werden 4 Unzen Kupfer und 1 Unze Zink genommen. Wie viel muß man zu 24 ℔ von jeder nehmen? ($19\frac{1}{5}$; $4\frac{4}{5}$). 5 : 1 = 24 ꝛc. Herr Eyth sagt: „Weil der Zink im Feuer vielen Abgang „erleidet, so fragt man besser: Wie viel Zink braucht man zu 24 ℔ Ku„pfer?" und rechnet 4 — 1 — 24. Allein dadurch wird das Verhältniß „nicht verändert: die Masse ist dann 30 und die Antheile wieder 6 zu 24, also wie 1 zu 4. Wahrscheinlich sollte nur die Masse vergrößert werden.

201) Zum Schießpulver nimmt man auf 25 ℔ Salpeter (oder besser ausgedrückt: auf 25 Theil Salpeter), 5 Theil Schwefel und 6 Theil Kohle; wie viel hat man von jedem zu nehmen, um 720 ℔ zu erhalten? (500, 100, 120).

202) 2 Mark 15löthiges, 3 Mark $7\frac{3}{4}$löthiges und 5 Mark $10\frac{1}{2}$löthiges Silber werden zusammen geschmolzen. Wie viel löthig wird es? ($10\frac{23}{40}$).

203) Man will 8 Mark 20karatiges, 5 Mark 18karatiges, 4 Mark 22karatiges, und 3 Mark ganz feines Gold unter einander schmelzen; wie viel karatig wird die Masse werden? ($20\frac{1}{4}$).

204) 100 ℔ Tabak zu $20\frac{1}{2}$; 120 ℔ zu $18\frac{3}{4}$; 60 ℔ zu 32, und 100 ℔ zu 40 kr. will man unter einander mengen; wie viel ist das Pfund werth? ($26\frac{17}{19}$). 380 ℔ — 10220 kr. — 1 ℔.

Aufgaben über Alligations-Rechnungen; oder die Bestandtheile aufzufinden, wenn die Mischung gegeben ist.

Mischen, vermengen, heißt aus mehrern Bestandtheilen etwas zusammensetzen, zu verbinden. Nun können die Bestandtheile gegeben, und die Beschaffenheit der Mischung daraus zu suchen seyn: die Berechnung, durch welche diese gefunden wird, heißt **Mischungsrechnung**; oder es kann die Mischung gegeben seyn, und gefragt werden, wie viel von den Bestandtheilen erforderlich sind, dieselbe hervorzubringen: diese Berechnung nennt man die **Alligations-Rechnung.** Beyde Rechnungen werden jedoch oft unter einer und der andern dieser Benennung verstanden.

205) **Ein Goldarbeiter hat zweyerley Gold:** 23 und 18 karatiges, und braucht 20 karatiges; wie viel wird er von jeder Sorte nehmen müssen? (Von besserm 2, von geringerm 3 Theile).

Das eine ist um 3 besser, das andere um 2 geringer als das vorgeschriebene; von jenem braucht man also weniger als von diesem zu nehmen; oder die Antheile stehen in umgekehrtem Verhältnisse, wenn von jenem 2 Theile genommen werden, hat man von diesem 3 dazu zu thun: $\frac{23 \times 2 + 18 \times 3}{2+3} = \frac{46 + 54}{5}$ = 20, die Einheit aus dem Fünffachen. Die gemeine Form für solche Fälle ist folgende:

Aus 23 und 18 } soll werden 20 karatiges. Der Unterschied des bessern von dem zu mischenden, $23 \div\!\!- 20 = 3$, gibt den Antheil des geringern; der Unterschied des zu mischenden von dem geringern, $20 \div\!\!- 18 = 2$, den Antheil des bessern. Dieß stellt man dann gewöhnlich also:

20) 23 | 2 der Antheil des bessern. $(20 \div\!\!- 18)$.
18 | 3 der Antheil des geringern. $(23 \div\!\!- 20)$.

Soll

Soll nun etwa nur eine Mark oder 24 Karate von der gemengten Masse erforderlich seyn, so finden wir die Antheile:

5 erfordern 2, wie viel 24? = $9\frac{3}{5}$ vom 23 karatigen;
5 — 3, — 24? = $14\frac{2}{5}$ vom 18 karatigen.

Probe: 24 der Mischung enthält 23 feines Gold, wie viel $9\frac{3}{5}$ Karat der Mischung? Kommen $9\frac{1}{5}$
24 — 18 — $14\frac{2}{5}$. Kommen $10\frac{4}{5}$
Zusammen 20 Karate, wie es seyn soll.

Leichter berechnen wir solche Aufgaben durch Gleichung. Es sey der Antheil des 23 karatigen Goldes zu einer Mark = x; so ist der Antheil des 18 karatigen 1 ÷ x, der feine Gehalt von jenem ist dann 23 x, von diesem 18 ÷ 18 x, und beyde sollen dann 20 karatig seyn. Also: $23x + 18 \div 18x = 20$; $5x = 2$; $x = \frac{2}{5}$ der Antheil des 23 karatigen, und $1 \div \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$ der Antheil des 18 karatigen zu einer Mark 20karatigem. Man sehe S. 258 u. folg.

206) Wie viel muß von 22 und 18 karatigem Golde genommen werden, um $19\frac{1}{2}$ karatiges zu erhalten? ($1\frac{1}{2}$ Theil vom 22, $2\frac{1}{2}$ Theil vom 18 karatigen.)

$19\frac{1}{2}$) 22 | $1\frac{1}{2}$ vom 22 karatigen. ($19\frac{1}{2} \div 18$).
18 | $2\frac{1}{2}$ vom 18 karatigen. ($22 \div 19\frac{1}{2}$).

Oder man suche es durch Gleichung.

207) 15 und 9 löthiges Silber soll 11 löthig werden; wie viel ist von jedem zu nehmen? (2 Theil 15, 4 Theil 9 löthiges).

11) 15 | 2 vom 15 löthigen. ($11 \div 9$).
9 | 4 vom 9 löthigen. ($15 \div 11$).

208) Wein zu 20 und zu 8 Groschen soll so vermengt werden, daß die Mischung auf 12 Groschen kommt. Wie viel ist von jeder zu nehmen? (4 zu 20, 8 zu 8 Groschen).

Hat man nun davon 60 Maß nöthig: so sind obige Antheile nach der Gesellschafts- oder Mischungsregel 4 + 8 = 12; also:

Zu 12 der Mischung braucht man von einer Sorte 4, was zu 60?

von der andern 8 — 60? = 20 / = 40 } Maß.

209) Ein Weinhändler hat dreyerley Sorten Wein, zu 22, 16, 6 Groschen. Aus ihnen soll eine zu 12 Groschen werden; wie viel hat man von jeder Sorte dazu nöthig?

Erste Auflösung. Hier haben wir zwey Sorten, die besser sind, als die erforderliche, und nur eine, die geringer ist; daher ist die geringste Sorte zu jenen beyden nöthig, um die geforderte hervorzubringen. Verfahren wir wie oben, und mengen die beste zu 22, mit der geringsten zu 6: so haben wir von jener 12 ÷ 6 = 6 Maß oder Theile; und von dieser 22 ÷ 12 = 10 Maß nöthig, um eine Mischung zu 12 Groschen zu haben. Dabey ist aber noch keine zu 16 Gr. Nehmen wir nun von diesem zum geringen, so haben wir nöthig 12 ÷ 6 = 6 à 16 Gr. und 16 ÷ 12 = 4 Maß à 6 Gr.; diese sind dann auch wieder 12 Gr. werth. Oben haben wir gefunden: 6 Maß zu 22 Groschen = 132

14)
10 — zu 6 — = 60
16M. — 192 — 1? = 12 Gr.
Hier:
4 Maß à 6 Gr. 24
6 — à 16 Gr. 96
10M. — 120 — 1? = 12 Gr.

26 Maß — — 312 — 1 Maß?

Kommen auch auf 12 Groschen.

Dieß können wir uns zur bessern Uebersicht also bringen:

	22	6
12)	16	6
	6	10 + 4 = 14.

Hier haben wir die Unterschiede der höhern Preise:

Preise: 22, 16, von den geforderten, 12, gesucht, und bey der geringen Sorte angeschrieben; dann den Unterschied des geringen, von den geforderten, bey jedem der andern bemerkt.

Zweyte Auflösung. Wir können auch zuerst die beyden bessern Sorten in jedem beliebigen Verhältniß nehmen, den Werth dieser Mischung berechnen, und dann von der geringen Sorte so viel dazu thun, daß der Werth 12 Gr. beträgt. Nehmen wir von jeder gleich viel: so kommt die Mischung

1 Maß zu 22
1 — zu 16 } 1 Maß = 19 Groschen. Wir haben nun

12) 19 — 6 Maß à 19 Gr. = 114
6 — 7 — à 6 Gr. = 42

13 Maß — 156 = 12 Groschen.

Nehmen wir 1 Maß à 22 — 22 Gr.
4 — à 16 — 64

5 Maß — 86 — 1 Maß = $17\frac{1}{5}$ Groschen.

12) $17\frac{1}{5}$ — 6 Maß à $17\frac{1}{5}$ Gr. — $103\frac{1}{5}$ Gr.
6 — $5\frac{1}{5}$ — à 6 Gr. — $31\frac{1}{5}$ Gr.

$11\frac{1}{5}$ Maß — — $134\frac{2}{5}$ — 1 Maß = 12 Gr.

Man siehet, daß diese Mischungen in vielen Verhältnissen geschehen können, so daß immer der geforderte Werth 12 Groschen beträgt.

Dritte Auflösung, durch Gleichung. Die Masse, die wir von den drey Sorten zu einer Einheit, Maß, Eimer ꝛc. zu nehmen haben, sey von der

Sorte zu 22 Groschen = b
zu 16 — = m
zu 6 — = g. Dann I) $b + m + g = 1$ Maß.
× mit 6; $6b + 6m + 6g = 6$.

und II) $22b + 16m + 6g = 12$ Groschen.

Jene Gleichung abgezogen $6b + 6m + 6g = 6$

$16b + 10m = 6$. Getheilt durch 2.

$8b + 5m = 3$

$8b = 3 - 5m$.

Nun

Nun können wir für m jeden Werth annehmen, der mit 5 multiplicirt, weniger als 3 beträgt; denn davon soll sich 5 m abziehen lassen, um für 8 b noch einen Antheil zu geben. $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{3}$ für m, wäre zu viel; denn mit 5 multiplicirt, käme mehr als 3. Setzen wir es aber gleich $\frac{1}{2}$; so ist $8\,b = 3 \div 5 \times \frac{1}{2} = 3 \div 2\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$; also $8\,b = \frac{1}{2}$ und $b = \frac{1}{16}$; und dann, nach der I. Gleichung,

$m = 1 \div \frac{8}{16} \div \frac{1}{16} = \frac{7}{16}$.

Probe:

$\frac{9}{16}$	à	22	— $1\frac{6}{16}$
$\frac{8}{16}$	à	16	— 8—
$\frac{7}{16}$	à	6	— $2\frac{10}{16}$
1 Maß $= \frac{16}{16}$		zu	12 Groschen.

Nehmen wir für $m = \frac{1}{3}$ an, so kommen:

$8\,b = 3 \div 5 \times \frac{1}{3} = 3 \div 1\frac{2}{3} = 1\frac{1}{3}$; $b = \frac{1\frac{1}{3}}{8} = \frac{4}{24} = \frac{1}{6}$; und $g = 1 \div \frac{1}{3} \div \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$.

$\frac{1}{6}$ Maß	zu	22 Gr.	— $3\frac{4}{6}$
$\frac{1}{2}$ —	zu	16 —	— $5\frac{2}{3}$
$\frac{1}{2}$ —	zu	6 —	— 3
1 Maß	zu	. . .	12 Groschen.

Man versuche es nun ferner, und nehme $m = \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{1}{6}$ u. s. w., so wird man immer andere Mischungsverhältnisse finden, welche eine Sorte zu 12 Groschen hervorbringen.

Anmerkung. S. 265 haben wir gesagt, daß sich eben so viele Gleichungen bilden lassen müssen, als unbekannte Größen zu suchen sind; oder, daß eben so viel bekannte Größen gegeben seyn müssen, welchen die unbekannten in verschiedenen Verbindungen gleich kommen, wenn die unbekannten bestimmt gefunden werden sollen. Z B. es wird gesagt, wenn man drey Größen, x, y, z, zusammen addirt, so geben sie 12; addirt man die eine, y, doppelt zu den andern, kommen 14; addirt man eine andere, x, dreyfach zu den andern, kommen 18. Hier haben wir zu drey Gleichungen bekannte Größen, und können daher die drey unbekannten finden. Es ist dann:

I. $x + y + Z = 12$; II. $x + 2y + Z = 14$; III. $3x + y + Z = 18$.

Suchen

Suchen wir nun je zwey und zwey dieser Gleichungen zu vereinigen, und eine und die andere der unbekannten wegzubringen: so finden wir ihre Werthe nach einander.

Aus I. wird $Z = 12 \div x \div y$. Aus II. $Z = 18 \div 3x \div y$.

Ab die obern von $Z = 18 \div 3x \div y$

$0 = 6 \div 2x$

$2x = 6;\ x = 3.$

Setzen wir nun den gefundenen Werth von x in I., so ist $3 + y + Z = 12$, und $y + Z = 9$; und II. $3 + 2y + Z = 14$; $2y + Z = 11$

Ab davon $y + Z = 9$

$y = 2.$

Da $x + y + Z = 12$: so ist $3 + 2 + Z = 12$; also $Z = 7$.

Nun haben wir aber in unserer obigen Aufgabe nur bekannte Größen zu zwey Gleichungen; wir wissen blos, daß die drey Antheile b, m, g Eine Maß seyn, und diese Antheile mit den Preisen multiplicirt, 12 betragen sollen. Daher ist die Auflösung unbestimmt.

210) **Aus 23, 18 und 16 karatigem Golde soll 20 karatiges geschmolzen werden; wie viel sind von jenen Sorten zu nehmen?**

	23	2 + 4 (20 ÷ 18; 20 ÷ 16)	6 Theile vom 23 karatigen.
I. 20)	18	3 . (23 ÷ 20) .	3 — —	18 karatigen.
	16	3 . (23 ÷ 20) .	3 — —	16 karatigen.

II. Vermengen wir die beyden geringern (18 und 16 k.) in jedem beliebigen Verhältnisse, so bleiben die Mischungen immer unter 20 karatig, und die Masse des bessern wird durch sie bestimmt. Nehmen wir von beyden gleichviel, so enthalten dann 2 Theile oder Mark, $18 + 16 = 34 : 2$ und 1 Theil 17 Karat fein. Wir haben dann 23 karatiges und 17 karatiges, welche 20 karatig werden sollen, $20 \div 17 = 3$ Theile vom 23 karatigen,

und $23 \div 20 = 3$ — — 17 karatigen,

also gleich viel von jedem zu nehmen. Nehmen wir vom

18 karatigen 1 Theil — 18
vom 16 — 3 Theile — 48

4 — 66. 1 Theil $16\frac{1}{2}$ karatig. Dann werden erfordert $3\frac{1}{2}$ Theile 23 karatiges
3 — $16\frac{1}{2}$ karatiges. Und so in andern Verhältnissen.

III. 1) $b + m + g = 1.$ $\times 16$

$16g = 16 \div 16b \div 16m$

$16 \div 16b \div 16m = 20 \div 23b \div 18m$

$\div 16 + 23b + 18m = \div 16 + 23b + 18m$

$+ 7b + 2m = 4$, und $2m = 4 \div 7b$. Es muß nun also für b ein solcher Werth genommen werden, daß derselbe mit 7 multiplicirt sich noch von 4 abziehen lässet, also kleiner als 4 wird. $\frac{3}{5}$ ist schon zu groß; $\frac{1}{2}$ aber, und was noch weniger ist, kann genommen werden.

2) $23b + 18m + 16g = 20$

$16g = 20 \div 23b \div 18m$

Es sey $b = \frac{1}{2}$: so ist $2m = 4 \div 7 \times \frac{1}{2} = 4 \div 2\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$, und $m = \frac{\frac{1}{2}}{2} = \frac{1}{4}$; und $g = 1 \div \frac{1}{2} \div \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$.

$\frac{1}{2}$ zu 23 = $11\frac{1}{2}$
$\frac{1}{4}$ zu 18 = $4\frac{1}{2}$
$\frac{1}{4}$ zu 16 = 4

1 zu 20, und so in andern Verhältnissen.

211) Aus viererley Silber, 15, 12, 9 und 8 löthigem, will man 11 löthiges; wie viel kann von jedem genommen werden?

I. $15 - 2 + 3\ (11 \div 9;\ 11 \div 8)$
II) $12 - 2 + 3\ (11 \div 9;\ 11 \div 8)$
$9 - 4 + 1\ (15 \div 11;\ 12 \div 11)$
$8 - 4 + 1\ (15 \div 11;\ 12 \div 11)$

Also von jeder gleich viel:
5 Theile oder von jeder 1 Theil.

II. Die beyden mehr, und die beyden weniger als 11 löthigen, können wir in allen Verhältnissen versetzen, und erhalten dann immer zwey Sorten, von welchen eine mehr, die andere weniger als 11 löthig, aus welchen wir dann 11 löthiges hervorbringen können.

Wir

Wir wollen nun nehmen 4 Theile 15 löthiges = 60 Loth fein
1 Theil 12 — = 12 — —
1 Theil . . $14\frac{2}{5}$ Loth fein

3 Theil vom 9 löthigen 27
1 — vom 8 — 8
35

1 Theil dann $8\frac{3}{4}$ Loth fein; aus welchen nun das 11 löthige zu nehmen ist.

$14\frac{2}{5} \div 11 = 3\frac{2}{5}$ vom $8\frac{3}{4}$ löthigen, gibt
$11 \div 8\frac{3}{4} = 2\frac{1}{4}$ vom $14\frac{2}{5}$ löthigen, —

Oder, multipliciren wir diese Antheile mit 20, so kommen
68 vom $8\frac{3}{4}$ l. = 595 Loth fein
45 vom $14\frac{2}{5}$ l. = 648 — —
113 getheilt 1243 = 11 löthig.

III. **Durch Gleichung.** Hier haben wir vier unbekannte Größen, und nur bekannte zu zwey Gleichungen. Bezeichnen wir die allergeringste Sorte, 8löthige, = a, so haben wir: $b + m + g + a = 1$; $15b + 12m + 9g + 8a = 11$
$\times 8 = 8b + 8m + 8g + 8a$ = 8. Ab: $8b + 8m + 8g + 8a = 8$
bleibt: $7b + 4m + g = 3$

$7b = 3 \div g \div 4m$. Wir müssen also g und m so annehmen, daß wir beyde, jenes einfach und dieses vierfach, von 3 abziehen können. Setzen wir $g = \frac{1}{2}$, $m = \frac{1}{4}$, so ist $7b = 3 \div g \div 4m = 3 \div \frac{1}{2} \div 1 = 3 \div 1\frac{1}{2} = 1\frac{1}{2}$, und $b = 1\frac{1}{2} : 7 = \frac{3}{14}$. Nun haben wir, alles in 28igstel verwandelt, für $b + m + g = \frac{6}{28} + \frac{7}{28} + \frac{14}{28} = \frac{27}{28}$. Zum Ganzen fehlt $a = \frac{1}{28}$.

Probe. 6 Theile 15 löthig — 90 Loth fein
7 — 12 — — 84 — —
14 — 9 — — 126 — —
1 — 8 — — 8 — —
28 . . . 308 = 11 löthig.

212) **Vier Sorten einer Waare**, zu 16, 14, 8 und 4 Kreuzer sollen so gemengt werden, daß die Mischung auf 10 kr. kommt. Wie viel ist von jeder zu 100 ℔ erforderlich? (8, 8, 10, 10. Die Verhältnisse, und $22\frac{2}{9}$, $22\frac{2}{9}$, $27\frac{7}{9}$, $27\frac{7}{9}$ ℔ u. mehr andre.)

Berechnet man dieß auf die angegebenen ersten zwey Arten, so findet man die Theilungsverhältnisse, und man hat dann ferner zu suchen, wie viel von jeden zu 100 ℔ erforderlich ist. Nach den hier angegebenen 8 + 8 + 10 + 10 = 36, heißt es dann zu 36 der Mischung von zwey Sorten sind 8 erforderlich, wie viel zu 100? ꝛc.

Durch Gleichung können wir dieß auch gleich so finden:

b + m + g + a = 100 ℔.	16b + 14m + 8g + 4a = 1000 Kreuzer.
× mit 4 und abgezogen .	4b + 4m + 4g + 4a = 400 —
Getheilt durch 2 . .	12b + 10m + 4g = 600
	6b + 5m + 2g = 300

Man bringe 2g auf die eine Seite $2g = 300 \div 6b \div 5m$. Nun setzen wir b und m etwa = 20 . 20 . 20

$2g = 300 \div 120 \div 100 = 80$

Dann ist g = 40 ℔ à 8 kr. . . 320
b = 20 ℔ à 16 « . . 320
m = 20 ℔ à 14 « . . 280
und 100 ÷ 80 = a; also a = 20 ℔ à 4 « . . 80

Probe: 1000 Kreuzer.

Auf diese Art kann man andere Verhältnisse suchen. Hätten wir m etwa = 30 genommen, so wäre g = 15, und 100 ÷ 15 ÷ 30 ÷ 20, a = 35.

213) **Aus 9 löthigem, 12 löthigem und 15 löthigem Silber soll ein Becher von 13 Lothen gemacht werden, welcher 13 löthig ist. Wie viel muß man von jeder Sorte nehmen?**

Diese

Diese Aufgabe stehet in dem Altdorfer Rechenbuche, 4te Auflage, 1816. Die Angabe ist: vom 9 löthigen $3\frac{1}{4}$; vom 12 löthigen $4\frac{1}{3}$; vom 15 löthigen $5\frac{5}{12}$, und die Ausrechnung im 2ten Bande von einem andern Autor, also:

„Die verschiedenen Sorten des Silbers sind: 9löthig
12 —
15 —
36 Verhältniß im Ganzen.

Wie sich also die Schwere des Bechers zum Ganzen (13 zu 36) verhält; so verhalten sich auch die Portionen der drey Sorten von Silber zu ihrem innern Gehalt. (x zu 9. x zu 12. x zu 15.)

löthig löthig Schwere des Bechers Loth vom 9löthigen Silber.

9) 36 : 9 = 13 : x
4 : 1 = 13 : x

x = $\frac{13}{4}$ = $3\frac{1}{4}$ Loth vom 9l. Silber.

löthig löthig Schwere des Bechers Loth vom 12l. Silber.

12) 36 : 12 = 13 : x
3 : 1 = 13 : x

x = $\frac{13}{3}$ = $4\frac{1}{3}$ L. vom 12l. Silber.

löthig löthig Schwere des Bechers Loth vom 15löthigen Silber.

3) 36 : 15 = 13 : x
12 : 5 = 13 : x

$x = \frac{5 \times 13}{12} = \frac{65}{12} = 5\frac{5}{12}$ Loth vom 15löthigen Silber.

Zusammentrag. Loth. 12

Vom 9löthigen Silber	$3\frac{1}{4}$	$\frac{3}{12}$	3
— 12 — —	$4\frac{1}{3}$	$\frac{4}{12}$	4
— 15 — —	$5\frac{5}{12}$	$\frac{5}{12}$	5
			$\frac{12}{12} = 1$

Gewicht des Bechers 13 Loth, wie oben.“

Diese Auflösung hat die Löthigkeit des Silbers ganz außer Acht gelassen, und nur die 13 Loth, welche der Becher wiegen soll, nach den Verhältnissen 9, 12, 15 vertheilt, und diese sind dann richtig $3\frac{1}{4}$, $4\frac{1}{3}$, $5\frac{5}{12}$; aber sie bezeichnen nicht die Antheile, welche von jeder Silbersorte genom-

men werden müssen, um 13 löthiges Silber hervorzubringen. Machen wir die Probe darüber, so gibt: $3\frac{1}{4}$ Loth 9löthiges Silber, Loth fein $29\frac{1}{4}$
$4\frac{1}{3}$ — 12löthiges Silber, — — 52
$5\frac{5}{11}$ — 15löthiges Silber, — — $81\frac{1}{4}$
13 Loth gemengtes Silber, enthalten $162\frac{1}{4}$ Loth fein, wie viel 1 Loth gemengtes? Kommen $12\frac{1}{2}$. —

Es ist also $12\frac{1}{2}$, nicht 13löthig. — Wir können nun hier, um diese Aufgabe richtig aufzulösen, die Antheile zu einer Einheit suchen, und dann zur vorgeschriebenen Masse; oder auch gleich zu dieser. Wir wollen beydes.

I. 15 l. 1 + 4 (13 ÷ 12; 13 ÷ 9)
13) 12 — 2 — (15 ÷ 13)
9 — 2 — (15 ÷ 13).

Diese 9 Loth sollen 13 Loth schwer werden; wie viel gebrauchen wir
statt 5 Loth des 15löthigen? $7\frac{2}{5}$ Loth 15löthiges, enthält dann $108\frac{3}{5}$
wie viel statt 2 Loth des 12löthigen? $2\frac{8}{5}$ Loth 12löthiges, — — $34\frac{6}{5}$
und statt 2 Loth des 9löthigen? $2\frac{8}{5}$ Loth 9löthiges, — — 26
Die Mischung wiegt nun: 13 Loth enthalten feines Silber 169 Loth
und 1 Loth der Mischung 13 Loth feines.

II. Bezeichnen wir die Antheile des Gewichts der verschiedenen Sorten mit den bisher gewählten Buchstaben; so ist:

1) $b + m + g = 13$ Loth schwer. 2) $15b + 12m + 9g = 13 \times 13$ Loth fein.
$\times 9$, um g aus der Gleichung zu bringen:
$9b + 9m + 9g = 117$. Von $15b + 12m + 9g = 169$
ab $9b + 9m + 9g = 117$
$6b + 3m = 52$
$3m = 52 \div 6b$. $b = 5\frac{5}{11}$
$3m = 52 \div 32\frac{1}{2} = 19\frac{1}{2}$
$m = 6\frac{1}{2} \times 12 = 78$
$b = 5\frac{5}{11} \times 15 = 81\frac{1}{4}$
Dann ist $g = 1\frac{1}{11} \times 9 = 9\frac{3}{4}$
Loth . 13 sind löthig 169. —

Nun können wir den Werth von b nehmen, wie wir wollen, nur daß sich 6b von 52 abziehen läßt. Wir wollen ihn $= 5\frac{5}{11}$ setzen, weil jene den Antheil eben so, obgleich unrichtig, angaben.

*) und 1 Loth dann 13löthig.

*) 13löthig soll es seyn, uud 13 Loth schwer; also, da wir hier die Antheile für die ganze Masse suchen, enthalten die 13 Loth 13 mal 13 = 169 Loth feines Silber.

Aufgaben, welche durch den Dreysatz in umgekehrtem Verhältnisse zu berechnen sind.

Regula de tri conversa. (S. 125.)

Der Umstand, daß man blos mechanisch zu rechnen, nicht mathematisch zu denken angewiesen wird, macht diese Berechnungen unsicher und schwer. S. 126 und 127 sind die Fälle angegeben, in welchen die Größen in geraden oder in umgekehrten Verhältnissen stehen. Wir wollen aber noch auf ein Mittel aufmerksam machen, durch welches dieß leichter zu erkennen ist. In jedem Dreysatze sind drey Größen gegeben, von welchen zwey gleichnamig sind, und zur dritten die gleichnamige gefunden werden soll (S. 113) : 2 ℔ kosten 3 kr., wie viel 6 ℔? Nun wird immer mit einer der gleichnamigen multiplicirt, und mit der andern getheilt. Oder, bleiben wir um Anschauung zu haben, bey diesem Fall. Hier muß 3 (kr.) mit einer der zwey gleichnamigen (2, 6 ℔) multiplicirt, und das Product durch die andere gleichnamige getheilt werden. Nun ist begreiflich, daß wenn der Divisor (hier 2) kleiner als der Multiplicator (hier 6) ist, das zu Findende größer als das Gegebene (hier 3) werde; und umgekehrt. Wir haben nun eine

Regel: Bey jedem Dreysatze untersuche man, ob die zu findende (vierte) Zahl größer als die gegebene (dritte) werden muß, und dann multiplicire man mit der größern gleichnamigen, und theile mit der kleinern; oder ob sie kleiner werden muß: dann multiplicire man mit der kleinern und theile mit der größern.

Hier müssen begreiflich 6 ℔ mehr als 2 ℔ kosten, also 3 (kr.) größer werden, und dann muß mit 6 multiplicirt, und mit 2 getheilt werden.

Berechnen wir solche Aufgaben durch Gleichungen, so fallen alle diese Schwierigkeiten weg, wie wir zeigen werden.

214) **2 Mann verzehren einen Laib Brod in 3 Tagen; in wie viel Tagen verzehren ihn 6 Mann?** 2 Mann — 3 Tage, wie lange 6 Mann?

$\frac{3\text{ T.} \times 6}{2} = 9$ Tage, nach dem gewöhnlichen geraden Ansatze. Ueberdenken wir aber die Aufgabe, so ergibt sich, daß 6 Mann mehr verzehren als 2, und also die Zahl der Tage geringer als 3 werden müsse. Nach unserer Regel ist also mit der kleinern gleichnamigen Zahl zu multipliciren und mit der größern zu theilen; also $\frac{2 \times 3\text{ Tage}}{6} = 1$ Tag.

Durch Gleichung. Sie langen x Tage.

6 Mann sollen in x Tagen eben so viel verzehren, als 2 Mann in 3 Tagen.

Daher $6 \times x = 2 \times 3$; $6x = 6$; $x = 1$.

215) **Eine belagerte Festung ist so mit Munition versehen, daß man 30 Tage** täglich 200 Kanonenschüsse geben kann. Wenn man sie nun 40 Tage vertheidigen soll, wie viel Schüsse kann man täglich losbrennen? (150).

$40 : 30 = 200 : \frac{30 . 200}{40} = 150$. Oder: $\frac{200 \times 30 = 40 \times x}{5 . 30 = 150 = x.}$

216) **Eine mit Belagerung bedrohte Festung hat für die 6000 Mann Besatzung noch auf 2 Monate Brod;** der Commandant erhält aber Befehl, sich noch 3 Monate und 10 Tage zu halten; wie viel wird er von der Mannschaft aus der Festung schicken müssen, um die Portion nicht zu vermindern (2400); und, wenn er die ganze Mannschaft behalten will, wie viel wird er jedem Manne täglich geben können, wenn er bisher $1\frac{1}{2}$ ℔ Brod erhielt? ($\frac{9}{10}$ ℔). Das Monat zu 30 Tage.

I. $\frac{6000 \times 60 = 100 \times x}{3600 = x.}$ Diese können ernährt werden; also 6000 ab 3600

so müssen entlassen werden 2400

Oder: wie 100 : 60 so 6000 : $\frac{60 . 6000}{100.}$

II. $\frac{6000 . 60 . 1\frac{1}{2} = 6000 . 100 . x.}{6 . 1\frac{1}{2} = 9 = 10x}$

$\frac{9}{10} = x.$

Oder: wie 100 : 60, so $1\frac{1}{2} : \frac{60 . 1\frac{1}{2}}{100.}$

217)

217) 1600 Mann liegen in einer Festung und haben auf 3 Monate Lebensmittel. Der General will noch 800 hineinlegen; wie lange werden sie ausreichen? Nicht so lang als 3 Monate; also ist mit 2400 zu theilen: $\frac{1600 \times 3}{2400} = \frac{48}{24} = 2$ Monat. Oder: $1600 \times 3 = (800 + 1600)\ x$; $48 = 24\ x$; $x = 2$.

218) Ein Landgut kann von 15 Arbeitern in 12 Wochen bestellt werden; der Eigenthümer nimmt aber noch 5 dazu, wann werden diese 20 damit fertig werden? (In 9 Wochen). $15 \times 12 = 20\ x\ (15 + 5)$.

219) Oder so gestellt: In 12 Wochen kann die Arbeit durch 15 Personen verrichtet werden; er will aber in 9 Wochen fertig werden. Wie viel Arbeiter hat er mehr zu nehmen? (5).

$12 \times 15 = 9 \cdot x$ (x Arbeiter). $4 \times 5 = 20 = x$.

Oder: $12 \times 15 = 9 \times (15 + x)$; $4 \times 5 = 15 + x$; $20 - 15 = 5 = x$.

220) Zu einem Kleide bedürfen wir 4 Ellen Tuch, $1\frac{1}{2}$ Elle breit. Wie viel Ellen Unterfutter sind dazu erforderlich, wenn dasselbe $\frac{5}{6}$ breit ist? ($7\frac{1}{5}$ Ellen). $\frac{5}{6} : 1\frac{1}{2}$, oder $5 : 9 = 4 : \frac{36}{5}$, sind $7\frac{1}{5}$.

$4 \times 1\frac{1}{2} = \frac{5}{6} \times x$

$6 : \frac{5}{6} = x$

$6 \times \frac{6}{5} = x$

$36 : 5 = 7\frac{1}{5} = x$.

221) Ein Saal, 24 Ellen lang, 15 breit und $6\frac{2}{3}$ hoch, soll mit einem Seidenzeug überzogen werden, welcher $\frac{3}{4}$ Ellen breit ist. Wie viel sind dazu erforderlich? ($693\frac{1}{3}$ Elle).

Da der Saal zwey Längen und 2 Breiten hat: so ist die ganze Ausdehnung desselben 24 + 24 und 15 + 15, zusammen also 78 Ellen. Diese mit $6\frac{2}{3}$ Ellen, der Höhe, multiplicirt, gibt 520 Quadrat-Ellen, als seinen Flächeninhalt. Nun: wie sich verhält $\frac{3}{4} : 1 = 520 : \frac{520 \times 4}{3} = 2080 : 3 = 693\frac{1}{3}$. Oder: wenn der Zeug eine Elle breit wäre, würden wir 520 Ellen

Ellen nöthig haben. Es gehet ihm aber der dritte Theil ab, um $\frac{4}{4}$ zu seyn. Wir haben also auch zu den 520 ein Drittel (= $173\frac{1}{3}$) hinzuzufügen. Oder: $\frac{3}{4}$ x = 520.

222) **Wenn ein Capital von 600 Gulden in 4 Jahren einen bestimmten Zins trägt; wie lange müssen 800 stehen, um eben demselben Zins zu erhalten? (3). Kürzere Zeit.**

223) **Aus dem Fond einer Wittwencasse können 80 Wittwen jährlich jede 75 Thaler erhalten. Es kommen aber im nächsten Jahre noch 20 dazu; wie viel wird nun jeder gegeben werden können? (60).**

224) **Ein Weber liefert $80\frac{1}{2}$ Ellen Leinwand, $1\frac{1}{2}$ Ellen breit; wie viel kann er liefern, wenn sie $1\frac{3}{4}$ breit werden soll? (69).** $1\frac{3}{4} - 1\frac{1}{2} - 80\frac{1}{2}$. Oder durch Gleichung: $80\frac{1}{2} \times 1\frac{1}{2} = 1\frac{3}{4}$ x.

225) **A leihet dem B 600 auf $7\frac{1}{2}$ Monat ohne Zinsen; wie lange muß B dem A 450 leihen, daß es sich ausgleicht? (10 Monate).**

Wie oben, oder $\frac{1}{3}$ muß man zu 450 addiren, daß es gleich 600 wird, also auch zu $7\frac{1}{2}$.

226) **A will ein Stück Feld, das 150 Ruthen lang und $30\frac{1}{2}$ breit ist, an B vertauschen, der ein gleiches Stück zu $80\frac{1}{2}$ Länge hat. Wie viel Breite muß dieses bekommen? (56'832).**

227) **Wenn das Vorderrad an einem Wagen $2\frac{7}{8}$ Fuß, das Hinterrad 5 Fuß im Durchmesser hat, und jenes 9435 mal umgelaufen wäre; wie viel mal würde dieses umgelaufen seyn? (5425$\frac{5}{8}$ mal).**

Die Länge des Weges, die ein Rad bey jeder Umdrehung zurück legt, ist gleich der Größe seines Umkreises. Wenn also der Reif des Vorderrades, wenn wir ihn in die Länge legten, = 1 Fuß, der, des Hinterrades, 4 Fuß hätte: so müßte jenes 4 mal sich umdrehen, um gleichen Weg zurück zu legen. Da nun die Durchmesser zu den Umkreisen bestimmte Verhältnisse haben (S. 320 I. Grundf.): so ist es gleich, ob wir den Durchmesser oder den Umkreis zur Vergleichung nehmen.

228)

228) **Ein Mann hat 20,000 Schritte zu machen, um nach einem Orte zu kommen. Sein Schritt beträgt $2\frac{1}{2}$ Fuß. Wie viel Schritte hat ein Knabe dahin zu machen, dessen Schritte $1\frac{3}{4}$ Fuß groß sind?** ($28571\frac{3}{7}$).

Hier, wie oben, ist ein umgekehrtes Verhältniß; je kleiner die Schritte, je mehr sind zu machen. Die Zahl der $2\frac{1}{2} \times 20000$ Fuße, müssen gleich seyn mit $1\frac{3}{4} \times$ Fußen.

229) **Wenn das Simmer, oder der Wispel Rocken, Korn ꝛc. 21 Thaler gilt, so muß ein 4 Groschen Brod 9 ℔ wiegen. Wie schwer muß es seyn, wenn dasselbe 30 Thaler kostet?** ($6\frac{3}{10}$ ℔). **Es muß weniger wiegen; also: 30 — 9 — 21. Oder $21 \times 9 = 30 \times x$.**

230) **Wenn derselbe 40 Thaler kostet, so wiegt ein 2 Groschen Brod $2\frac{1}{2}$ ℔; wie viel muß dasselbe wiegen, wenn der Preis auf 28 Thaler herabgegangen ist?** (Mehr, $3\frac{4}{7}$ ℔ oder 3 ℔ $18\frac{2}{7}$ Loth).

231) **Wenn ein 4 Groschen Brod $3\frac{1}{2}$ ℔ wiegt, bey dem Preise des Himten Rockens zu 28 Groschen; was muß der Himten kosten, wenn jenes 6 ℔ wiegen soll?** ($16\frac{1}{3}$ Gr.) $3\frac{1}{2} \times 28 = 6\,x$.

232) **Wenn das 3 Groschen Brod 4 Pfund wiegt, so kostet der Rocken 18 Groschen; was kostet derselbe, wenn jenes Brod nur $2\frac{1}{2}$ ℔ wiegt?** ($24\frac{4}{5}$). Der Preis des Brodes kommt bey diesen Aufgaben nicht in Rechnung, sondern das Gewicht; durch jene Einheit wird immer das Gewicht bestimmt.

Anmerkung. Solche Aufgaben, wie 229—32, sind in Dr. Gelpke Anweisung zum gründlichen Rechnen, in Boden, und in andern Werken enthalten. Die Erfolge, wie wir sie hier berechnet haben, sind arithmetisch richtig, aber nicht practisch anwendbar, was jene nicht bemerkten. Nämlich hier ist der Gewinn des Bäckers von der Obrigkeit vorgeschrieben, und beziehet sich auf eine Einheit der Masse, die er zu verbacken hat, und nicht auf den Preis, zu welchen er sie einkauft. Gesetzt es würde ihm für eine Masse Getreide, Simmer, Wispel ꝛc., 10 Gulden oder Thaler für Holz, Arbeitslohn, Gewinn ꝛc. gestattet: so wird

(Aufg. 229) das um 21 Thaler eingekaufte zu 31, und das auf 30 gestiegene zu 40 in Rechnung gebracht werden dürfen. Wenn also zu jenem Preise der Laib Brod zu einem stehenden Preis (4 Groschen) 9 ℔ wiegen soll; so muß er bey diesem ($31 \times 9 = 40 \times x = x =$) 6'975 ℔; also o'675 = $\frac{27}{40}$ ℔ oder 21$\frac{3}{5}$ Loth mehr wiegen, als wir oben fanden; wo begreiflich sein Gewinn mit dem Steigen des Getreide-Preises nach jener Rechnung zunimmt. Wird auch angenommen, daß bey einem höhern Preis des Getreides auch der Unterhalt seines Haushalts, der Arbeiter ꝛc., ihm höher kommt, und dem Bäcker statt fl. 10, nun fl. 12 Gewinn gestattet: so müßte dann doch der Laib Brod: $\frac{31 \times 9}{42}$ = 6'643 ℔, also $\frac{1}{3}$ ℔ mehr wiegen, als nach jener Berechnung.

233) Nürnberg hatte vormals, als Reichs-Stadt, folgendes für das Rockenbrod festgesetzt. Das Simmer Rocken wurde nach dem mittlern Gewicht zu 440 ℔ angenommen. Davon mußte abgegeben werden in die Findel (zum Unterhalt der Waisen-Kinder) 2 ℔, der Müller behielt für das Mahllohn 38 ℔; beyde von jenen 440 abgezogen, bleiben dem Bäcker 400 ℔.

Die Kleye wurde für 10 Metzen = ... 100 ℔

gerechnet; dann bleibt reines Mehl . . . . 300 ℔.

4 ℔ Mehl sollen nun 5 ℔ Brod geben; diese 300 ℔ also 375 ℔ Brod.

Dem Bäcker für Arbeit und Gewinn wird für diese Masse gestattet fl. 1 . 30 kr.

Abgabe an die Stadt, die derselbe zu entrichten hat fl. 1 . 4 kr.

Die Unkosten fl. 2 . 34 kr.

Jene 10 Metzen Kleye, die dem Bäcker bleiben, werden à 3 kr. abgerechnet . . . . — — 30 kr.

bleiben fl. 2 . 4 kr.

welche zu dem Einkaufspreis jedes Simmers geschlagen werden dürfen.

Gesetzt nun es wäre der mittlere Marktpreis des Getreides fl. 15 . 30 kr.

Jene Unkosten dazu . . . . . fl. 2 . 4 kr.

kommen fl. 17 . 34 kr.

Für

Für fl. $17\frac{34}{60}$, oder für 1054 Kreuzer muß derselbe 375 ℔ Brod liefern; wie viel für 6 Kreuzer, als den Preis eines Laibes? Kommen 2 ℔ $4\frac{1}{3}$ Loth beynahe, welche derselbe wiegen muß. Und so wird bey jedem andern Preise des Getreides gerechnet. Bey höhern Getreide-Preisen hätte der Bäcker in so ferne weniger Gewinn, weil ihm dann sein Haushalt höher kömmt. Da aber nun auch die Kleye theurer zu verkaufen ist, so hat er dadurch eine Vergütung. So lassen sich dann Tabellen für alle Preise und Brodsorten berechnen.

Aufgaben, bey welchen die gerade und umgekehrte Regel Quinque angewendet werden kann.

Seite 115.

Bey diesen Aufgaben erinnere man sich an die Regel, welche zur Erleichterung des Ansatzes für den umgekehrten Dreysatz, S. 427, gegeben wurde. Wir haben auch diese, wie jene, auf eine minderschwierige Art, wobey die Umkehrung der Verhältnisse wegfällt, aufzulösen gezeigt.

I. Regel Quinque in geradem Verhältnisse.

234) Ein Stück Land, 48 Ruthen lang und 20 breit, wird mit fl. 640 bezahlt, was hat man für ein anderes von gleicher Güte zu bezahlen, welches 25 Ruthen lang und 30 breit ist? (fl. 500).

48 lang, 20 breit } kostet fl. 640, was { 25 lang, 30 breit?

235) Wie viel müssen von 6800 Gulden für 8 Monate an Zinsen bezahlt werden, wenn für ein Jahr von 100 Gulden 5 gefordert werden? ($226\frac{2}{3}$).

Wir zahlen für 100 fl. in 12 Monaten } 5 fl., was für { 6800 fl. in 8 Monaten?

Oder: Für 100 zahle ich 5, was für 6800? = 340 fl.
Für 12 Monate habe ich zu zahlen 340 fl., was für 8?

236) **Wenn wir für 5 Zentner 8 Meilen weit 4 Gulden zu zahlen haben;** wie viel kann nach diesem Verhältnisse für 16 Zentner 20 Meilen weit gefordert werden? (32).

237) **Wenn 8 Mann in 6 Tagen 144 Schachtruthen ausgraben;** wie viel werden 12 Mann in 3 Tagen ausgraben können? (108).

238) **Ein Stück Tuch, 6 Ellen lang und $1\frac{1}{2}$ Ellen breit, kostet 18 Thaler;** was muß ein anderes von gleicher Güte kosten, das 4 Ellen lang und 2 Ellen breit ist? (16 Thaler).

239) **4000 Gulden zu 5 Procent bringen in 4 Jahren 800 Zinsen;** wie viel 60000 in 3 Jahren? (9000). Hier ist der Zinsfuß überflüssig in der Auflösung, weil die Zinsen schon angegeben sind.

$$\left.\begin{matrix}4000\\4\end{matrix}\right\}\ 800\ \left\{\begin{matrix}60000.\\3\end{matrix}\right.$$

Oder: 4 bringen 800 Zins, wie viel 60? = 12000.
In 4 Jahren 12000; wie viel in 3 Jahren?

240) **Wenn 1 Soldat täglich 15 kr. zu unterhalten kostet;** wie viel 50000 Mann das Jahr? (kr. 15 = $\frac{1}{4}$ fl. 50000 × 365 = fl. 4562500).

241) **Wenn man mit 24 Schäffern Getreide, Rüben ꝛc., 9 Stück Vieh** 32 Wochen füttern kann; wie viel gebraucht man in 65 Wochen für 12 Stück. (65).

242) **Von 532 Thalern habe ich in 6 Jahren 150 Thaler an Zinsen erhalten;** wie viel werde ich von 496 Thalern in 8 Jahren bekommen? (186 . 11).

243) **Von 6680 Capital erhielt jemand nach 7 Monaten $233\frac{4}{5}$ Zins.** Wie viel vom Hundert wurde bezahlt? (6).

244) **Zu einem Saale 200 Fuß lang und 92 breit werden 400 Marmorplatten zum Belegen erfordert;** wie viel von diesen zu einem der 450 Fuß lang und 184 breit ist? (1800).

II. Regel Quinque in umgekehrtem Verhältnisse.

245) A wünscht in 8 Monaten 240 Gulden Zinsen beziehen zu können; wie viel Capital zu 5 vom Hundert wird er ausleihen müssen? (7200).

I. Monate 8 / Zins 5 } — 100 fl. — { 12 Monat / 240 fl. Zins. Gibt fl. 7200 Capital.

II. In 12 Monaten erhalte ich 5 fl. Zins, wie viel

$$\text{in } 8 \text{ M.?} = \frac{5 \times 8}{12} = \text{fl. } 3\tfrac{1}{3}.$$

$3\frac{1}{3}$ fl. Zins erfordern 100 Gulden Capital,
wie viel 240 Gulden Zins? fl. 7200 Capital.

III. $\dfrac{x \times 8 \times 5}{12 \times 100} = 240$

$x \cdot 8 \cdot 5 = 240 \cdot 12 \cdot 100 = 7200$ Capital.

IV. 1) Wenn man in 8 Monaten 240 fl. Zins erhält; wie viel in 12 Monaten? fl. 360.

2) 5 fl. Zins erfordern jährlich 100 fl. Capital, wie viel 360 fl. Zins? fl. 7200.

246) Wenn 36 Mann in 6 Tagen 648 Schachtruthen ausgraben können; wie viel Tage werden 48 Mann dazu haben müssen? ($4\frac{1}{2}$).

1) 648 / 48 } 6. { 648. / 36. 2) 48 — 6 — 36.
3) $36 \times 6 \times 648 = 648 \times 48 \times x$.

Da hier die Arbeit (648) gleich bleiben soll, so braucht sie gar nicht in Rechnung zu kommen, wie im 2ten Ansatze.

247) Wenn, nach der vorstehenden Aufgabe, statt 648, diese nun 846 Schachtruthen ausgraben sollen; wie lange werden sie dann zu arbeiten haben? ($5\frac{7}{8}$ Tage).

I. 648 / 48 } 6 { 846. / 36. II. 36 Mann graben 648; wie viel 48 M. = 864. 864 erfordern 6 Tage; wie viel 846?

248) Ein Commando braucht 10 Tage, um 30 Meilen zurückzulegen, wenn es täglich 7 Stunden marschirt. Wie viel Tage wird es brauchen, 20 Meilen zurückzulegen, wenn es täglich 10 Stunden marschirt? ($4\frac{2}{3}$).

249) Von einem Vorrathe in einer Festung können 6000 Mann 4 Monate zehren, wenn ein jeder täglich $1\frac{1}{8}$ Pfund Brod erhält. Wenn 5000 Mann nur darin 6 Monate bleiben sollen; wie viel kann einem Manne täglich abgegeben werden? ($28\frac{4}{5}$ Loth).

250) Wenn 40 Zentner 8 Meilen für 12 Gulden gefahren werden; wie viel Zentner werden 24 Meilen um 80 Gulden gefahren werden können? ($88\frac{8}{9}$).

I. $\left.\begin{matrix}24\\12\end{matrix}\right\}\ 40\ \left\{\begin{matrix}8.\\80.\end{matrix}\right.$ Oder in geraden Verhältnissen:

II. 1) Für 8 Meilen zahlt man fl. 12; wie viel für 24 M.? fl. 36.
2) Für fl. 36 fährt man 40 Zentner; wie viel für fl. 80?

251) Wenn man von fl. 8250 Capital fl. $19\frac{1}{4}$ zu 6 vom Hundert erhalten hat; wie lange ward dasselbe ausgeliehen? (14 Tage). Auch so:

I. 1) fl. 100 — fl. 6 Zins, was fl. 8250?
2) fl. 495 Zins erhält man in 360 Tagen; in wie viel fl. $19\frac{1}{4}$?

II. 1) fl. 8250 C. — $19\frac{1}{4}$ Zins; was 100 Capital?
2) 6 Zins erhält man in 360 Tagen; wann fl. $\frac{77}{330}$?

252) 125 Soldaten können mit 8000 Thalern ein Jahr besoldet werden; wie lange wird man 2150, mit 309600 Thalern besolden können? ($2\frac{1}{4}$ Jahr).

I. $\left.\begin{matrix}2150\\8000\end{matrix}\right\}\ 1\ \left\{\begin{matrix}125.\\309600.\end{matrix}\right.$

II. 125 M. kosten 8000; wie viel 2150 Mann? = 137600 Thaler.

In II. ist die Umkehrung vermieden.

137600 Thaler reichen auf 1 Jahr; wie lange 309600 Thaler.

253) Für 100 Zentner 20 Meilen zu fahren, ist 400 Gulden bedungen worden; wie viel Zentner wird man nach diesem Verhältnisse für 500 Thaler 10 Meilen weit fahren können? (250).

254) 5 Mann verfertigen in 6 Tagen 600 Faschinen, wenn sie täglich acht Stunden arbeiten. Nun sollen in 2 Tagen 18000 fertig werden, und die Mannschaft 12 Stunden täglich arbeiten; wie viel wird man dazu anstellen müssen? (300).

Im erstern Fall bringt 1 Mann in 1 Stunde $2\frac{1}{2}$ Faschinen zu Stande; im andern sollen in einer Stunde 750 fertig werden. Also:

$2\frac{1}{2}$ Faschinen erfordern 1 Mann, wie viel 750 F.?

Oder: 600 F : 18000 F = 5 M : x M = 150 M. 2 T : 6 T = 150 M : x M = 450 M. 12 St. : 8 = 450 M : x M = 300 Mann.

255) 100 Mann verfertigen in 5 Tagen 250 Klafter an einer Schanze. Man will die ganze Länge von 1000 Klaftern in 2 Tagen fertig haben; wie viel Mann sind dazu erforderlich? (1000).

Die 100 Mann verfertigen in 5 Tagen 250 Kl., in einem Tag also 50, und 1 Mann eine halbe Klafter. In 2 Tagen sollen 1000 Klafter fertig werden, in einen Tag also 500.

I. $\frac{1}{2}$ Kl. : 500 Kl. = 1 M : x Mann.

II Oder: zu $\frac{1}{2}$ Kl braucht man 1 Mann; wie viel zu 500 Klaftern?

III. 250 Kl. erfordern 100 M.; wie viel 1000 Kl.? kommen 400 Mann.

$2\,T : 5\,T = 400 : \frac{5 \cdot 400}{2} = 1000$ Mann. Vega berechnet dieß also: 250 Kl. 5 T. : 100 M. = 1000 Kl. : 2 T. : x M. Nun setze man 250 Kl. : 100 M. = 1000 Kl. : x M.; nämlich $x = \frac{100000}{250} = 400$ Mann. Ferner setze man: 5 T. : 400 M. = 2 T. : x M.; so ist $x = \frac{5 \times 400}{2}$ = 1000 Mann, weil dieß eine verkehrte Regel Detri ist.

256) Wenn 12 Schreiber in 4 Tagen 192 Bogen schreiben können; wie viel Tage werden 5 Schreiber zu 100 Bogen nöthig haben? (5).

Auch so: 12 S. – 192 B., wie viel 5 S.? = 80 Bogen.

80 Bogen schreiben sie in 4 Tagen, in wie viel 100 Bogen?

257)

257) Wenn wir von 10 Gulden in 3 Monaten 12 Kreuzer Zins erhalten; in wie viel Monaten können wir von fl. 1000 Capital fl. 200 Zinsen erhalten? (30). I. $\left.\begin{matrix}1000\\ \text{fl. }\frac{1}{5}\end{matrix}\right\}\ 3\ \left\{\begin{matrix}10\\ 200.\end{matrix}\right.$

II. 1) 10 fl. bringen $\frac{1}{5}$ fl., wie viel 1000? = 20 fl.
2) 20 fl. erhalten wir in 3 Monaten, in wie viel 200 fl.?

Aufgaben über die Berechnung des Rabatts.

Rabatt und Discont werden, wie so viele andere Wörter, nicht immer in gleicher Bedeutung genommen, und nur zu oft verwechselt. Seite 169, und in der Facturen-Berechnung S. 26 und 35, verstehen wir unter **Rabatt eine Abrechnung an Zinseszins für eine früher bezahlte Schuld**, und dann muß derselbe, wie dort gezeigt wurde, auf 100 berechnet werden. Man verstehet aber unter Rabatt fast jeden Abzug, den man nicht wegen früherer Bezahlung, sondern aus irgend einer andern Ursache, weil man den Preis zu hoch, die Waare, eine Münzsorte, zu schlecht findet, dann sagt man auch: Sie müssen mir einen Rabatt (einen Abzug) gestatten, wenn ich sie behalten soll. In solchen Fällen wird der Abzug von 100 berechnet, wie der Zins.

Eben so unbestimmt wird oft der Ausdruck Discont, der im Französischen Escompte heißt, genommen. Aus dem Dictionnaire universel-portatif du Commerce etc. redigé par M. Léopold, Paris 1819 siehet man, daß diese Unbestimmtheit auch in Frankreich statt findet; da der Discont also erklärt wird:

Escompte, c'est une espèce d'intérêt; c'est une diminution du prix qui est accordée au marchand qui au lieu de payer à terme convenu les marchandises qu'il achète, les paie comptant: c'est encore une retenue qui fait un banquier sur un paiement par anticipation, soit d'une lettre de change, soit d'un billet. Pour que l'escompte, dans ce dernier cas, soit légitime, il faut, que le prix de la retenue que fait le banquier ou l'escompteur, sur la somme

qu'il

qu'il paie n'excède pas le taux de six pour cent par an *) autrement l'escompte est censé usuraire.

In so verschiedener Bedeutung nehmen wir nun hier diese Wörter nicht, sondern bleiben bey unsern bestimmten Begriffen **).

258) **Wenn man 10000 Gulden erst nach 4 Jahren ohne Zinsen zu zahlen schuldig wäre,** und wollte sie jetzt abtragen; wie viel hätte man zu geben, wenn der Zinsfuß zu 5 Procent angenommen wird?

I. In 4 Jahren zu 5 Procent betragen die Zinsen von Hundert 20; also

120 — 100 — 10000.

II. Oder, wenn wir die abzuziehende Summe wissen wollen:

An 120 sind 20 abzuziehen, wie viel an 10000? kommen $1666\frac{2}{3}$.

Verleihen wir nun jene Summe ($8333\frac{1}{3}$) zu 5 vom Hundert, so müssen sie in 4 Jahren gerade so viel Zinsen einbringen, als dieser Abzug beträgt.

Nach dieser Berechnung hätte aber der, der das Geld sich früher bezahlen ließe, Vortheil. Derselbe bekommt zwar, wenn er die $8333\frac{1}{3}$ zu 5 Procent verleihet, jährlich $\frac{1}{20} = \frac{833'3\frac{1}{3}}{2} = 416\frac{2}{3}$ Zinsen; welche in 4 Jahren obigen Rabatt betragen. Allein er kann diese Zinsen, welche er am Ende des ersten Jahres erhält, im zweyten wieder verleihen, und erhält dann 3 Jahre lang $\frac{41'6\frac{2}{3}}{2} =$

---

*) Nicht im Französischen Gesetzbuche, sondern erst später in einem Nachtrage, ist es verboten worden bey gewöhnlichen Darlehen mehr als 5, und im Handel mehr als 6 vom Hundert zu nehmen, noch sie im voraus abzuziehen.

**) Von Clausberg gebraucht Discont und Rabatt in seiner demonstrativen Rechenkunst gleichbedeutend; Kästner unbestimmt; Lorenz, in seiner Logistik erkennt dieß Unbestimmte, und spricht vom Rabatt auf und im Hundert, und meint, um diese Zweydeutigkeit zu vermeiden, sollte man jenen Discont, diesen Rabatt nennen (also gerade das Gegentheil des gewöhnlichen Begriffs). Michelsen, in seiner juristischen, politischen und ökonomischen Rechenkunst, nennt die Rechnungen von Hundert den einfachen, die auf Hundert, den doppelten Rabatt.

$20' 8\frac{1}{3} \times 3 = 62\frac{1}{2}$. Werden die im zweyten und dritten Jahre eingehenden Zinsen von fl. $416\frac{2}{3}$, ebenfalls verliehen, so können jene 2 Jahre fl. $41\frac{2}{3}$; diese ein Jahr $20\frac{5}{8}$ Zinsen bringen. Alle betragen nun zusammen 125. Dieß wäre also eine Bereicherung des einen Theils. Ob nun gleich ein solches Verleihen für jede Summe, und also eine so genaue Benutzung des Capitals nicht immer möglich ist: so hat dieß doch auf die Wissenschaft keinen Einfluß; diese muß genau die gegenseitigen Vortheile ausgleichen. Obige Berechnung ist also hier nicht anzuwenden. Die Summe, die wir früher geben, darf nur so groß seyn, daß sie bey jährlicher Anlegung zu 5 Procent, und bey gleicher Benutzung der Zinsen, am Ende zusammen 10000 beträgt.

259) **Wie viel beträgt der Rabatt** (der Abzug mit Zinseszins), von 23550 Mark, für 7 Monate zu 8 vom Hundert? (1050).

Für 12 Monate werden 8 berechnet; wie viel kommen auf 7 Monate?

$4\frac{2}{3}$ auf 7 Monat für 100.

(Man sehe die Regel S. 35 der Facturenberechnung).

260) **Wie viel zu $8\frac{2}{3}$ Procent**, von 13583 Mark $5\frac{1}{3}$ Schillinge? (1083 . $5\frac{1}{3}$).

Fragt man in beyden Fällen nicht nach den Abzug, sondern nach der Summe, die zu bezahlen ist: dann ist der Ansatz:

Für $104\frac{2}{3}$ / Für $108\frac{2}{3}$ } zahlen wir nur 100; was für . . . . ?

Formeln für diesen Rabatt.

I. **Für das Abzuziehende, den Rabatt.**

Es sey der Rabatt = r; die Summe, von welcher derselbe gesucht wird = S; der gefundene Abzug = a: so ist der Rabatt:

Von $\frac{100}{}$ + r ziehe ich ab r, was von S?

Getheilt durch $\frac{100}{r} + 1 - 1 \times S = S : \left(\frac{100}{r} + 1\right) = a \,.\, I.$

Und wenn der Abzug, a, gegeben ist, die Summe, S, von welcher derselbe gefunden wurde:

II. $S = a \times \left(\frac{100}{r} + 1\right)$. Und wenn der Abzug und die Summe gegeben sind, der bewilligte Rabatt, r,

III. $r = 100 : \left(\frac{S}{a} \div 1\right)$.

I. Regel. Der Rabatt, der abzuziehen ist (a), wird gefunden, wenn 100 durch den Rabatt der Einheit getheilt, zu dem Quotienten 1 addirt und mit dem Erhaltenen die gegebene Summe getheilt wird.

II. Regel. Die Summe (S) wird gefunden, wenn der Rabatt derselben multiplicirt wird mit dem um 1 vermehrten Quotienten von 100 getheilt durch den Rabatt der Einheit (r).

III. Regel. Der Rabatt der Einheit (r) wird gefunden, wenn 100 getheilt wird, durch den um 1 verminderten Quotienten aus der Summe getheilt durch den Rabatt des Ganzen.

Soll gleich die Netto-Summe, n, die vorausbezahlt wird, gefunden werden ($104\frac{1}{3}$, oder $100 + 4\frac{2}{3}$ — zahlt 100 ꝛc.), so stehen dann die Formeln: $\frac{100 + r - 100, \text{ was } S?}{1 + \frac{r}{100} - 1 - S,}$ IV. $n = S : \left(1 + \frac{r}{100}\right)$

V. $S = n \times \left(1 + \frac{r}{100}\right) = n + \frac{rn}{100}$.

VI. $r = \left(\frac{S}{n} \div 1\right) 100 = \frac{100\,S}{n} \div 100$.

VII. Regel. Der voraus zu zahlende Betrag (die rabattirte Summe), n, wird gefunden, wenn die Hauptsumme, S, mit dem um 1 vermehrten Quotienten des Rabatts durch die Einheit (100) getheilt wird. $S : \left(1 + \frac{r}{100}\right)$.

VIII. Regel. Die Summe, S, von welcher der Rabatt gegeben wurde, wird gefunden, wenn der Netto-Betrag, n, mit dem Rabatt, r, multipli-

tiplicirt, durch 100 getheilt, und zu dem Quotienten der Netto-Betrag addirt wird: $S = n + \frac{rn}{100}$.

IX. Regel. Der Rabatt, r, den man für die Einheit, 100, gestattet hat, wird gefunden, wenn die Summe durch den Netto-Betrag getheilt, um 1 vermindert, mit der Einheit, 100, multiplicirt wird. $r = \left(\frac{S}{n} \div 1\right) 100$.

Wenden wir nun diese Regeln oder Formeln gleich auf die erste Aufgabe an; so wird gefunden der Abzug:

1) $a = \frac{23550}{\frac{100}{4\frac{2}{3}} + 1} = 1050$, der Rabatt, der abzuziehen ist.

2) $S = 1050 \times \left(\frac{100}{4\frac{2}{3}} + 1\right) = 23550$, die Summe, von der der Rabatt berechnet wurde.

3) $r = 100 : \left(\frac{23550}{1050} \div 1\right) = 4\frac{2}{3}$, der Rabatt für die Einheit.

4) $n = 23550 : \left(\frac{4\frac{2}{3}}{100} + 1\right) = 22500$, der zu zahlende Nettobetrag.

5) $S = 22500 \times \left(1 + \frac{4\frac{2}{3}}{100}\right) = 23550$, die Hauptsumme.

6) $r = \left(\frac{23550}{22500} \div 1\right) \times 100 = \frac{2355000}{22500} \div 100 = 4\frac{2}{3}$, der Rabatt der Einheit.

$1 + \frac{4\frac{2}{3}}{100}$ ist begreiflich $\frac{100 + 4\frac{2}{3}}{100} = \frac{314}{300}$. Eben so $\frac{100}{4\frac{2}{3}} + 1 = \frac{300}{14} + 1$, und, da $\frac{14}{14} = 1$ ist, auch $\frac{300}{14} + 1 = \frac{314}{14} = 22\frac{6}{7}$.

261) Wenn $3456\frac{1}{2}$ Thaler nach einem Jahre ohne Zins zahlbar sind, wie viel hat man gleich zu zahlen, wenn der Rabatt zu 5 Procent bestimmt wird? (3291 Thal. 21 Gr. $8\frac{4}{7}$ Pfennige.)

262) Wie viel beträgt der Rabatt von $3456\frac{1}{2}$ Thaler, wenn man ein Jahr früher bezahlt, und 5 vom Hundert Zins rechnet? (164 . 14 . $3\frac{3}{7}$.)

263)

263) **Wie viel war die Summe**, wenn zu 5 vom Hundert der Rabatt für 1 Jahr 164 Thaler, 14 Groschen $3\frac{3}{7}$ Pfennige betrug?

264) **Wie groß, wenn dafür zu 5 Procent Rabatt**, bey einem Jahre, 3291 Thaler 21 Groschen $8\frac{4}{7}$ Pfennige bezahlt wurde?

265) **Zu wie viel vom Hundert ward der Rabatt berechnet**, wenn für 1 Jahr von der Summe $3456\frac{1}{2}$ Thaler a) 164 Thal. 14 Gr. $3\frac{3}{7}$ Pfennige abgezogen, oder b) statt derselben 3291 T. 21 Gr. $8\frac{4}{7}$ Pf. bezahlt wurden?

Aufgaben über Zinseszins-, doppelte Rabatt- und Renten-Rechnungen, und über mittlere Zahlungs-Termine. S. 293 ꝛc.

Fragen wir, **wie viel 16000 Gulden zu 5 vom Hundert in 10 Jahren mit Zinseszinsen betragen**, und finden $(\frac{21}{20})^{10} \times 16000) = 26062\frac{1}{3}..$, und den Zinseszins dann $1062\frac{1}{3}$; so können wir wieder fragen: **Wenn uns Jemand $26062\frac{1}{3}$ Gulden nach 10 Jahren ohne Zinsen zu bezahlen hätte, und wir wünschen jetzt das Geld zu haben; wie viel uns derselbe dafür geben könne, wenn wir den Zinsfuß zu 5 Procent annehmen?** Dort fragen wir nach dem **Anwachs** eines Capitals durch Zinseszinsen; hier nach der **Abnahme** eines Capitals durch vorausbezahlte (anticipirte) Zinseszinsen. Wenn nun jenes gefunden wird: $(\frac{21}{20})^{10} \times 16000$; so wird dieses gefunden auf die entgegengesetzte Weise: $(\frac{20}{21})^{10} \times 26062\frac{1}{3}$. Dort finden wir diese Summe; hier wieder jene. Diese Abrechnung der Zinseszinse heißt die **doppelte Rabattrechnung**, oder die **Rabattrechnung auf oder mit Zinseszins.**

Solche Rechnungen sind ohne Logarithmen sehr mühsam; denn hier müßten 20 und 21, oder 100 und 105 jedes zehnmal hingeschrieben, und, als so viele Factoren der Potenz 10, mit einander multiplicirt werden, um den Multiplicanden zu jenen Zahlen, und den Divisor zum Product derselben zu haben; und dieß gibt vielzifferige Größen.

Wir

Wir wollen nun doch zur bessern Einsicht, mit Beziehung auf das S. 294 vorgetragene, ein Beyspiel in kleinen Summen und kleinen Zeiten zur Abkürzung der Berechnung auf die gemeine Art auflösen.

266) **Wie viel betragen 200 Gulden nach 4 Jahren zu 5 Procent mit Zinseszinsen?**

I. Für 100 in 1 Jahr 105, was für 200? = 210 betragen in I. Jahr
100 — 105 — 210 $\frac{1}{20}$ davon: 10'5

220'5 — II. —
$\frac{1}{20}$*) dazu: 11'025 — III. —

231'525
11'57625

II. $(\frac{105}{100})$ 4 × 200; oder $(\frac{21}{20})^4$ × 200 243'10125 — IV. —

Multipliciren wir 21 × 21 × 21 × 21 mit einander, kommen: 21 × 21 = 441, und diese wieder mit 441 = 194481. Ferner 20 . 20. 20 . 20 gibt 160000. Wir haben dann $\frac{194481 \times 200}{160000}$ = 388962 : 1600 = 243'10125.

267) **Wenn 243'10125 nach 4 Jahren erst zahlbar sind; wie viel darf ich dafür jetzt bezahlen, daß ich mit dem Erlegten in 4 Jahren, wenn es zu 5 Procent verliehen wird, eben so viel erhalte?** (200) Hier ist also vom Rabatt die Rede.

105 am Ende des Jahres waren 100 zu Anfang des Jahres, wie viel 243'10125?

105	—	—	—	100	—	—	231525, fürs 1te Jahr
105	—	—	—	100	—	—	2205, fürs 2te Jahr
105	—	—	—	100	—	—	210, fürs 3te Jahr
							kommen 200, fürs 4te Jahr.

268)

*) $\frac{1}{20}$ daraus nehmen, ist so viel, als die Hälfte einer Stelle rückwärts:
Von 220'5 dann 110'25
11'025
231'525.

268) **Von 200 haben wir nach 4 Jahren 243' 10125 mit Zinseszins erhalten; wie ist das Capital verzinst worden?**

Von 200 — 243' 10125, was von 100?
121' 550625. Diese Zahl ist, wie wir aus der 267 Aufgabe und S. 300 wissen, durch Multiplication 4 gleicher Factoren entstanden, und dieser Factor kann nur durch Ausziehung der Wurzel, hier der vierten Potenz, gefunden werden. Oder wir ziehen die Quadratwurzel aus, so sind in derselben noch 2 gleiche Factoren; ziehen wir aus dieser dann wieder die Quadratwurzel, so haben wir den Factoren.

$\sqrt{\dot{1}2\dot{1}5\dot{5}0\dot{6}2\dot{5}}$ | 11025, darin also noch 2 Factoren.

1
2, 1 — 21
21
220, 2 — 5506
4404
2204, 5 — 1102, 25
1102 25

Die Quadratwurzel aus 11025 | 105, als Wurzel der 4ten Potenz.
1
20, 5 — 1025
1025

Von 100 Capital bekommen wir also am Ende jedes Jahrs 105; der Zinsfuß also 5 Procente.

269) **Ich wünschte nach 10 Jahren zu einem Zwecke fl. 15000 zu haben; wie viel habe ich auf Zinseszins zu 5 anzulegen, um sie zu erhalten?** ($9208\frac{7}{10}$.)

270) **Wenn wir nach 10 Jahren von einem zu 5 Procent auf Zinseszinsen angelegtem Capitale 9208'7 erhielten; wie groß war es? Oder, was dasselbe ist: Wenn ich nach 10 Jahren fl. $9208\frac{7}{10}$ (ohne Zinsen) zu**

zahlen

zahlen habe, wie viel kann ich dafür geben, wenn ich die Zinseszinsen zu 5 vom Hundert in Anschlag bringe? (15000).

271) Für 15000, die ich zu 5 Procent auf Zinseszinsen anlegte, habe ich $9208\frac{7}{10}$ erhalten. Wie viel Jahre habe ich dasselbe ausgeliehen? (10).

272) 15000 standen 10 Jahre auf Zinseszins und wurden mit 9208'7 zurückbezahlt. Wie war der Zinsfuß? (5 vom Hundert.)

273) Wie viel erhalten wir nach $3\frac{3}{4}$ Jahren an Capital und Zinseszinsen, wenn wir 10000 Thaler zu 5 Procent anlegen? ($12010\frac{3}{8}$.)

Man frage ferner nach dem Urcapitale, der Zeit, den Procenten, wie oben.

274) Es stehen 1000 Gulden auf Zinseszins und werden jährlich 100 Gulden dazu gelegt; wie viel wird man nach 6 Jahren haben? ($1408\,1\frac{1}{5}$.) S. 306.

275) 10000 Gulden stehen zu 5 vom Hundert auf Zinseszinsen, es werden aber jährlich 100 Gulden davon bezahlt; wie viel werden wir nach 6 Jahren noch zu erhalten haben? ($10720\frac{3}{4}$.) S. 306—7.

276) Einem sollen aus einer Erbschaft 5 Jahre lang, jährlich 100 Gulden ausbezahlt werden. Er wünscht aber alles auf einmal zu haben; wie viel wird man ihm zahlen können, wenn der Zinsfuß zu 5 vom Hundert angenommen wird? (fl. 432 . 48 kr.) Hier ist vom Zinseszins die Rede.

Wenn das erste Hundert am Ende des ersten, und das letzte (das fünfte) Hundert am Ende des fünften bezahlt werden sollte, und man will alles sogleich: so wird begreiflich das letzte Hundert 5, das vorletzte 4 u. s. w., und das erste Hundert 1 Jahr zu früh bezahlt. Rechnen wir nun die Zinsen ab, so stehet die Rechnung also:

I. 1) 105, die ich im ersten Jahre erhalten würde, zahle ich ihm 100, wie viel für 100?

kommen fl. 95'238. Erstes Jahr

2) 105 — 100 — 95'238? — fl. 90'703. Zweytes Jahr
3) 105 — 100 — 90'703? — fl. 86'384. Drittes Jahr
4) 105 — 100 — 86'384? — fl. 82'271. Viertes Jahr
5) 105 — 100 — 82'271? — fl. 78'354. Fünftes Jahr.

Er erhält dann für das Ganze sogleich fl. 432'95.

Allgemein läßt sich dieß also darstellen: Die jährlich zu zahlenden 100 = C gesetzt, haben wir diese und die gefundenen immer, wie man oben siehet, mit $\frac{100}{105} = p$ zu multipliciren. Im ersten Jahre kommt dann $\frac{100}{105} \times 100$; oder $p \times C$. Im zweyten: $\frac{100 \times 100}{100 \times 105} \times 100$; oder $pp \times C$. Im fünften dann: $(\frac{100}{105})^5 \times 100$; oder $p^5 \times C$.

Dieß ist dann eine geometrische Reihe (S. 289), die wir, wie oben, zu addiren haben, um die Summe = S zu finden. $Cp + Cp^2 + Cp^3 + Cp^4 + Cp^5 = S$ gibt dann, wenn wir so verfahren, wie S. 289 angegeben wurde:

$$Sp \div S = Cp^6 \div Cp;\ S(p \div 1) = Cp^6 \div Cp$$

I. $$S = \frac{Cp^6 \div Cp}{p \div 1.}$$

Oder: $Sp \div S = Cp^6 \div Cp$

Addirt $+S \quad +S$

$Sp = Cp^6 \div Cp + S$

Addirt $+Cp \quad +Cp$

$Sp + Cp = Cp^6 + S$

Ferner $\div$ $Sp \div Cp^6 = \div Cp^6 + Sp$

$Cp \div Cp^6 = S \div Sp = S(1 \div p)$

II. $$S = \frac{Cp \div Cp^6}{1 \div p.}$$

Die Zahlen unserer Aufgabe, statt der Buchstaben gesetzt, stehen dann beyde Gleichungen, wie folgt. Die Summe S (jene 432'95) wird gefunden nach:

I. $S = 100 \times \frac{(\frac{100}{105})^6 \div (100 \times \frac{100}{105})}{\frac{100}{105} \div 1}$. II. $S = \frac{(100 \times \frac{100}{105}) \div 100 \times (\frac{100}{105})^6}{1 \div \frac{100}{105}}$.

Die erste Gleichung gibt negative Größen, denn $100 \times \frac{100}{105}$ läßt sich nicht von dem vorstehenden $100 \times (\frac{100}{105})^6$ abziehen, weil es größer ist; eben so der Divisor $\frac{100}{105} \div 1$; denn $1 = \frac{105}{105}$ läßt sich von $\frac{100}{105}$ nicht abziehen; es ist $\div \frac{5}{105} = \div \frac{1}{21}$. Indessen ist der Erfolg einerley. Hier soll man mit $\frac{1}{21}$ theilen; das heißt mit 1 theilen und mit 21 multiplicieren. Nun wissen wir aus S. 54 und 55, daß negative Größen, $\div$ mit $\div$, multiplicirt positive, + geben. Die Gleichung II. ist indessen für Ungeübtere verständlicher, welche wir nun näher bestimmen.

Wenn $S = 100 \times \frac{\frac{100}{105} \div 100 \times (\frac{100}{105})^6}{1 \div \frac{100}{105}}$: so ist, da $1 \div \frac{100}{105} = \frac{5}{100} = \frac{1}{21}$, und mit $\frac{1}{21}$ theilen, heißt mit 1 theilen und mit 21 multipliciren: $S = \frac{210000}{105} \div 2100 \times (\frac{100}{105})^6 = 2000 \div 2100 \times (\frac{100}{105})^6$. Multipliciren wir nun 100 und 105, oder 20 und 21, jedes mit 6 gleichen Factoren, so ist $20^6 = 64000000$, und $21^6 = 85766121$. Jene Zahl mit obigen 2100 multiplicirt und das Product durch diese getheilt, gibt den Quotienten 1567'2052, und diesen von 2000 abgezogen, bleibt 432'7948, also beynahe $432\frac{4}{5}$. Hier ist der Bruch genauer, als in der ersten Berechnung.

277) **Wie viel kann man für** 8000 Gulden, welche in 8 Jahren ohne Zinsen zu bezahlen sind, jetzt geben, wenn der Zinsfuß zu $5\frac{1}{2}$ in Anschlag gebracht wird? ($4207\frac{5}{6}$).

278) **Wie viel** sind 1955 **Gulden**, welche nach 10 Jahren zahlbar sind, jetzt werth, wenn der Zins zu 5 vom Hundert gerechnet wird? (1200).

279) **Ein Landgut wird für** 9000 **Gulden gekauft**, auf 4 mal ohne Zinsen zu zahlen; und zwar nach 5 Jahren 2250, und dann nach jedem der drey folgenden Jahre eben so viel. Wenn der Käufer dasselbe sogleich mit Abzug der Zinseszinsen zu 5 vom Hundert bezahlen will, wie viel hat er zu erlegen? ($6563\frac{4}{5}$).

Da die erste Zahlung von 2250 nach 5 Jahren erfolgen soll, so muß der Verkäufer, wenn er sie gleich erhalten will, für 5 Jahre den Zinseszins davon bezahlen, und dieser beträgt $2250 \times (\frac{20}{21})^5$. Die folgenden drey fallen immer um ein Jahr später, und betragen dann $2250 \times (\frac{20}{21})^6$; $2250 \times (\frac{20}{21})^7$; $2250 \times (\frac{20}{21})^8$; und die Summe dann (wie S. 447.)

$$S = 2250 \times (\tfrac{20}{21})^5 \times 21 \div 2250 \times (\tfrac{20}{21})^9 \times 21.$$

280) 1200 **Thaler sollen einen Erben in 4 Jahren**, und zwar jährlich mit 300 Thaler ohne Zins ausbezahlt werden. Derselbe wünscht das Geld sogleich zu bekommen, und will den Abzug der Zinseszinsen zu 5 vom Hundert sich gefallen lassen; wie viel hat man ihm zu geben? ($1063\frac{1}{3}$).

$$\frac{300 \times (\frac{20}{21})^5 \div 300 \times \frac{20}{21}}{\frac{20}{21} \div 1} = S. \quad (S. 447).$$

281) **Es sind 1000 Gulden in 10 Jahren**, in jedem Jahre 100 Gulden ohne Zinsen zu bezahlen. Es ist die Frage, in welcher Zwischenzeit diese ohne Nachtheil des Gläubigers und des Schuldners auf einmal bezahlt werden können? (Nach 5'299, beynahe $5\frac{3}{10}$ Jahren.)

Hier ist nach einem mittlern Zahlungstermin die Frage. Man hat nun zuerst zu suchen, wie viel diese theilweisen Zahlungen am Ende der 10 Jahre mit Zinseszinsen betragen. Da es eine gegenseitige Abrechnung betrifft, die sich ausgleichen soll, so können wir jeden beliebigen Zinsfuß nehmen. Nach Ende des ersten Jahres bekommt der Gläubiger 100. Von diesen kann er nun 9 Jahre Zinseszins erhalten; von dem nach dem zweyten Jahre erhaltenen 100 kann er 8 Jahre lang diese beziehen; und so abwärts bis die letzten 100 erlegt werden. Die Reihe ist dann:

$$100 \times (\tfrac{21}{20})^9 + 100 \times (\tfrac{21}{20})^8 \ldots\ldots 100 \times \tfrac{21}{20} + 100 = S,$$

welche, nach S. 306, in folgende verwandelt werden kann:

$$20 \times 100\,(\tfrac{21}{20})^{10} \div 20 \times 100 = 2000\,(\tfrac{21}{20})^{10} \div 2000.$$

Nun ist $\frac{21}{20}$ in der 10ten Potenz = 1'6289, mit 2000 × = 3257'8; ab 2000, bleiben 1257. $\frac{4}{5}$, die der Schuldner erhalten könnte, wenn derselbe das Geld

fristenweise zahlen würde. Nun ist die Frage, wenn derselbe diese Summe (1000) auf einmal bezahlen soll, nach welcher Zeit dieß geschehen könne, so daß er während derselben durchs Verleihen ebenfalls 1257'8 erhalten kann. Wir suchen also in jener Gleichung die Jahre = n gesetzt:

$$1000\,(\tfrac{21}{20})^n = 1257'8;$$

$$(\tfrac{21}{20})^n = \frac{1257'8}{1000} = n = \frac{\text{Log. } 1'2578}{\text{Log. } 105 \div \text{Log. } 100} = \frac{0'0996116}{0'0211893}.$$

Wird nun Log. o'0996116 durch o'0211893 getheilt, so kommt 4'7009 Jahre, nach welchen das Capital bey dem Empfänger gleiche Zinsen bringt. Es kann also nach 10 ÷ 4'7009 = 5'2991 Jahren (5 Jahr $3\frac{3}{5}$ Monate) bezahlt werden. Mann sehe S. 302.

282) **Wie viel erhält man,** wenn $1063\frac{4}{5}$ Gulden, bey Zinseszins zu 5 vom Hundert, in gleichen Summen und in 4 einjährigen Abtheilungen bezahlt werden sollen? (In jeder 300.)

Dieß ist eine Gegenfrage der (280.) Aufgabe, wo wir, was dort 2250, = C gesetzt ist, suchen. Die Gleichung daselbst stände für diesen Fall dann:

$$S = C \times (\tfrac{20}{21})^5 \times 21 \div C \times \tfrac{20}{21} \times 21.$$

$$S = 21\,C \times (\tfrac{20}{21})^5 \div 21\,C \times \tfrac{20}{21} = (21 \times [\tfrac{20}{21}]^5 \div 21 \times \tfrac{20}{21})\,C$$

und, da $21 \times \frac{20}{21} = 20$ ist: $C = \frac{S}{21 \times (\frac{20}{21})^5 \div 20}$.

283) **Wie viel erhält man,** wenn 1000 Gulden in 4 einjährigen Abtheilungen zu bezahlen sind, und 5 vom Hundert Zinseszinsen gerechnet werden? (282.)

284) **Wie lange können 70 Gulden jährlich ausbezahlt werden um 1000 Gulden abzutragen,** welche zu 5 vom Hundert auf Zinseszins stehen?

Diese Aufgabe ist derjenigen S. 304 gleich. Der Zins von 1000 beträgt nur 50 und wir wollen 70; das Capital vermindert sich daher jährlich um 20. Die 1000 wachsen in den unbekannten Jahren n an, auf $1000 \times (\frac{21}{20})^n$. Und die 70, die jährlich daran abbezahlt werden, betragen in n Jahren die geometrische Reihe:

$$70 + 70 \times \tfrac{21}{20} + 70 \times (\tfrac{21}{20})^2 \ldots + 70 \times (\tfrac{21}{20})^n \div\!\!- 1;$$

deren Summe dann ist: $\frac{70 \times (\frac{21}{20})^n \div\!\!- 70}{\frac{21}{20} \div\!\!- 1 (= \frac{1}{20})} = 1400 \times (\tfrac{21}{20})^n \div\!\!- 1400.$

Diese sollen nun, da das Capital aufgezehrt seyn soll, jenen gleich seyn; daher:

$$\frac{1000 \times (\frac{21}{20})^n = 1400.\ (\frac{21}{20})^n \div\!\!- 1400}{1400 = 1400.\ (\frac{21}{20})^n \div\!\!- 1000 \times (\frac{21}{20})^n}$$

$$1400 = 400.\ (\tfrac{21}{20})^n;\quad 3\tfrac{1}{2} = (\tfrac{21}{20})^n;\quad n = 3'5 : \tfrac{21}{20}.$$

Der Log. von 3'5 ist = 0'5440680; diesen getheilt durch Log. $\frac{21}{20}$ = 0'0211893, werden kommen 25'67 Jahre, also etwas über $25\frac{2}{3}$.

285) 10000 Gulden zu 5 vom Hundert auf Zinseszinsen gegeben, sollen in 20 Jahren zu gleichen Theilen zurückbezahlt werden, weil der Darleger allerhöchstens nur noch so lange leben kann; wie viel wird derselbe jedes Jahr zu erhalten haben? (802'43.)

Nach der vorletzten (182) Aufgabe: $C = S : (21\,[\frac{20}{21}]^{21} \div\!\!- 20)$.

Dann wird: $100.^{21} = 42' \ldots.$

$$21 = \frac{1'3222192}{43'3222192}$$

Ab: $105.^{21} = 42'4449753$

20 ÷– Log. 0'8772439 gibt 12'4622.

Mit diesen 10000 getheilt, kommt 802'43.

286) Statt 1955 Thalern, welche ohne Zins nach 10 Jahren zahlbar waren, gab man nach Abzug des Zinseszins 1200 Thaler. Wie hoch war der Jahreszins gerechnet? (5 Proc.)

287) 18000 Thaler sollen aus einer Handlung an einen Erben zu 3000 Thalern von 3 zu 3 Monaten hinausbezahlt werden. Wenn nun derselbe wünscht die ganze Summe auf einmal zu erhalten; wann kann dieß geschehen? (In $10\frac{1}{2}$ Monaten.)

288) Wie viel kann man 4 Jahre lang als Rente (Capital und Zinseszins) jährlich beziehen, wenn die Einlage (Mise) 1000 Thaler ist, und 5 Proc. gerechnet werden? ($282\frac{1}{10}$.)

289)

289) **Wie lange kann eine Rente von 70 Thalern** bey einer Mise von 1000 Thalern zu 5 Procent ausbezahlt werden? ($25\frac{3}{7}$ Jahre.)

290) **Statt 1955 Gulden**, welche ohne Zinsen nach einiger Zeit zahlbar waren, zahlte man sogleich 1200 Gulden. Wenn die Zinseszinsen zu 5 vom Hundert gerechnet wurden, nach wie viel Jahren ist das Capital zahlbar gewesen? (Nach 10 Jahren.)

Die Berechnung des **antichretischen Vertrages**, oder des **antichretischen Calculs** müssen wir noch erwähnen. Nach demselben läßt sich jemand eine Summe Geldes lehnen, und überläßt den Gläubiger statt der Zinsen, die Einkünfte irgend eines nutzbaren Eigenthums, eines Landgutes, u. s. w. Nun können die Einkünfte daran mehr oder weniger (oder eben so viel (was dann der Berechnung nichts darbietet) betragen. Im ersten Fall vermindert sich die Schuld von Jahr zu Jahr, im zweyten vergrößert sich dieselbe. Die Fragen, bis wann sie so groß, oder so klein wird, sich ganz aufhebt, u. a., werden nach S. 306 ꝛc. beantwortet.

Hier fügen wir noch zwey interessante Aufgaben an.

In dem schon ehrenvoll angeführten **Altdorfer Rechenbuche** 4ter Aufl. 1816, S. 379, finde ich eine Aufgabe, die ich in Hinsicht unseres alten Abgabensystemes, und weil wir von dieser Art noch keine vorgetragen haben, mittheilen muß, besonders da sie unrichtig angesehen und berechnet wurde. Sie lautet also:

291) **Wie viel muß derjenige an Capitalien haben**, welche zu 4 Procent verzinset werden, der blos von Interessen leben will, und jährlich 500 Gulden zu seinen Unterhalt braucht, von 100 Gulden Zinsen aber fl. 40 . $45\frac{1}{4}$ kr. Vermögenssteuer *) geben muß? (Diese fanden fl. 17594 . $16\frac{1}{4}$ kr. Capital; wir werden aber finden fl. 21098 . 32 kr.)

Die

*) In der Reichsstadt Nürnberg fand die Vermögenssteuer statt; und nach der sogenannten doppelten Loosung (Abgabe) hatte man von jedem fl. 100 eingenommener Zinsen, fl. $40\frac{3}{4}$ und 1 Pfennig, also über zwey Fünftel, zu bezahlen. Man hatte daher

Die Rechnung stehet daselbst im practischen Theile also:

292) Jemand verzehrt jährlich fl. 500. Von fl. 40 . 45 kr. 1 ℔ Steuer geben, also von fl. 500 . . . × 5

fl. 203 . 46 kr. 1 ℔ Steuer,
\+ = 500 . — . -- . Capital.

Er muß also fl. 703 . 46 kr. 1 ℔ Interessen einzunehmen haben. Wie viel gehören nun dazu Capitalien zu 4 Procent?

Interessen. Interessen. Capital. Capital.

fl. 4 : fl. 703 . 46¼ kr. = fl. 100 : x

× 60

4 : 42226¼ kr. = 100 : x

4) 16 : 168905 kr. = 100 : x

4 : 168905 kr. = 25 : x

$$x = \frac{168905 \times 25}{4} = \frac{4222625}{4} =$$

= 1055656 kr. = fl. 17594 . 16¼ kr.

Diese Auflösung und das gefundene Capital wäre nur dann richtig, wenn die Abgabe überhaupt bestimmt wäre, und es hieße, man habe, abgesehen vom Einkommen, im Ganzen fl. 203 . 46¼ kr. zu entrichten. Allein die Aufgabe und das Gesetz verlangt von jedem 100 Einnahme fl. 40 . 45¼ kr.; also, über zwey Fünftel. Nimmt der Rentner daher, außer den 500 Gulden, noch fl. 203. 46¼ kr. ein, so hat er dann auch von diesen etwas über fl. 81 an Steuer zu bezahlen.

---

daher jedes Jahr zu schwören, daß man diese Abgabe genau nach dem Einkommen entrichte. Ahnend, daß dieß nicht immer so geschehen werde, noch könne, ward aber gleich darauf ein Fast-, Buß- und Bettag gehalten, Gott zu bitten, daß er denen verzeihe, welche sich an dem Gesetze versündiget haben. Wenn sich jetzt ein Beamter, bey schmalem Einkommen, positiv (wie jene negativ) an den Staat versündiget, so flehet man Gott nicht um Verzeihung an; man verzeihet selbst; es müßte denn ein ganz kleiner Sünder seyn. Wie dort, so hier, wird gefühlt, daß man nicht bestehen kann.

zahlen. Sollen ihm nun 500 rein bleiben, so hat derselbe, um diese 81 zu erhalten, abermal über fl. 2000 Capital nöthig. Hat er nun dieses, und erhält davon 81; so muß er wieder davon etwas über $\frac{2}{5}$ (über fl. 32) Steuer bezahlen, und hat auch, um diese zu erhalten, über fl. 800 Capital nöthig, u. s. w.

Unsere Rechnung stehet also:

I. fl. 4 Zins erfordern 100 Capital; wie viel 500 fl. Zins?

Kommen fl. 12500 **Capital.**

Nun erhält er aber von diesem Capitale rein nur 500 — 203 . $46\frac{1}{4}$ kr. = fl. 296 . $13\frac{3}{4}$ kr. ($\frac{1}{4\,8}$ fl.), die ihm übrig bleiben. Da nun 500 übrig bleiben sollen, so muß das Capital um so viel größer werden.

Zu fl. $296\frac{1}{4\,8}$ reinem Einkommen, sind 12500 an Capital erforderlich; wie viel zu fl. 500 reinem Einkommen?

Gibt fl. 21098'53 (32 kr. ungefähr) an Capital, das erforderlich ist.

Probe. Von 100 erhält derselbe 4, wie viel von 21098'53?

Kommen fl. 843'9412 (fl. 843 . 57 kr.)

Von 100 Zinsen, die ich einnehme, habe ich fl. 40 . $45\frac{1}{4}$ kr. abzugeben, wie viel von fl. 843'9412?

× 40	33757648
45 kr. = $\frac{3}{4}$ u. $\frac{1}{2}$ aus $\frac{3}{4}$ =	4219706
$\frac{1}{4}$ kr. = $\frac{1}{6\,0}$ von 15 kr. =	2109853
$\frac{1}{6}$ eine Decimalstelle zurück	35164
Die zu entrichtende Steuer ist fl.	343'941203
Ziehen wir diese ab von den eingenommenen Zinsen	843'9412..
so bleiben ihm rein übrig fl.	500. —, wie es seyn soll.

II. Durch Gleichung können wir dieß auf folgende Art berechnen: Das zu findende Capital = x gesetzt, gibt zu 4 Procente $\frac{1}{2\,5}$ x Zinsen. Von diesen Zinsen erhält nun der Staat je von 100, 40 $\frac{45\frac{1}{4}}{60}$ (= $\frac{1\,8\,1}{2\,4\,0}$) Hundertstel oder $\frac{9\,7\,8\,1}{2\,4\,0\,0\,0}$, und, multiplicirt mit den ganzen Zins $\frac{1}{2\,5}$ x = $\frac{9\,7\,8\,1}{6\,0\,0\,0\,0\,0}$ x, welche

welche der Staat erhält. Diese Zinsen, welche der Staat erhält, und die 500, welche dem Rentner bleiben sollen, müssen nun gleich dem ganzen Zins, $= \frac{1}{25}$ x seyn. Daher: $500 + \frac{2781}{6000000} x = \frac{1}{25} x$. Mit 25 multiplicirt . . . $12500 + \frac{244525}{6000000} x = x$. Ab den Bruchtheil x vom Ganzen x, so ist: $12500 = \frac{355475}{6000000} x$; und $355475 x = 75000000000$, woraus man durch Theilung obigen Quotienten als Capital-Summe findet. Man siehet hieraus, wie verschieden die Mühe bey verschiedenen Ansätzen seyn kann. Wären die Kreuzer nicht dabey, und man hätte von 100 nur 40 $= \frac{2}{5}$ zu zahlen: so stände die Gleichung einfacher also: $500 + \frac{2}{125} x = \frac{1}{25} x$. Die Summe wäre dann $20833\frac{1}{3}$; die Zinsen $833\frac{1}{3}$, von welchen $\frac{2}{5} = 333\frac{1}{3}$ für den Staat, und 500 für den Rentner kämen.

An diese Aufgabe schließen wir folgende, auf gleiche Gründe beruhende, an.

293) **Es sind 10000 Gulden portofrei einzusenden; das Geld kann aber nicht ganz frankirt werden. Wenn nun der Empfänger noch 2 Procent Porto zu bezahlen hat, wie viel hat man beyzulegen, damit derselbe jene Summe rein erhalte?** ($204\frac{4}{49}$).

Hier wird nämlich angenommen, daß der Aufgeber des Geldes die Summe genau angibt. Legt er dann 200 Gulden dazu, die jene zu 2 Procent kosten würden, so hat derselbe von fl. 200 wieder 4 Gulden zu bezahlen, und von diesen dann $4\frac{4}{5}$ kr., und so fort. Setzen wir die beyzulegende Summe = x, so müssen wir absenden 10000 + x. Derselbe hat dann Porto zu bezahlen 2 von 100 $= \frac{1}{50}$ des Ganzen, und dieses Porto ist dann = x. Daher: $(10000 + x) \times \frac{1}{50} = x$; $50 x = 10000 + x$; $49 x = 10000$; $x = 204\frac{4}{49}$. Ohne Gleichung also: Wenn wir 100 absenden, so hat derselbe 2 zu bezahlen und es bleiben ihm 98. Daher: Wenn derselbe 98 empfangen soll, müssen wir 100 absenden; wie viel dann, wenn er 10000 empfangen soll? Berechnen wir dann von $10204\frac{4}{49}$ die 2 Proc. Porto, so kommt fl. $204|08\frac{8}{49}$. Da $\frac{8\frac{8}{49}}{100} = \frac{400}{4900} = \frac{4}{49}$, so hat derselbe fl. $204\frac{4}{49}$ zu bezahlen und es bleibt ihm jene Summe rein.

Aufgaben über Concurs-Rechnungen.

Diese hätten wir unter die Gesellschafts-Rechnungen bringen können; denn sie fordern blos, daß eine Zahl nach bestimmten Verhältnissen getheilt werde.

In Nürnberg, und an vielen andern Orten, werden bey einem Concurse die hypothekarischen und privilegirten Forderungen aus dem vorhandenen Vermögen (aus der Masse) zu voll bezahlt; und erst was übrig bleibt, unter die sogenannten chirographarischen, Personal-, Current-, Buch- oder Handels-Gläubiger in gleichem Verhältniß vertheilt, wie es S. 128 gelehrt wurde. Es kann hier gesucht oder gefragt werden: 1) was erhält jeder für seine Forderung; oder 2) wie viel verliert jeder an seiner Forderung; 3) wie viel erhält, 4) wie viel verliert man vom Hundert.

294) **In einer Concurs-Masse bleiben**, nach dem alle Hypothecanten und Privilegirten zu voll ihre Forderungen erhalten haben, 5400 Gulden. Handelsforderungen haben (oder Personalgläubiger sind) A 3000; B 2500; C 2000; D 1500. Diesen gehört nun jene Summe von 5400, und es sind obige Fragen zu beantworten.

Die sämmtlichen Forderungen betragen 9000. Also:

I. Die sämmtlichen Forderungen von 9000 — erhalten nur 5400, was die einzelnen von 3000? Kommt 1800 A
von 2500? — 1500 B
von 2000? — 1200 C
von 1500? — 900 D

Es ist zu zahlen 9000
vorhanden 5400
Verlust 3600

Das Ganze wieder 5400.

II. An 9000 werden 3600 verloren, wie viel an 3000? Kommt 1200 Verlust des A. an 2500? und so weiter.

III. Für 9000 — erhält man nur 5400, wie viel für 100? Kommt 60 (Proc.)

IV. An 9000 verliert man 3600, wie viel an 100? Kommt 40 (Procent) als Verlust.

Die

Die Gerichtskosten u. a. werden dann auf das ganze noch vorhandene Vermögen vertheilt; so daß auch die Hypothekanten mitzahlen müssen. Wäre z. B. in unserm Falle das sämmtliche reine (Activ-) Vermögen 20000, und die Unkosten 1000, so käme 5 auf jedes 100, oder 3 Kreuzer auf jeden Gulden. A würde also von 1800 an Unkosten fl. 90 zu bezahlen haben, und nur noch 1710 erhalten.

Wo keine Hypothekenbücher eingeführt sind, und unter Hypothekanten nur solche verstanden werden, die Geld gegen eine Schuldverschreibung (Obligation) unter Verpfändung des sämmtlichen Vermögens des Schuldners hergeliehen haben: in diesem Falle sind die Gesetze in Hamburg weit billiger. Hier werden die Gläubiger in drey Classen abgetheilt. Die ersten zwey Classen nehmen die Hypothekanten nach dem Alter der Forderung, und die dritte die Personal- oder chirographischen Gläubiger ein, und die Antheile, die sie aus dem vorhandenen Vermögen erhalten, verhalten sich wie 4, 3, 2.

295) **Die Masse des Falliten, oder das vorhandene Vermögen, sey 36000 Thaler.** Die hypothekarischen Forderungen betragen 48000; die chirographorischen 6000. Es ist zu suchen, wie viel für Hundert jede Classe nach jenen Verhältnissen (4.3.2 oder 2.1½.1) erhalte.

Da die Forderungen der Hypothekanten in 2 Theile getheilt werden, und die ältern in die 1te, die jüngern in die 2te Classe kommen, so kommt auf jede 24000. Multipliciren wir nun diese Summen mit den Verhältnißzahlen, so kommen:

Dritte Classe 60000 × 1 = 60000
Zweyte — 24000 × 1½ = 36000
Erste — 24000 × 2 = 48000,

wo die Forderungen nun in jenem Verhältnisse stehen. 144000.

144000 erhalten 36000, wie viel kommt auf 100?

Die erste Classe erhält: 25 Procent
Die zweyte 25 × 1½ = 37½ —
Die dritte 25 × 2 = 50 —

Also kommt auf die 1te — 12000
2te — 9000
3te — 15000
36000.

Wäre die Masse so beschaffen, daß auf die dritte Classe mehr als 50 Procent kämen; z. B. wäre hier statt 36000, die Masse 86400: so würde die 3te Classe 60 Procent, die 2te 90, die 1te 120 erhalten. Dieß gehet nun nicht an; wer nur 100 zu fordern hat, dem darf nicht 120 bezahlt werden. In diesem Falle bekommt die erste Classe ihre volle Forderung, und der Rest wird unter die andern zwey im Verhältniß wie $1\frac{1}{2}$ zu 1 getheilt:

Also die Masse 86400
Ab die 1te Classe 24000
bleiben 62400

Nach oben wäre nun $60000 \times 1 = 60000$
$24000 \times 1\frac{1}{2} = 36000$
96000.

96000 erhalten 62400, wie viel kommt auf 100?

Kommen für die 3te Classe 65 Procent
und auf die 2te $65 \times 1\frac{1}{2} = 97\frac{1}{2}$ Procent.

Die erste erhält also . 24000
Die zweyte $\frac{97\frac{1}{2} \times 24000}{100} = 23400$
Die dritte $\frac{65 \times 60000}{100} = 39000$
Zusammen wieder 86400.

296) **Ein Fallit ist schuldig an** A 2500; an B 4000; an C 4500; an D 5000. Sein Vermögen ist 8000, in welches sie sich theilen sollen. Wie viel bekommt A (1250), B (2000), C (2250), D (2500).

Dieß kann man auch auf 100, oder auf den Gulden ausschlagen; wie viel Procente, oder wie viel für den Gulden jeder erhält. Für 16000

er-

erhalten wir nur 8000; wie viel für 100, oder für einen? Kommen 50 Procent, oder 30 kr. für den Gulden.

Die Rechte und Formen beym Concurse, diesem größten aller Uebel, dem vorgebeugt werden könnte und würde, wenn der, der vorbeugen kann, nicht auch oft Concurs machen müßte, findet man, aber nicht die Berechnungen, in dem classischen Werke: Ausführliche Entwickelung der Lehre vom Concurs der Gläubiger, von Dr. C. C. Dabelow. Halle, 1801. 784 S. in 4.

Aufgaben über Berechnungen der Längen, Flächen und des körperlichen Inhalts.

(Geometrische Rechnungen.)

297) Wie viel betragen 39564 alte Berliner Quadratfuß, in Wiener Quadratfuß, wenn 13913 Wiener Q. F. = 14013 Berl. Q. F.? ($39001\frac{3}{10}$).

$(14013)^2$ Berl. Q. F. = $(13913)^2$ Wiener Q. F., was 39564 Berliner?

$$Q.\ F. = \frac{(13913)^2}{(14013)^2} \times 39564.$$

Log, von 13913 = 4' 1434208

× 2

Der Log. von 13913 × 13913, also = 8' 2868416

Dazu Log. von 39564 = 4' 5973002

12' 8841418

Log von 14013 = 4' 1465311

× 2

$(14013)^2$ = 8' 2930622, ab 8' 2930622

4' 5910796, welcher zur Zahl hat: 39001'3, als die Wiener Quadratfuße.

Wer

Wer keine Logarithmen hat, muß 13913 mit sich selbst multipliciren (zum Quadrat erheben), das Product mit 39564 multipliciren, und was herauskommt, durch die Quadratzahl von 14013 dividiren; oder was dasselbe ist, man hat diesen Ansatz aufzulösen:

Dieß Product: $\frac{39564 \times 13913 \times 13913}{14013 \times 14013}$

zu theilen mit diesem Producte:

298) **Wie viel betragen 39564 Berliner Cubik-Fuß in Wiener Cubik-Fuß, nach obigem Verhältnisse?** (38723'02).

$(14013)^3$ Berl. C. F. betragen $(13913)^3$ Wiener C. F., wie viel 39564 Berliner Cubik-Fuß?

Also $= \frac{13913 \times 13913 \times 13913 \times 39564}{14013 \times 14013 \times 14013}$

Getheilt durch:

Log. von 13913 = 4'1434208
× 3
Die Cubikzahl $(13913)^3$ = 12'4302624
Dazu den Log. von 39564 = 4'5973002
17'0275626

Der Log. von 14013
= 4'1465311
× 3
Zur 3ten Potenz. 12'4395933. Ab 12'4395933
Log. = 4'5879693, welcher hat die Zahl 38723'02, Wiener Cubikfuße.

299) **Wie viel betragen 100 Englische Acker (Acre) in Brandenburger Morgen?** (158'53).

In meiner Geld-, Münz-, Maß- und Gewichtskunde sind die Feldmaße (Morgen, Acker ꝛc.) nach dem Brandenburger bestimmt worden. Ein Brandenburger Werk-Fuß ist gleich 139'13 Pariser Linien; ein Engl. Fuß (Foot) = 135'13 Par. Linien; sie verhalten sich also wie 13913 : 13513.

Ein

Ein Englischer Acker = 160 □Ruthen, die □Ruthe zu $16\frac{1}{2}$ □Fuß.
Ein Brandenburger Morgen = 180 □Ruthen, à 12 □Fuß.

1 Acker?

1 — 160 × (16' 5)². □Fuß
1 135' 13 × 135' 13 = (135' 13)² □Linien
13913 × 13913 — 1 □Fuß Berliner
180 × 12 × 12 — 1 Morgen.

300) Ein Gärtchen ist 30 Ruthen 4 Schuh 5 Zoll 2 Linien lang, und 5 Ruthen 3 Schuh breit; wie viel ist sein Quadratinhalt? (1613956 Zolle.)

Nach der geometrischen oder nach der Decimal-Eintheilung, die Ruthe in 10 Fuß, den Fuß in 10 Zoll, den Zoll in 10 Linien ist

seine Länge 30452 Linien
seine Breite 5300 Linien

91356
152260

Den Quadratinhalt 161395600 Linien.

Da nun das Quadrat von 10 = 100 ist, so sind diese zu 100, von zwey zu zwey Ziffern vorwärts, abzutheilen, um die Quadratlinien, □Zolle, □Schuhe, □Ruthen zu bekommen. Also 161 | 39 | 56 | 00

	□Ruthen	□Schuhe	□Zolle	□Linien
	161	39	56	00

Oder die Länge ist $\frac{30452}{1000}$ Ruthen; die Breite $\frac{5300}{1000} = \frac{53}{10}$ Ruthen, gibt zum Product im ersten Ansatz $\frac{161395600}{1000000}$, im andern $\frac{1613956}{10000}$ □Ruthen $= 161\frac{3956}{10000}$. Nun sind $\frac{3956}{10000}$ Ruthen $= \frac{3900}{10000} + \frac{56}{10000}$.

Da

Da 100 Q. Schuhe eine Q. Ruthe betragen, so müssen wir diese mit 100 multipliciren, um $\frac{390000}{10000} + \frac{5600}{10000}$ Q. Schuhe zu haben; sind also $39 + \frac{56}{100}$ Q. Schuhe. Diese $\frac{56}{100}$ mit 100 multiplicirt, kommen $\frac{5600}{100}$ = 56 Q. Zolle, wie oben.

301) **Wenn ein Saal 9 Meter lang und 6'7 ($6\frac{7}{10}$) Meter breit ist; wie viel beträgt derselbe Quadrat-Meter?**

Schmoll in seiner Arithmetik für Handlungsstudirende S. 95 rechnet: 6'7 × 9 = 60'3; oder 60 Quadrat-Meter und 3 Quadrat-Decimeter.

Dieß ist unrichtig. Der Meter hat 10 Decimeter; und dann wie oben bey der Decimaleintheilung 1 Quadrat-Meter = 100 Quadrat-Decimeter. Wir müssen also alles im gleichnamigen Maße ansetzen und von 100 zu 100 abtheilen. Daher 90 Decimeter

multiplicirt mit . 67 Decimeter,

kommen . . . 60'30; also 60 Meter und 30 Decimeter. Oder, wenn wir jene Rechnung annehmen, so heißt das Gefundene $60\frac{3}{10}$ Quadrat-Meter. Allein $\frac{3}{10}$ Q. M. (oder Fuß) sind $\frac{3}{10} \times 100 = 30$ Q. Decimeter (Q. Zolle ꝛc.) (Man sehe unsre Geld-, Münz-, Maß- u. Gewichtskunde.)

302) **Wenn eine Klafter Holz, 6 Fuß breit und hoch, 8 Gulden kostet;** wie viel ist ein Stoß werth, der 24 Fuß (bey gleicher Scheiterlänge) breit und 12 Fuß hoch ist? (fl. 64). 6 × 6 gilt 8, wie viel 24 × 12? Wenn aber jene Scheiter nur 3 Fuß, diese 4 Fuß lang wären? (fl. $85\frac{1}{3}$). 6 . 6 . 3 kosten 8, wie viel 24 . 12 . 4? S. 326.

303) **Eine Wiese, 2232 Fuß lang und 288 breit,** will man mit Bäumen so besetzen, daß jeder 6 Fuß von den andern entfernt ist. Wie viel Bäume braucht man? (18277). Nach S. 323: $\left(\frac{2232}{6} + 1\right) \times \left(\frac{288}{6} + 1\right)$.

304) **Wenn der Quadratfuß Holz** (à 12 Zoll) **20 kr. kostet;** wie viel kosten 48 Quadratfuß und 36 Quadratzoll? ($48\frac{36}{144} \times 20 = 48\frac{3}{12} \times 20 =$ 965 kr. = 16 Gulden 5 kr.

305) Die Quadratruthe (zu 16 Fuß) kostet $5\frac{1}{2}$ Gulden; wie kommen 26 Q. Ruthen und 48 Q. Fuß? (fl. 144 . $1\frac{7}{8}$ kr.)

Man berechnet sie entweder als $26\frac{3}{16}$ Q. Ruthen, oder als 6704 Q. Fuß. Im letztern Fall muß das Product durch 256 (16×16) getheilt werden.

306) Ein Fußboden, 20 Fuß 5 Zoll lang und 10 Fuß breit, soll mit Tuch belegt werden, das 4 Fuß 5 Zoll breit ist. Wie viel braucht man der Länge nach? (Den Fuß zu 12 Zoll gerechnet: $45\frac{5}{9}$ Fuß.)

307) In eine Schnur, die im Durchmesser 2 Fuß hat, kann man vierzig Stecken binden; wie viel in eine andere, die 4 lang ist? Antwort nicht nur 2, sondern 4 mal so viel, denn beyde Längen müssen quadrit werden.

$$\left.\begin{matrix}2\text{ weit}\\2\text{ tief}\end{matrix}\right\}\ 40\ \left\{\begin{matrix}4\text{ weit}\\4\text{ tief}\end{matrix}\right. = 160\text{ Stück.}$$

Diese Aufgabe trägt so Herr Eyth (S. 480) vor. Sie ist aber entweder unrichtig ausgedrückt, oder unrichtig berechnet. Wenn eine Schnur in die Runde, wie unser Zirkel Fig. 7. gelegt, zum Durchmesser (a b) 2 Fuß hat, so ist ihr Umkreis oder ihre Länge (100 — 314 — 2 =) 6'28 Fuß (I. Lehrsatz S. 320). Wenn die andere 4 Fuß lang ist; so hat sie also 4 Fuß im Umkreise, und ihr Durchmesser ist dann: 314 — 100 — 4 = $\frac{400}{314}$; es lassen sich also in diese weniger, als in jene binden.

Die Aufgabe hätte also gegeben werden können:

1) Wenn die Durchmesser gegeben sind: In einem Reif, der 2 Fuß im Durchmesser hat, kann man 40 Stäbe hineinbringen; wie viel in einem, der 4 Fuß im Durchmesser hat? (160). Nach §. 286 ist die Kreis-Fläche (also hier die Weite des innern Raumes des einen und des andern): $\frac{u\,dd}{4}$; demnach der Eine: $\frac{2 \cdot 2 \cdot 3'14}{4}$; der Andere: $\frac{4 \cdot 4 \cdot 3'14}{4}$; sie verhalten sich also zu einander wie 4 zu 16, oder wie 1 zu 4. Gehen in jenen 40, so gehen in diesen 40 mal 4 = 160.

2) Wenn der Umkreis der Schnüre, oder, was dasselbe ist, ihre Längen gegeben sind, die auch nur genau gegeben werden können: **In eine Schnur von 2 Fuß Länge können 40 Stäbe gebunden werden; wie viel in eine von 4 Fuß Länge?** Wenn 314 Umkreis 100 zum Durchmesser gibt; wie viel 2, wie viel 4 Umkreis, kommen $\frac{200}{314}$ und $\frac{400}{314}$ zum Durchmesser, und unsere Formel für den einen und den andern Inhalt:

$$\frac{200 \cdot \frac{200 \cdot 3'14}{314 \cdot 314 \cdot 4}}{}; \quad \frac{400 \cdot \frac{400 \cdot 3'14}{314 \cdot 314 \cdot 4}}{} = 4 : 16, \text{ wie oben.}$$

308) **Wie viel beträgt der körperliche Inhalt einer Mauer, welche 48 Fuß 5 Zoll lang, 12 Fuß hoch, und 3 Fuß dick ist?** (Den Fuß zu 10 Zoll: 1746 Cubikfuß) 48'5 × 12 × 3.

309) **Wie viel Cubikmaß enthalten 8 Klafter 4 Fuß lang, 3 Klafter hoch, 2 Klafter 2 Fuß lang, die Klafter zu 6 Fuß gerechnet?** ($65\frac{7}{3}$ C. Kl.) $8\frac{2}{3} \times 3 \times 2\frac{1}{3}$.

Da die Cubik-Klafter 6 × 6 × 6 = 216 C. Fuß enthält, so sind $\frac{2}{3}$ Klafter × mit 216 = 144 C. Fuß.

310) **Wenn ein Balken 12 Meter lang, 1'8 breit und 1'1 dick ist; wie viel Cubik-Meter beträgt derselbe?** Hr. Schmoll rechnet: 12 × 1'8 × 1'1 = 23'76; oder 23 Cubik-Meter und 7 Cubik-Decimeter und 6 Cubik-Centimeter; er beträgt aber 23 Cubik-Meter und 760 Cubik-Decimeter; denn wir müssen hier von 1000 zu 1000 abtheilen (nicht von 10 zu 10), weil 1 Cubik-Meter 1000 C. Decimeter, und 1 C. Decimeter 1000 C. Centimeter enthält. Wir haben 120, 18, 11 Decimeter zu multipliciren, kommen 23760 Decimeter = 23 C. Meter und 760 C. Decimeter. Oder, es ist nach oben $23\frac{76}{100}$ Cubik-Meter. Nun hat ein Cubik-Meter 10 × 10 × 10 = 1000 Cubik-Decimeter. Die $\frac{76}{100}$ Cubik-Meter × mit 1000, kommen 760 C. Decimeter. (Man sehe unsere Geld- u. Maßkunde ꝛc.)

311) **In einen Kasten $\frac{1}{3}$ Fuß hoch, $\frac{1}{2}$ breit und $\frac{1}{2}$ lang, gehen 2 eines Maßes; wie viel in einen, der $1\frac{1}{2}$ lang, breit und hoch ist** (54.) $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} : \frac{3}{3} \cdot \frac{3}{3} \cdot \frac{3}{3} = \frac{1}{8} : \frac{27}{8} = 1 : 27$, × 2 = 54.

312)

312) Wenn ein Baum $60\frac{1}{2}$ Zoll im Umfang (Umkreis) hat; wie groß wird seine Seite seyn, wenn er viereckig behauen wird? (13'624 Zoll). Denken wir uns in dem Umkreise, Fig. 7, eine senkrechte Linie, von o nach c gezogen, und eine Linie von o nach b gezogen; so läßt sich diese, wie es die Anschauung gibt, 4 mal im Kreise herumtragen, und ob ist also die Seite des viereckigen Balkens. Nun wird in der Geometrie erwiesen, daß die Quadrate der beyden Seiten, die den rechten Winkel bilden (also oc und cb, die hier einander gleich sind), eben so viel betragen, als das Quadrat der dritten größern Seite, ob. Nun ist der Umkreis des Baumes 60'5; sein Durchmesser: 314 — 100 — 60'5 = $\frac{6050}{314}$, und die Hälfte desselben: $\frac{3025}{314}$. Wird nun dieß, oder der Quotient davon, mit sich multiplicirt, dann doppelt genommen, und aus dem Doppelten die Quadratwurzel ausgezogen; so hat man die Seite. Allgemein: Es sey der Durchmesser = d; die Seite des Quadratbalkens = S; so ist $SS = \frac{d}{2} \times \frac{d}{2} + \frac{d}{2} \times \frac{d}{2} = \frac{dd}{4} + \frac{dd}{4}$; $SS = \frac{2dd}{4}$; $S = \sqrt{\left(\frac{dd}{2}\right)}$.

Hieraus ergibt sich eine andere

Regel: Aus dem halben Quadrat des Durchmessers ziehe man die Quadratwurzel, so erhält man die Seite des Balkens.

Beym Forstwesen, wo es nicht so genau genommen wird, nimmt man das Verhältniß des Durchmessers des Baumes (ab) zur Seite des Quadrats (ob), wie 7 zu 5 an, wodurch die Rechnung leichter wird. Der Durchmesser unseres Baumes ist 6050 : 314. Nun gibt 7 Durchmesser 5 zur Seite des Quadrats, wie viel $\frac{6050}{314}$? werden 13'762 kommen.

313) **Wie groß muß der Umfang eines Baumes seyn, der einen viereckigen Balken gibt, von welchem jede Seite 13'624 Zoll dick seyn soll?**

Nach oben ist $SS = \frac{dd}{2}$, und S die hier gegebene Seite des Balkens = 13'624. Nun nach dieser Gleichung $2SS = dd$, und $d = \sqrt{2SS}$. Multipliciren wir also 13'624 mit sich selbst, nehmen das Quadrat doppelt

pelt und ziehen die Wurzel aus, so haben wir d, oder den Durchmesser; welchen wir mit 3'14 multipliciren, um den Umfang zu haben. (§. 262.)

Kürzer, aber nicht so genau, nach der Forstregel: 5 Quadratseite erfordert 7 Durchmesser; wie viel 13'624 Quadratseite? 19'073 Durchmesser, zu dem der Umkreis zu suchen ist.

(Wird der Umfang eines Baumes um die Rinde gemessen, so hat man etwa $\frac{1}{10}$ an den gefundenen Durchmesser, der Rinde wegen, abzuziehen.)

314) **Wenn der Durchmesser eines Baumes 27 Zoll ist; wie groß wird die Seite des Balkens werden können?** (19'09). Wenn $SS = dd : 2$; so ist $S = \surd\left(\frac{dd}{2}\right)$: Man ziehe aus der halben Quadratzahl des Durchmessers die Wurzel, so erhält man die Seite des Balkens. Oder, nicht so genau, nach der Forstregel: $\frac{27 \times 5}{7}$.

315) **Ein Englisches Kriegsschiff von 100 Kanonen ist 163 Fuß lang, 44 breit, und 20 tief. Wie viel Fuß ist sein Inhalt?** (143440.)

Diese Aufgabe stehet in Girtanner's sehr gut geschriebenem Rechenbuche, und wäre richtig, wenn die Seiten des Schiffes senkrecht und gleichweit zuliefen, was aber der Fall nicht ist. Diese Ausrechnung erfordert ganz andere Kenntnisse von krummen Linien ꝛc., die wir hier nicht vorgetragen haben.

Aufgaben über das Wahrscheinliche im Spiele, und im Menschenleben.

Nichts ist dem Kaufmanne wichtiger, als die Berechnung des Wahrscheinlichen; denn allen seinen Geschäften liegt die Erwägung der Wahrscheinlichkeit, die Hoffnung des guten Erfolgs, zu Grunde, und wenn diese nicht sinn- oder grundlos seyn darf, so muß sie Gründe für sich haben, und zwar mehr, als gegen sich.'

Die

Die Lehre des Wahrscheinlichen im Handel habe ich in meiner vollständigen Handelswissenschaft, im ersten Theile, vorgetragen. Sie ist verschieden von derjenigen, welche wir jetzt untersuchen wollen.

Unser ganzes Leben wird mit Vergleichung der Gründe für und gegen, mit Vergleichung der Zahl und Menge der möglichen Fälle und Begebenheiten, der Bestimmung der Größe des Einflusses oder der Wirkung der Gegenstände auf einander, mit Abwägung der Ursachen zu den Wirkungen, der Mittel zu den Erfolgen, also mit Berechnen des Wahrscheinlichen zugebracht.

Unter den Gegenständen und Begebenheiten, deren Wahrscheinlichkeit am leichtesten zu bestimmen, und die gegenseitigen Fälle zu berechnen sind, gehören besonders alle Spiele.

Hier lassen sich nämlich alle Fälle aufzählen, und sind bekannt. Wenn gefragt wird, wie groß die Wahrscheinlichkeit sey, mit Einem Würfel die Zahl 3 (3 Augen) zu werfen, so wissen wir, daß, da der Würfel 6 Seiten und eben so viel Zahlen hat, sechs Fälle möglich sind; unsere Wahrscheinlichkeit ist also nur ein Sechstel: fünf Fälle sind gegen uns, nur ein Fall ist für uns. Wollen nun zwey für diesen Fall mit einander wetten, so muß, wenn die Wahrscheinlichkeit auf beyden Seiten gleich groß seyn soll, der, der drey treffen will, fünf Würfe, und der, der jede der andern Zahlen, nur nicht drey, treffen will, nur einen Wurf haben. Oder, wenn jener wettet, daß er mit einem Wurf 3 treffe, und dieser, daß er sie nicht treffe: so hat, wenn jener 1 Groschen setzt, dieser fünf dazu zu thun, wenn die Wahrscheinlichkeit auf beyden Seiten gleich seyn, und keiner vervortheilt werden soll.

316) **Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit mit zwey Würfeln gleiche Augen, z. B. beyde 3, zu werfen?** (1 : 36 oder $\frac{1}{36}$).

Mit einem Würfel ist nach oben die Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{6}$; oder der Würfel hat 6 Seiten, mit verschiedenen Bezeichnungen der Zahlen, und es sind daher 6 Fälle, unter welchen der geforderte Einmal seyn kann.

Nun

Nun sind für jeden Fall des einen Würfels, 6 Fälle des andern möglich; wenn der eine 1 zeigt, so kann der andere 1, 2, 3, 4, 5, 6 zeigen. Eben so wenn jener 1, 2, 3 u. s. w. zeigt. Wir haben demnach noch bey zwey Würfeln 6 mal 6 = 36 mögliche Fälle, und die Wahrscheinlichkeit, daß beyde 3 zeigen, ist also $\frac{1}{36}$. Unter 36 Fällen ist ein Fall dafür, 35 dagegen. Soll also die Hoffnung oder die Wahrscheinlichkeit bey zwey Wettenden gleich groß seyn: so müssen dem, der beyde 3 treffen will, 35 Würfe erlaubt werden, und dem, der diese nicht treffen will, nur Ein Wurf; oder, wenn jener 1 Groschen gibt auf den Fall, daß er beyde 3 nicht treffe, muß dieser 35 Groschen geben, wenn er sie trifft.

In diesem Falle ist also für beyde keine Wahrscheinlichkeit weder zum Gewinn, noch zum Verlust; diese tritt erst ein, wenn jener mehr setzt, oder dieser weniger zahlt.

317) **Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß man mit drey Würfeln alle Eins treffe?** ($\frac{1}{216}$).

Da bey zwey Würfeln 36 verschiedene Fälle oder Würfe möglich sind, und der dritte Würfel dann, für jeden dieser 36 Fälle, 6 verschiedene Lagen oder Augen geben kann: so sind 36 mal 6 = 216 verschiedene mögliche Fälle. Die Wahrscheinlichkeit alle Eins zu treffen ist also = $\frac{1}{216}$. 215 Fälle sind dagegen, nur einer dafür.

318) **Wie viel verschiedene Fälle oder Würfe sind möglich, bey 5, 6, 7, 8, 9, 10 Würfeln, alle Eins zu treffen?**

Da ein Würfel 6 verschiedene Lagen haben kann, und ein zweyter, der hinzu kommt, für jede jener 6 Lagen abermal 6 = 6 × 6; und einen dritten für jede dieser 6 × 6 abermal 6, also 6 × 6 × 6 = $6.^3$, so ist begreiflich, daß dann 4 Würfel $6.^4$ = 1296; fünf, $6.^5$ = 7776; sechs, $6.^6$ = 46656; sieben, $6.^7$ = 279936; acht, $6.^8$ = 1679616; neun, $6.^9$ = 10077696, und 10 Würfel $6.^{10}$ = 60466176 mögliche Fälle geben, und die Wahrscheinlichkeit mit so viel Würfeln alle Eins zu werfen, der so

vielste

vielste Theil ist. (Mit 10 Würfeln, das Jahr hindurch täglich 165662 mal geworfen, wäre erst Spielgewißheit da, alle Eins zu treffen.)

Aus diesem geht hervor die allgemeine

Regel: **So viel bey einem Dinge Fälle möglich sind, so viel mal so viel sind möglich, als die Zahl der Dinge und ihre möglichen Fälle sind.** Bey einem Würfel sind 6 Fälle möglich, bey einem zweyten eben so viel, also bey beyden $6 \times 6 = 36$. Ein Oktaedron hat acht gleiche Seitenflächen; es können also acht verschiedene Seiten nach oben kommen. Bezeichnen wir diese etwa mit Zahlen von 1 bis 8, so sind bey zweyen $8.^2 = 64$; bey drey $8.^3 = 512$; bey vieren $8.^4 = 4096$ Fälle möglich, z. B. daß einmal bey beyden oben 8 komme.

Ein Ikosaedron hat zwanzig gleiche (dreyeckige) Seiten; zwey geben daher $20.^2 = 400$; drey $20.^3 = 8000$; vier $20.^4 = 160000$ mögliche Fälle u. s. w.

Herr Prof. Mönnich hat in dem 1. Theile seiner Mathematik S. 351 diesen Gegenstand kurz berührt, und sagt: „Die Wahrscheinlichkeit, daß mit „3 Würfeln alle Sechse geworfen werden, ist, weil jeder Würfel sechs „Seiten hat, $= \frac{18 \times 17 \times 16}{1.2.3} = 816$, also $\frac{1}{816}$; und bey 6 Würfeln gibt er „sie $= \frac{1}{1947792}$ an." Allein so kann hier nicht gerechnet werden; denn alle Sechs sind nur auf eine einzige Art zu werfen möglich, wodurch sich die Zahl der Fälle sehr vermindert, wie man aus folgendem erkennen wird.

319) **Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit mit zwey Würfeln 7 Augen zu werfen; oder wie viel Fälle sind möglich?** $(\frac{1}{6}; 6)$.

Oben (Aufg. 316) fanden wir für 2 Würfel 36 verschiedene Fälle, und wenn zwey gleiche Zahlen, etwa zwey Eins, geworfen werden sollen, die Wahrscheinlichkeit $= \frac{1}{36}$, weil dieser Fall nur einmal möglich ist. Sollen aber 7 Augen kommen, so sind diese auf mehrere Arten möglich: der eine und der andere Würfel kann 1, 2, 3, 4, 5, 6 zeigen, während der eine oder der andere 6, 5, 4, 3, 2, 1 haben kann. Oder sie können

zei-

zeigen 1 u. 6, 2 u. 5, 3 u. 4. Da nun jede dieser Verbindungen zwey Verwechslungen zuläßt, nämlich wenn der Würfel A 1 und der Würfel B 6 zeigt, so kann wieder der Würfel A 6 und der Würfel B 1 zeigen. Es ist also diese 7 auf 6 verschiedene Arten zu werfen möglich; das Verhältniß zu allen andern Würfen ist daher 6 : 36 = 1 : 6, und die Wahrscheinlichkeit 7 zu treffen = $\frac{1}{6}$.

320) **Wenn ein Spielunternehmer etwa Waaren oder Geld auswürfeln läßt**, und verspricht gegen einen Kreuzer Einlage 100 Gulden auszuzahlen, wenn man mit 6 Würfeln 6 Augen, also alle Eins, trifft; wie viel wird er wahrscheinlich an Einlagen empfangen, bis er einmal 100 Gulden als Gewinn auszuzahlen hat?

Die mögliche Anzahl der Würfe mit 6 Würfeln ist $6.^6 = 46656$. Da nun alle Eins nur auf eine Art geworfen werden können (Seite 469): so ist es Spielgewißheit, daß derselbe 46656 Kreuzer einnimmt, bis er einmal 100 Gulden ausgeben muß. Jene Kreuzer betragen nun fl. $777\frac{3}{5}$. Jede Ausbezahlung von 100 Gulden, wird ihm also wahrscheinlich fl. $677\frac{3}{5}$ Gewinn lassen.

321) **Nach dem Anhange unserer Geld-, Münz-, Maß- und Gewichtskunde**, in welcher man alle Angaben zu solchen Berechnungen findet, leben 1000 Millionen Menschen auf der Erde, und in 33 Jahren sterben ungefähr eben so viel. Die Anzahl der Verstorbenen verhält sich zur Anzahl der Gebornen, wie 10 zu 12 (bis 13); folglich sterben jährlich 30 Millionen, und 36 werden geboren. Wie viel sterben in einem Tage (83000), in einer Minute? (60) (und ein Fünftheil werden mehr geboren.)

322) **Wenn in einer Stadt 57000 Einwohner sich befinden** (nämlich Kinder und Erwachsene): so könnten jährlich ungefähr 1000 **Ehen** geschlossen werden. In unsern Zeiten aber, in welchen das Heirathen nicht so leicht ist, als in den Zeiten der Kinder Israel, darf man nur die Hälfte annehmen; also unter 107 — 113 Lebenden **Eine Ehe**. Wie viel Ehen werden

den in einer Stadt, welche 30000 Einwohner hat, ungefähr jährlich geschlossen? (265 — 280.)

323) Die Ehen dauern im Durchschnitt 18 Jahre. Wenn also jährlich in einer Stadt 100 Ehen geschlossen werden, so bestehen daselbst (100 × 18 =) 1800 Ehepaare. Wie viel befinden sich in jener Stadt Ehepaare? (4770 bis 5040).

(Ungefähr 10000 Personen sind also darin verheirathet, 20000 nicht.)

324) Wenn 100 Mädchen geboren werden, so werden 104 bis 105 Knaben geboren. Wenn 100 vom weiblichen Geschlechte sterben, so sterben etwa 108 vom männlichen Geschlechte. Das lebende männliche Geschlecht verhält sich also zum weiblichen wie 100 zu $103\frac{1}{2}$. Wie viel sind von beyden Geschlechtern in einer Stadt von 30000 Einwohnern? (14742 männliche, 15258 weibliche.)

Nach S. 128: $100 + 103\frac{1}{2} = 203\frac{1}{2}$.

$203\frac{1}{2}$ — $103\frac{1}{2}$ — was 30000? und

$203\frac{1}{2}$ — 100 — was 30000?

325) Im Durchschnitt wird jährlich Einer geboren unter 28 bis 30 Lebenden; und Einer stirbt unter 32 Lebenden. Wie viel werden geboren, wie viel sterben unter 30000 Lebenden? (Es werden geboren 1000 — 1071; es sterben etwa 938.)

326) Wenn in einer Stadt oder in einem Lande 29760 Menschen sich befinden, in einem Jahre 1310 geboren werden, und 1000 sterben: a) wie groß ist das Maß der Vermehrung; b) wie groß die Volksmenge nach 10, nach 100 Jahren? ($\frac{1}{96}$; 33009; 83885).

1310 ÷ 1000 = 310, die Ueberzahl der Mehrgebornen. Diese verhalten sich dann zu den Lebenden wie 310 : 29760 = 1 : 96. Auf 96 Lebende, kann man also im nächsten Jahre 97 annehmen. Die Vermehrung für jede gegebene Zahl von Jahren wird dann nach der Zinseszinsrechnung gefunden:

96 geben 97, wie viel 29760? = $29760 \times \frac{97}{96}$; im ersten Jahre.
96 geben 97, wie viel $29760 \times \frac{97}{96}$? = $29760 \times \frac{97}{96} \times \frac{97}{96}$; im zweyten Jahre
Im 10ten Jahr also $29760 \times (\frac{97}{96})^{10}$; und im hundertsten Jahre:
$29760 \times (\frac{97}{96})^{100}$.

327) **Wenn ein Land 33009 Einwohner hat, und die Bevölkerung oder Vermehrung um $\frac{1}{96}$ zunimmt; wie stark war ihre Anzahl vor 10 Jahren?** (29760). $33009 \times \frac{96}{97}$.

328) **Wenn die Volksmenge 33009 ist, vor 10 Jahren aber nur 29760 war;** wie ist das Maß der Vermehrung? ($\frac{1}{96}$). Wie S. 471.

329) **Die Volksmenge war einst 29760, jetzt 33009.** Wenn das Maß der Zunahme $\frac{1}{96}$ ist; wie viel Jahre sind darzwischen verflossen? (10).

330) **70 Israeliten kamen nach Aegypten.** Als sie nach 430 Jahren auszogen, waren es, die 5jährigen Kinder nicht mitgezählt, 660000; wie groß war die Vermehrung? (Beynahe $\frac{1}{40}$).

331) **Von allen, welche in Einem Jahre geboren werden, stirbt die Hälfte bis zum 20igsten Jahre.** Wenn nun alle 19jährigen Jünglinge Soldaten werden sollen, wie viel werden unter 30000 Einwohnern sich befinden? Nach den vorstehenden Aufgaben werden hier jährlich 1000 bis 1071 geboren. Die Hälfte stirbt bis zum 20igsten Jahre; es bleiben noch 500 — 535. Die Jungfrauen darunter verhalten sich aber zu den Jünglingen wie $103\frac{1}{2}$ zu 100. Rechnen wir nun wie in der 324 Aufgabe, so werden kommen 245 — 262.

Man sehe über alles dieses den Anhang unserer Geld-, Münz-, Maß- und Gewichtskunde: **Ueber das Wahrscheinliche im Menschenleben.**

332) **Wie viel Rauchtabak wird verbrannt, wenn wir in einem Staate von 3 Millionen Einwohnern jeder Mannsperson von 16 bis 90 Jahren und darüber, täglich 2 Pfeifen, jede zu $\frac{1}{8}$ Loth, rauchen lassen?**

Unter 3 Millionen Lebenden haben $\frac{2}{3}$ das Alter über 16 Jahre; also 2 Millionen. Unter diesen ist mehr als die Hälfte weiblichen Geschlechts,

und

und wir können der Kriege und des Auswanderns wegen nur 800000 Mannspersonen über 16 Jahre alt annehmen. $\frac{1}{4}$ Loth täglich, beträgt des Jahres $91\frac{1}{4}$ Loth. Geben wir noch 38 Pfeifen zu, so werden es 96 Loth oder 3 ℔; und der ganze Verbrauch ist dann 24000 **Zentner**, welche acht Fabriken, jede mit vier Schneidmaschinen, liefern können. (Man sehe unsern Aufsatz im 56ten Stück der Handlungs-Zeitung vom Jahre 1813.)

Aufgaben, welche durch arithmetische Reihen zu berechnen sind.

333) **20 Soldaten ersteigen zuerst die Sturmleiter.** Dem ersten wird 100 Thaler, dem zweyten 96, und jedem folgenden 4 Thaler weniger gegeben. Wie viel bekommt der letzte, und wie viel alle zusammen? (24; 1240) S. 108. $a = 100; d = 4; g = 20$.

334) **Bey einem Scheibenschießen war der erste Gewinn 40 Gulden, der letzte 4.** Wenn 10 Gewinnste waren und sie gleichförmig abnahmen; wie viel betrugen sie sämmtlich? (220); um wie viel der Unterschied der Preise? (4).

335) **Ein Herr nimmt einen Bedienten an,** und verspricht ihm das erste Jahr 30 Gulden, und jedes folgende $4\frac{1}{2}$ mehr. Wie viel wird derselbe im 17ten Jahre bekommen, und wie viel zusammen in 17 Jahren erhalten haben? (102; 1122). S. 107.

336) **3500 Thaler werden zu 4 vom Hundert verliehen,** und jährlich 300 Thaler zugelegt; wie viel werden nach 24 Jahren die sämmtlichen Zinsen betragen? (6672). $a = 140; l = 140 + (24 \div 1) \times 24 = 416$, u. s. w. S. 107.

337) **Ein Reisender,** welcher in 19 Tagen an seinem Bestimmungsorte seyn will, beschleunigt seine Reise so, daß er jeden folgenden Tag eine Viertel-

telmeile mehr zurück legt, als den vorhergehenden. Wenn er nun den letzten Tag $14\frac{1}{2}$ Meilen zurück legt: wie viel Meilen machte derselbe den ersten Tag, und wie viel während seiner Reise? (10; $232\frac{3}{4}$). Hier ist a und S zu suchen.

338) **Ein Schuldner**, welcher außer Stand ist auf einmal zu bezahlen, verspricht seine Schuld von 12950 Gulden in monatlichen Terminen abzutragen, und zwar das erste Monat 600 Gulden, und jedes folgende immer 50 mehr, als im vorhergehenden. In wie viel Monaten wird derselbe seine Schuld abgetragen, und wie viel wird die letzte Zahlung betragen haben? (14 M.; 1250). Die Zahl der Glieder, g, und das letzte Glied, l, sind hier zu suchen. Da wir für diesen Fall, in welchen g und l unbekannt sind, S. 109, keine Formel gegeben haben: so müssen wir für eine oder die andere dieser unbekannten Größen dort zwey Werthe suchen, wo eine der andern gleich ist, damit eine davon aus der Gleichung gebracht werden kann.

Wählen wir dazu g, so finden wir S. 107 am Ende, daß $g = \frac{l \div a}{d} + 1$; und S. 109, Formel IV., $g = \frac{2S}{a+l}$. Nun fällt also g weg, und es ist:

$$\frac{l \div a}{d} + 1 = \frac{2S}{a+l}$$

$$\times d. \quad l \div a + d = \frac{2Sd}{a+l}$$

$$\times \quad a + l$$

$$ll \div al + ld$$

$$+ al \div aa + ad$$

$$ll + ld \div aa + ad = 2Sd$$

$$ll + ld = 2Sd + aa \div ad.$$ Addirt $\frac{1}{4}$ dd. S. 281.

$$ll + ld + \tfrac{1}{4}dd = 2Sd + aa \div ad + \tfrac{1}{4}dd.$$ Die Quadratwurzel ausgezogen

$$l + \tfrac{1}{2}d = \surd(2Sd + aa \div ad + \tfrac{1}{4}dd).$$

Nun

Nun ist 2 Sd (2 × 12950 × 50) = 1295000
+ aa (600 × 600 =) . . 360000
+ ¼ dd (½ × 50 × 50 =) . . 625
1655625
Ab ad (600 × 50 =) ÷ 30000
Daraus die Quadratwurzel: 1625625 | 1275 die Wurzel.
1
1 × 2 = 2 62
44
12 × 2 = 24, 7 1856
1729
127 × 2 = 254, 5 12725
12725

Es ist also 1 + ½ d = 1275. Und ½ d = 50 : 2 = 25
ab ½ d = ÷ 25
1 = 1250, das letzte Glied der arithmetischen Reihe.

Nun ist nach der IV. Formel S. 109, $g = \frac{2S}{a+1}$. 2 S = 2 × 12950
= 25900 |
getheilt durch a + 1 = 600 + 1250 = 1850 1850 |
gehet 14 mal; also g = 14. 7400 |
7400 |

339) Einer erzählte, daß er sich in diesem Jahre 78 Gulden erspart, und überhaupt 1350 Gulden zusammengebracht habe, dadurch, daß er alle Jahre von seinem Einkommen 2 Gulden mehr als das vorhergehende, zurücklegte. Wie viel Jahre sammelte er schon, und wie viel legte er das erste Jahr zurück? (25 Jahre; 30 Gulden). Hier ist das erste Glied, a, und die Zahl der Glieder, g, zu suchen. Wir können dieß aus den Formeln der vorigen Aufgabe, welche beyde = g sind, aus denen wir dann a entwickeln, da uns l bekannt ist. $\frac{2S}{a+l}$

$\frac{2S}{a+l} = \frac{l \div a}{d} + 1$; $\frac{2Sd}{a+l} = l \div a + d$.

$$\begin{array}{r} \times \quad a + l \\ \hline + ll \div al + ld \\ \qquad + al \div aa + ad \\ \hline ll + ld \div aa + ad \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} 2Sd & = & \\ + aa \div ad & & + aa \div ad \end{array}$$

$$aa \div ad + 2Sd = ll + ld$$

$$aa \div ad = ll + ld \div 2Sd$$

$$+ \tfrac{1}{4} dd \qquad + \tfrac{1}{4} dd$$

$$\sqrt{aa \div ad + \tfrac{1}{4} dd} = \sqrt{(ll + ld \div 2Sd + \tfrac{1}{4} dd)}$$

$a \div \frac{1}{2} d = ll = 78 \times 78 = 6084$

$ld = 78 \times 2 = 156$

$\frac{1}{4} dd = \frac{1}{4} \times 2 \times 2 = 1$

6241

Davon ab $2Sd = 2 \times 1350 \times 2 = \div 5400$

Daraus die Quadratwurzel? 841 | 29 die Quadratwurzel.

4

Also $a \div \frac{1}{2} d = 29$ $\quad 49 \quad 441$

$+ \frac{1}{2} d = +1$ $\quad 441$

$a = 30$, das erste Glied, oder die anfänglich zurückgelegte Summe, g, findet man dann wie oben.

Nun noch einiges:

Ueber den Fall der Körper.

Die Körper, wenn wir sie von einer Höhe herabfallen lassen, bewegen sich nicht mit gleichförmiger Geschwindigkeit, sondern mit beschleunigter; das heißt, sie legen nicht in gleichen Zeittheilen gleich viel Raum zurück; sondern in jedem folgenden immer mehr, als in den vorhergehenden.

Nach

Nach angestellten Versuchen fällt ein Körper in einer Secunde 15'625 Rheinische, oder 15'09586 Pariser Fuß im luftleerem Raume. (Wir setzen dafür 15).

In 2 Secunden fällt derselbe 4 mal 15 = 60 Fuß
In 3 — (3 mal 3 =) 9 mal 15 = 135 —
In 4 — (4 mal 4 =) 16 mal 15 = 240 —
In 5 — (5 mal 5 =) 25 mal 15 = 375 —
In 6 — (6 mal 6 =) 36 mal 15 + 540 —

Aus diesem erkennen wir das

Gesetz: Der Raum, den ein Körper in einer gegebenen Zeit von Secunden zurücklegt, ist gleich dem Quadrate derselben multiplicirt mit 15, der Einheit.

Betrachten wir die Verschiedenheiten der durchlaufenen Räume in den auf einander folgenden Zeiten, so finden wir folgendes

Gesetz: Die Höhe des Falls eines Körpers in jeder gegebenen Zeit, ist die Summe der arithmetischen Reihe, deren erstes Glied 15, der Unterschied 30, und die Zahl der Glieder der gegebenen Zeit gleich ist.

In der ersten Secunde ist die Geschwindigkeit 15; in der zweyten Secunde dann 15 + 15 + 30 = 60; in der dritten 15 + 45 + 75 = 135, u. s. w.

Wir können nun das eine oder das andere dieser Gesetze zu den Berechnungen anwenden. Setzen wir nach dem ersten Gesetze die Einheit des Falls in einer Secunde, die 15 Fuß, = e;

den Fallraum oder die Höhe = h;
die Zeit des Falls . . = Z;

so ist nach dem ersten Gesetze:

$$h = eZZ;\ e = h : ZZ;\ Z = \sqrt{(h : e)}.$$

Setzen

Setzen wir nach dem zweyten Gesetze das erste Glied, die 15 Fuß = e;
den Unterschied, 30 Fuß . = d;
die Zahl der Glieder, die Secunden = Z;
den Fallraum oder die Summe = h;
das letzte Glied, oder die erlangte Geschwindigkeit in der letzten Sec. = l;
so finden wir nach S. 109 die einzelnen Größen, nach den daselbst aufgestellten Formeln.

340) **Wie viel Secunden braucht ein Körper, etwa ein Stein, um aus einer Höhe von 2160 Fuß herabzukommen?** (12 Secunden).

Nach unserm ersten Gesetze: $Z = \sqrt{(h : e)}$. Nun ist $h = 2160$; getheilt durch $e = 15$, kommt 144; daraus die Quadratwurzel, gibt 12, als die gesuchte Zeit.

341) **Wie viel Fuß fällt ein Stein in einer Stunde oder in 3600 Secunden?** (194400000 Fuß; oder, wenn wir 24000 Fuß auf eine deutsche Meile rechnen, so fällt derselbe 8100 Meilen in einer Stunde).

Nach dem ersten Gesetze: $h = eZZ$; also $= 3600 \times 3600 \times 15$.

342) **Wenn ein Körper in 12 Secunden von einer Höhe herabgekommen ist; wie viel Fuß beträgt dieselbe?** (2160).

343) **Wie viel betrug, nach den beyden vorletzten Aufgaben, in jeder die Fallhöhe der letzten Secunde;** oder wie groß war die Geschwindigkeit in derselben? (In der 12ten Secunde 345; in der 3600sten 107985 Fuß der zurückgelegte Raum in der **letzten** Secunde.)

Hier wird also das letzte Glied, l, gesucht. $l = \frac{2S}{g} \div a$. Daher, Aufg. 338, $l = \frac{2 \times 2160}{12} \div 15 = 360 \div 15 = 345$ Fuß. Und Aufg. 338: $l = \frac{194400000 \times 2}{3600} \div 15 = 107985$ Fuß. Wir können dieß auch nach der ersten Gleichung so finden: Der Raum für die ganze Fallzeit ist gegeben; nun suchen wir den Raum für die Zeit bis zur vorletzten Secunde,

eunde, und ziehen diesen von jenem ab; so haben wir den Raum oder die Geschwindigkeit der letzten Secunde.

11 × 11 × 15 = 1815. Von 2160 ab 1815, bleibt 345. Ferner:

3599 × 3599 × 15 = 194292015. Dieß ab von

194400000

bleibt 10798. Fuß, oder beynahe 9 Stunden in einer Secunde.

344) **Wenn ein Körper mit beschleunigter Geschwindigkeit fällt, und zwar in der ersten Secunde 15 Fuß, in der zweyten Secunde 30 Fuß mehr als in der ersten, also 45, in der dritten wieder 30 Fuß mehr als in der zweyten, also 75 ꝛc.; wie viel Fuß wird er in der zehnten Secunde zurücklegen?** (285, die Geschwindigkeit in der zehnten Secunde.)

345) **Wie hoch ist der Thurm, von welchem er in 10 Secunden herabgekommen ist?** (1500 Fuß).

346) **Wenn ein Körper von einer Höhe von 240 Schuhen herabgefallen** ist, wie lange hat er gebraucht? (4 Secunden.)

Diese Aufgaben können sehr oft angewendet werden. Die Kraft herabfallender Pflöcke oder Klötze beym Einrammen der Pfähle; die Wirkung der Schießgewehre; der Schleuder, der Armbrust ꝛc. kann durch sie gefunden werden. Je höher der Fall; je größer die Geschwindigkeit in einer Einheit der Zeit: desto größer die Wirkung.

Aufgaben, welche durch die Regel Falsi aufgelöst werden können.

In den Rechenbüchern kommen oft noch zur Auflösung einiger Arten von Aufgaben zwey Anweisungen vor, unter den Namen Regel Falsi und Regel Coeci. Ob dieselben nun gleich durch die Algebra entbehrlich geworden sind: so wollen wir sie doch, um nichts auszulassen, hier noch vortragen.

Die Regel Falsi findet ihre Anwendung, wenn eine Zahl nach gegebenen Verhältnissen zerlegt oder vervielfacht werden soll; es mag noch etwas dazu addirt oder abgezogen werden sollen, oder nicht. Man nimmt dann irgend eine Zahl, die also nicht die wahre oder richtige, sondern eine Falsche (daher der Name falsus) seyn kann, an, und verfährt damit, wie es die Aufgabe vorschreibt, und schließt dann nach der Regel Detri: Wie sich die aufgefundene Zahl zu der angenommenen verhält, so verhalten sich die gegebenen Zahlen, zu den zu suchenden ꝛc.

347) Wenn ich noch halb-, und ein Viertel-, und ein Achtel-, und ein Sechszehntel so viel Geld hätte, und noch 8 Gulden: so hätte ich gerade 1000 Gulden. Wie viel besitze ich? (512).

Wir nehmen nun willkührlich irgend eine Zahl, und verfahren nach der Aufgabe. Er habe 160.

Dazu $\frac{1}{2}$ = 80.
$\frac{1}{4}$ = 40.
$\frac{1}{8}$ = 20.
$\frac{1}{16}$ = 10.

Kommen 310. Dieß sollten nun 1000 ÷ 8 = 992 seyn; es ist also zu wenig angenommen worden. Nun schließen wir: 310 gefundene Summe, erfordert 160 an Besitz, wie viel 992 jener Summe?

Durch Gleichung hätten wir dieß leichter gefunden:

$$x + \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}x + \frac{1}{8}x + \frac{1}{16}x + 8 = 1000.$$

Das 8 in der ersten Auflösung mußten wir zuerst abziehen, oder aus der Berechnung entfernen, weil es in in keinem geometrischen Verhältnisse zu den Andern Größen stand. Davon weiter unten.

348) Drey Personen sollen unter sich 650 Kronenthaler so theilen, daß die zweyte 4 mal so viel als die erste, und die dritte $2\frac{1}{3}$ mal so viel als jene beyde bekommt. Wie viel erhält jeder? (39; 156; 455).

Setzen

Setzen wir die erste bekomme 300; dann bekäme
die andere . . 1200
die dritte . . . 3500
das Ganze 5000; also zu viel.

Nun schließen wir: Bey der Summe 5000 erhält der erste 300, wie viel bey der Summe 650? Kommt 39, u. s. w. Man berechne es durch Gleichung.

349) **Man verlangt eine Zahl, von welcher $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{5}$, und $\frac{1}{7}$ zusammen 808 betragen. Welche hat diese Eigenschaft?** (840).

350) **Wie groß muß das Capital seyn, von welchem man nach 6 Jahren 200 Gulden Zinsen, zu 4 vom Hundert, erhalten kann?** ($833\frac{1}{3}$). Wollen wir das Capital = 500 annehmen. Die Zinsen in 6 Jahren betragen dann 120; also ist das Capital größer.

120 Zins erfordern 500 Capital, wie viel 200 Zins?

351) **6954 Gulden sollen unter drey Personen so vertheilt werden, daß** die zweyte 54 Gulden mehr erhält, als die erste; und die dritte 78 Gulden mehr, als jene beyde. Wie viel erhält jede? (1692; 1746; 3516).

Es erhalte die erste 100
die zweyte dann . 100 + 54
die dritte . . . . 200 + 132
das Ganze 400 + 186.

Wenn wir nun das bisherige Verfahren hier anwenden und schließen wollen, wie sich die hier gefundene Summe zu den Einheiten oder Antheilen verhält: so verhält sich jene gegebene (6954) zu den Antheilen; so gilt dieses, wie wir schon in der ersten dieser Aufgaben (347) bemerkten, nur von den gefundenen 400, denn diese stehen in geometrischen Verhältnissen, wie 1 zu 1 zu 2, zu einander.

Die andern Größen, 54 und 54 + 78 = 186 aber stehen im arithmetischen Verhältnisse, und können daher nicht in jenen Ansatz kommen.

Wir müssen sie demnach von der gegebenen Summe abziehen: 6954 ÷ 186, bleibt 6768. Nun können wir schließen: wie sich verhält 400 : 6768, so 100 : x, und erhalten 1692, und dann 1692 + 54 = 1746; ferner 3384 + 54 + 78 = 3516. Algebraisch stehet der Ansatz also:

x + x + 54 + 2x + 54 + 78 = 6954.

352) **72 Personen, Männer und Frauen, verzehren in einem Gasthause 15 Thaler oder 360 Groschen. Daran zahlte jede Mannsperson 9, und jedes Frauenzimmer 3 Groschen. Wie viel waren von beyden?** (24 M.; 48 Fr.) Es seyen 36 M. à 9 Gr. = 324

und 36 Fr. à 3 Gr. = 108

432 Gr.

Es seyen 40 M. à 9 Gr. = 360

32 Fr. à 3 Gr. = 96

456 Gr.

Um die Zahl der Männer zu finden, schließen wir nun: wie sich verhält:

456 ÷ 432 : 456 ÷ 360 = 40 ÷ 36 : 40 ÷ x

24 : 96 = 4 : 40 ÷ x; u. s. w.

Durch die Algebra: m + f = 72; 9 m + 3 f = 360 f = 72 ÷ m; f = 120 ÷ 3 m. Dann: 72 ÷ m = 120 ÷ 3 m; 2 m = 48; m = 24. u. s. w.

Aufgaben, welche durch die Regel Coeci aufgelöst werden können.

Diese Regel, sonst Zekis genannt (und dann mit diesem arabischen Worte zu schreiben, oder etwa von Caecus, blind, dann Caeci), kann blos bey Auflösung einiger unbestimmten Aufgaben gebraucht werden, welche aus der Summe verschiedener Arten von Dingen und des Preises derselben, und des Betrags des Ganzen, die Anzahl der einzelnen Arten finden lehrt.

353)

353) Man will für 1080 Thaler 100 Stück Vieh kaufen, und zwar Kühe zu 20 Thaler, Schweine zu 8 Thaler, Schafe oder Lämmer zu 4 Thaler. Wie viel von jeden wird man kaufen können, so daß die Summe gerade aufgeht?

Man siehet, daß diese Aufgabe zu den unbestimmten gehört; wir haben drey unbekannte Größen zu suchen, und nur bekannte zu zwey Gleichungen. Wir wollen sie nun zuerst durch die Algebra auflösen.

$K + S + L = 100$; $20\,K + 8\,S + 4\,L = 1080$

$L = 100 \div K \div S$; $1080 \div 20\,K \div 8\,S = 4\,L$

$100 \div K \div S = 270 \div 5\,K \div 2\,S$

$4\,K + S = 170$; $S = 170 \div 4\,K$. Nun können wir den Werth von K nach Belieben annehmen, doch so, daß er der Aufgabe entspricht. Nehmen wir $K = 10$; so ist $4\,K = 40$ und $170 \div 40 = 130 = S$, der Zahl der Schweine. Da es nun nur 100 Stück Vieh in allem seyn sollen; so entspricht dieß der Aufgabe nicht. $K = 23$ gesetzt, gibt $S = 170 \div 92 =$ 78 Schweine; diese und 23 Kühe sind schon 101 Stück; also schon 1 Stück zu viel und dabey noch kein Schaf. $K = 24$ gesetzt, gibt $S = 170 \div 96 = 74$ Schweine. Beyde betragen 98 Stück, und es kommen dann $100 \div 98 = 2$ Stück Lämmer dazu. Die kleinste mögliche Anzahl der Kühe, die dieser Aufgabe entspricht, ist also 24, der Schweine dann 74, der Lämmer 2. Nehmen wir nun ferner die Zahl der Kühe immer um Ein Stück größer an, so werden wir nach oben finden: 25 Kühe, 70 Schweine, 5 Lämmer;

26	—	66	—	8	—
27	—	62	—	11	—
28	—	58	—	14	—

Nun können wir so fortfahren die Zahl der Kühe zu vermehren bis 42. Setzen wir $K = 42$, so kommt $S = 170 \div 168 = 2$; und Lämmer dann 56. Dieß ist nun die letzte mögliche Art. Denn setzen wir $K = 43$, so ist $S = 170 \div 172$, was sich nicht abziehen läßt. Diese gefundene Anzahl der Stücke, mit den Preisen multiplicirt, müssen also immer die Summe von 1080 Thaler ausmachen.

machen. Z. B. das letzte Verhältniß

42 Kühe	à	20 Thlr.	=	840
2 Schweine	à	8 —	=	16
56 Lämmer	à	4 —	=	224
				1080 Thaler.

Nach der **Regel Coeci** wird nun also verfahren: Die verschiedenen Werthe der Dinge, deren mögliche Verhältnisse zu einander gesucht werden sollen, schreibt man vom größten zum kleinsten abwärts unter einander, und setzt die Anzahl der Dinge und den ganzen Werth darneben. Zur Seite der Werthe oder Preise setze man die Unterschiede, den die größern von den kleinsten haben. Nun multiplicirt man den **kleinsten** Werth mit der Anzahl der Dinge, und zieht das Product vom **ganzen Werthe** ab. Der gefundene Rest muß nun so getheilt werden, daß die einzelnen Theile Vielfache (Multipla) der oben gefundenen Unterschiede (der Preise) sind. Die gefundenen Multiplicatoren der Unterschiede müssen aber zusammen **weniger** ausmachen, als die Zahl der Dinge, damit auch für das, welches den geringsten Preis hat, noch eine Anzahl bleibt. Die Summe jener von der ganzen Anzahl der Dinge abgezogen, läßt dann die Anzahl dieser.

Preise oder Werthe:	20	16	Unterschiede vom kleinsten Werthe.
=	8	4	
Stücke 100 =	4		
mit dem geringsten Preis × 4			
Ab 400			

von dem ganzen Werth 1080, bleibt 680. Diese Zahl soll nun in zwey Theile zerlegt werden, und zwar so, daß in dem einen Theil der Unterschied 16, und in dem andern der Unterschied 4, als Factor, in **ganzen Zahlen**, enthalten ist, beyde addirt aber nicht ganz 100 betragen, um dem dritten Dinge auch einen Antheil zu lassen.

Setzen wir zu dem einen Factor 16 hinzu 23; so ist 16 × 23 = 368; diese ab von 680, bleiben für den andern 312. Diese getheilt durch 4, kommen 78 (als Zahl der Schweine). Die Stücke wären dann 23 + 78 = 101; also ohne Lämmer schon größer, als die Anzahl seyn soll. Nun versucht man die andern Verhältnisse, und findet sie dann also:

680

			Kühe.	Schweine.	Schafe.	
680 = 16 × 24 + 4 × 74,		also	24 +	74 +	2	= 100
= 16 × 25 + 4 × 70	—		25 +	70 +	5	= 100
= 16 × 26 + 4 × 66	—		26 +	66 +	8	= 100
= 16 × 27 + 4 × 62	—		27 +	62 +	11	= 100
= 16 × 28 + 4 × 58	—		28 +	58 +	14	= 100
= 16 × 29 + 4 × 54	—		29 +	54 +	17	= 100
= 16 × 30 + 4 × 50	—		30 +	50 +	20	= 100, u. s. w., wie oben.

Dieß mag genug seyn, um zu wissen, wie man, ehe die Algebra bekannt wurde, solche Aufgaben behandelte.

Aufgaben, welche durch Gleichungen aufgelöst werden können.

(Algebraische Aufgaben.)

354) **Unter 6 Personen sollen 36 Gulden so vertheilt werden, daß jede folgende 1 Gulden mehr bekommt, als die vorhergehende. Wie viel bekommt jede?** $(3\frac{1}{2} \cdot 4\frac{1}{2} \cdot 5\frac{1}{2} \cdot 6\frac{1}{2} \cdot 7\frac{1}{2} \cdot 8\frac{1}{2})$.

355) **Unter 4 Soldaten sollen 112 Gulden so vertheilt werden, daß jeder folgende zweymal so viel und noch 2 Gulden mehr, als der vorhergehende, erhält. Wie viel bekommt jeder?** (6, 14, 30, 62.)

356) **Es hat jemand 3 Scheffel Dinkel mehr als Hafer, und 2 Scheffel Rocken mehr als Dinkel, und zusammen 44; wie viel hat er von jeder Sorte?** (12, 15, 17). $x, + x + 3, + x + 3 + 2 = 44$. (Man erkennt in diesen 3 Aufgaben die arithmetische Reihe.)

357) **Der Scheffel Dinkel kostet 6, der Scheffel Hafer 5 Gulden. Wir brauchen von beyden gleich viel; wie viel werden wir für 77 Gulden bekommen?** (7.) $5x + 6x = 77$.

358) Ich möchte doppelt so viel jungen Wein unter alten mengen, und von beyden für 255 Gulden kaufen. Wenn nun jener 20, dieser 45 Gulden kostet; wie viel habe ich von jedem zu nehmen? (6 jungen, 3 alten.)
$45x + 40x = 255$.

359) Ein Wasserbehälter kann durch eine Zuführungs-Röhre in 12 Stunden gefüllt, und durch eine Abzugs-Röhre in 18 Stunden ausgeleert werden. Wenn in demselben kein Wasser ist, und beyde Röhren geöffnet werden, in wie viel Stunden wird derselbe gefüllt seyn? (Ju 36.) Setzen wir die Zeit = x und die Wassermasse im Behälter = 1, oder auch, wer die Einheiten nicht will, = 10 Cubikfuß. So lauft ein in x Zeit:

In 12 Stunden fließt hinein 10 C. F., wie viel in x Stunden? $= \frac{10x}{12}$ C. F.

Aus fließt in 18 Stunden 10 C. Fuß, wie viel in x Stunden? $= \frac{10x}{18}$ C. F.

Nun soll der Behälter voll seyn; oder es sollen 10 Cubikfuß mehr ein- als ausgeflossen; daher: $\frac{10}{12}x \div \frac{10}{18}x = 10$; $10x \div \frac{120}{18}x = 120$

und $180x \div 120x = 2160$; $60x = 2160$; $x = 36$ Stunden.

In dieser Zeit kann der Behälter 3 mal voll werden ($3 \times 12 = 36$) und 2mal ablaufen ($2 \times 18 = 36$); er ist also gefüllt.

360) Drey Personen kaufen einen Laib Käse. Die erste schneidet davon $\frac{1}{4}$ ab; die zweyte nimmt von dem Reste $\frac{1}{6}$, und dem dritten bleiben 15 Pfunde. Wie viel hat der Laib gewogen (24 ℔) und wie viel Pfunde die erste (6 ℔) und zweyte (3 ℔) erhalten? Das Gewicht sey x. Die erste Person nimmt $\frac{1}{4}$, bleiben $\frac{3}{4}x$. Die zweyte davon $\frac{1}{6}$, ist $\frac{3}{24}x = \frac{1}{8}x$. Von $\frac{3}{4}x$ ab $\frac{1}{8}x$; bleibt $\frac{5}{8}x$ für die dritte, welche 15 ℔ erhielt. Also $\frac{5}{8}x = 15$; $x = 24$ u. s. w.

361) Nach dem Testamente eines Vaters sollen seine vier Söhne das Vermögen so unter sich theilen, daß der erste 3000 Gulden weniger als die Hälfte, der zweyte 1000 Gulden weniger als ein Drittel, der dritte ein Viertel, der vierte ein Fünftel des Ganzen und noch 600 Gulden

den bekommen. Wie groß war die Verlassenschaft (12000) und wie viel bekam jeder? (3000.)

$\frac{1}{2}x \div 3000, + \frac{1}{3}x \div 1000, + \frac{1}{4}x, + \frac{1}{5}x + 600 = x.$

362) 6000 Gulden sollen unter drey Personen so vertheilt werden, daß die zweyte 5 Gulden mehr erhält, als die erste, und die dritte 4 mal mehr als alle beyde, weniger 25; wie viel hat jede zu erhalten? (600. 605. 4795.)

Die erste x
Die zweyte . . . . . x + 5
Die dritte $(2x + 5) \times 4 \div 25 = 8x + 20 \div 25$

$10x = 6000;\ x = 600$, die erste.
$+ 5 = 605$, die zweyte.
$4820 \div 25 = 4795$, die dritte.
Alle drey 6000.

Oder, nach der Regel des Falschen, der Voraussetzungs-Regel (S. 479).

Angenommen die erste bekomme 4
die zweyte dann $4 + 5 = 9$
die dritte $4 + 9 = 13 \times 4 = 52 \div 25 = 27$

das Ganze soll dann seyn 40, statt 6000.

Wie sich nun verhält: 40 : 6000, so 4 zu 600, Antheil der ersten u. s. w.

Hätten wir den Antheil der ersten = 1 gesetzt, so erhielten
die zweyte $1 + 5 = 6$
die dritte $7 \times 4\ (\div 25) = 3$

$10 : 6000 = 1.\ (\frac{6000}{10})$

363) Einer gibt dem Kerzen-Gießer 60 ℔ Talg à $3\frac{1}{4}$ Schilling oder Groschen. Er soll Lichter daraus gießen, und für sein Gießerlohn zu $1\frac{3}{4}$ Schilling vom Pfund, Talg davon behalten. Wie viel Pfund Lichter muß er liefern? (39).

Der Preis $3\frac{1}{4}$; der Arbeitslohn $1\frac{3}{4}$, beyde 5. Wie sich 5 zu $3\frac{1}{4}$ verhält (der Preis und Arbeitslohn, zum Preis), so verhält sich 60 zu den

zu liefernden Pfunden: $(5 : 3\frac{1}{4} = 60 : \frac{3\frac{1}{4} \cdot 60}{5} = 3\frac{1}{4} \times 12 = 39)$.
Oder: Er hat zu liefern x ℔. Die kosten mit Arbeitslohn 5, also betragen sie 5 x, und müssen dann gleich seyn mit dem Preis des Ganzen, $60 \times 3\frac{1}{4} = 195$; also $5x = 195$, und $x = 39$.

364) **Ein Unterofficier wurde gefragt, wie stark seine Wache sey.** Er antwortete: Ein Mann sey desertirt, von dem Ganzen sollte die Hälfte in der Wachtstube, $\frac{1}{3}$ auf den Posten und $\frac{1}{4}$ auf Pikets seyn; dazu aber fehlte der desertirte. Wie viel hatte er noch? (12; anfangs 13).

$$\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}x + \frac{1}{4}x + 1 = x.$$

365) **Von einem Artillerie-Commando** schlug die Hälfte Brandröhren, $\frac{1}{3}$ füllte Bomben, $\frac{1}{9}$ trug sie ab und zu, und 2 Mann verfertigten Brandzeug. Wie stark war es? (36). $\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}x + \frac{1}{9}x + 2 = x$.

366) **Pythagoras wurde gefragt, wie viel er Schüler habe.** Die Hälfte, sagte er, studirt Philosophie, der dritte Theil Mathematik, der vierte übt sich im Stillschweigen, und drey habe ich eben angenommen. Wie viel hatte er? (36). $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$ sind $\frac{13}{12}x = x + 3$.

367) **Eine Römerin ging in den Tempel Jupiters und bat,** er möchte ihr Geld, das sie bey sich habe, verdoppeln. Jupiter thats, und sie opferte ihm 2 Drachma (Denarius). Mit dem Ueberreste ging sie in den Tempel des Apollo, und bat ein gleiches, und opferte abermal 2 Drachma. Zu Haus fand sie mit Verwunderung, daß sie, ungeachtet der Verdoppelungen, nur 1 Drachma habe; wie viel hatte sie anfangs? $(1\frac{3}{4})$.

368) **800 Thaler waren in gleichen Zeittheilen** (Terminen) **zu bezahlen,** und zwar im ersten 20 und in jedem folgenden immer eine gleiche Summe mehr, als in dem vorhergehenden. Wenn nun im letzten Termine 80 Thaler bezahlt wurden; so ist die Frage: wie viel Termine es waren, und wie viel in jedem ist mehr bezahlt worden? (16; 4). Man erkennet, daß dieß eine arithmetische Reihe ist, für welche der Unterschied, d, und die

Zahl

Zahl der Glieder, g, gesucht werden soll. Nun ist hier gegeben das erste und letzte Glied, und die Summe. Nach S. 107 und 108 ist dann das letzte Glied $80 = 20 + (g \div 1)\, d$, und die Summe $800 = \left(\frac{20+80}{2}\right) \times g$; also $800 : \left(\frac{20+80}{2}\right) = g = 800 : 50$, $g = 16$. Diesen Werth in die Gleichung $80 = 20 + (g \div 1)\, d$ gesetzt, kommt: $80 = 20 + (16 \div 1)\, d = 60 = 15\, d$; $d = 4$.

369) **Eine feindliche Armee ist vor 3 Tagen aufgebrochen, und marschirt täglich 3 Meilen, um am 9ten Tage eine Festung zu überfallen. Man will derselben nachjagen und sie am 8ten Tage einholen: wie viel Meilen hat man täglich zu machen?** $(4\frac{4}{5})$. $8 \times 3 = 5 \cdot x = \frac{24}{5} = x$.

370) **In seinem letzten Willen vermacht jemand das, was er noch übrig lassen würde, an vier Personen; und zwar so, daß B ein Drittel mehr erhalte als A, und C so viel als B und noch ein Viertel so viel als A, und D 7 mal so viel als A. Man fand noch 1310 Gulden; wie viel bekommt jede?** (120, 160, 190, 840).

$$A\ x,\ B\ x + \tfrac{1}{3}x,\ C\ x + \tfrac{1}{3}x + \tfrac{1}{4}x,\ D\ 7x = 1310\ \text{rc.}$$

Diese und ähnliche Aufgaben fordern nichts weiter, als eine Zahl nach bestimmten Verhältnissen zu theilen (S. 128). Hier sollen sich die Antheile verhalten, wie $1 : 1\frac{1}{3} : 1\frac{7}{12} : 7$; oder wie $12 : 16 : 19 : 84$. Und wir schließen dann: wie sich diese Summe, 131, zu jener, 1310, verhält: so diese einzelnen Antheile, zu jenen.

371) **Aus einer Unternehmung zur See erhielt ein Kaufmann sein dazu gegebenes Capital mit 15 Procent Gewinn, zusammen 15571 Gulden. Wie viel gab er dazu her?** (13540). Mit 100 wurden 15 gewonnen, wie viel mit x? $\frac{15x}{100}$. Dazu x, sind $\frac{115}{100}x = 15571$. Oder nach der Rabattrechnung 115 — 100 — 15571.

372) **In einem Garten sollen in Gestalt eines gleichseitigen Vierecks Bäume gepflanzt werden.** Nach der ersten Anlage der Zahl der Bäume

für jede Reihe, bleiben 8 übrig, und, als man für jede Reihe einen Baum mehr setzen wollte, fehlten 13 Bäume. Wie viel waren es Bäume, und wie viel wollte man setzen? (108; 10 und dann 11). Die Zahl der Bäume = b, und die der Reihe = r gesetzt, so erforderte die erste Anlage rr Bäume. Da blieben 8 übrig; mit diesen sind es also $rr + 8 = b$. Die zweyte Anlage erhielt einen Baum mehr, also $r + 1$, und das Quadrat dann $rr + 2r + 1$. Hier fehlt 13; daher $rr + 2r + 1 \div\!\!- 13 = b$. Und dann $rr + 8 = rr + 2r \div\!\!- 12$; und $20 = 2r$; $10 = r$.

Bey der ersten Anlage nahm man also auf jede Reihe 10, gibt für das Quadrat 100, und mit den übrig gebliebenen 108, als die Anzahl der Bäume. Bey der zweyten Anlage nahm man 11, und hätten seyn müssen $11 \times 11 = 121$. Es fehlten dann 13. Man hätte hier auch mit einer unbekannten Größe auskommen können.

373) Gesetzt es wären in dem vorstehenden Falle bey der ersten Anlage 60 Bäume übrig geblieben, und bey der zweyten, in welcher jede Reihe um einen Baum vermehrt werden wollte, hätten 41 Stück gefehlt; wie viel Bäume hätte man dann gehabt, und wie viel kämen auf die Reihe? 2560 B.; 50, dann 51).

374) Ein Kaufmann vermehrt sein Handels-Capital jährlich um ein Drittel, ausgenommen 200 Gulden, welche derselbe dem Haushalt bestimmt. Nach drey Jahren hat er zweymal so viel als anfänglich; wie viel hatte er im Anfange? (2960).

Ziehen wir von x die 200 ab, so hatte derselbe am Ende des ersten Jahrs $x \div\!\!- 200$. Diese sind durch Gewinn um ein Drittel vermehrt worden; also um $\frac{x \div\!\!- 200}{3}$. Zu Anfang des zweyten Jahres hatte derselbe demnach: $\frac{4x \div\!\!- 800}{3}$. Davon ab 200, und den Rest mit ein Drittel vermehrt, so hatte derselbe am Ende des zweyten Jahres:

$$\frac{4x \div\!\!- 800}{3}$$

$\frac{4x \div 800}{3} \div 200 + \frac{4x \div 800}{3 \times 3} \div \frac{200}{3}$. Dieß unter einem Nenner gebracht, gibt: $\frac{12x \div 2400}{9} \div \frac{1800}{9} + \frac{4x \div 800}{9} \div \frac{600}{9}$ und zusammen gezogen: $\frac{16x \div 5600}{9}$. Davon wieder abgezogen 200, und den Rest mit ein Drittel vermehrt, kommt für das Ende des dritten Jahres: $\frac{16x \div 5600}{9} \div 200 + \frac{16x \div 5600}{9 \times 3} \div \frac{200}{3} = \frac{64x \div 29600}{27}$.

Dieses soll nun das Doppelte seines anfänglichen Capitals, also $= 2x$ seyn; daher $54x = 64x \div 29600$; $10x = 29600$; $x = 2960$, das Capital am Anfange. **Probe:**

	2760
dazu $\frac{1}{3}$ =	920
	3680
ab	200
	3480
dazu $\frac{1}{3}$ =	1160
	4640
ab	200
	4440
dazu $\frac{1}{3}$ =	1480
Erhalten	5920

am Ende des dritten Jahres, als das Doppelte von 2960, des Capitals zu Anfange. Solche Proben muß man öfter anstellen. Sie verschaffen eine deutlichere Einsicht in den Gang der algebraischen Auflösung.

375) Es besitzt jemand zwey silberne Becher und einen Deckel, der 18 Gulden werth ist. Wird der Deckel auf den ersten Becher gesetzt, so ist er noch einmal so viel werth als der andere; wird er auf den andern gesetzt, so ist derselbe ein Viertel mehr werth als der erste. Wie viel ist jeder Becher werth? (36, 27). $e + 18 = 2a$; $a + 18 = 1\frac{1}{4} e$. u. s. w.

376)

376) Im 3ten Theile der Volksmährchen der Deutschen stehet, die Fürstin Libussa habe ihren drey Freyern folgendes Räthsel aufgegeben, und dem ihre Hand versprochen, der es lösen würde. Nämlich, ich habe euch Dreyen Pflaumen aus diesem Körbchen zugedacht. Der Eine soll die Hälfte haben und noch eine darüber; der Andere soll dann wieder die Hälfte und eine darüber; der Dritte ebenfalls die Hälfte und drey darüber bekommen. Wenn es sich nun findet, daß das Körbchen dann leer ist; so sagt mir, wie viel Pflaumen jetzt darin sind? (30). Der Erste bekommt $\frac{1}{2}x + 1$; es blieben dann übrig $\frac{1}{2}x \div 1$. Davon erhielt der Zweyte $\frac{\frac{1}{2}x \div 1}{2}$ $+ 1$. Es blieben dann noch übrig: ab $\frac{1}{4}x \div \frac{1}{2} + 1 = \frac{1}{4}x + \frac{1}{2}$ von $\frac{1}{2}x \div 1 = \frac{1}{4}x \div 1\frac{1}{2}$. Davon dann für die Hälfte $+ 3$ für den Dritten: $\frac{1}{8}x \div \frac{3}{4} + 3$, und abgezogen,

bleibt . . $\frac{1}{8}x \div \frac{3}{4} \div 3 = 0$. Denn es soll der Korb leer seyn.

$$\frac{1}{8}x = 3\frac{3}{4}$$

$$x = 30.$$

377) Ein Kaufmann hatte auf der Messe einige Stück Tuch für 180 Ducaten gekauft, die er Jemand übergab. Der Kaufmann starb plötzlich, und die Erben bekommen endlich 10 Stück zugesendet. In den Meßbüchern fand man davon nichts verzeichnet; nur in einen Brief meldete derselbe, daß wenn er einen Tag früher gekauft, er für jene Summe 3 Stücke mehr bekommen hätte, und ihm dann das Stück 3 Ducaten wohlfeiler gekommen wäre. Wie viel können es nach dieser Aeußerung gewesen seyn? (12).

Es sey die Zahl der Stücke $= S$; dann kostete 1 Stück $\frac{180}{S}$ Ducaten. Bey frühern Einkauf hätte derselbe $S + 3$ Stücke erhalten, und jedes wäre 3 Ducaten wohlfeiler gekommen. Also $\frac{180}{S+3} + 3 = \frac{180}{S}$. $\times$ mit S u. $S + 3$, kommt: $180S + 3SS + 9S = 180S + 540$.

$3SS + 9S = 540$, und $SS + 3S = 180$. Addirt das Quadrat von $1\frac{1}{2} = 2\frac{1}{4}$ zur Ergänzung:

$$\sqrt{(SS + 3S + 2\tfrac{1}{4})} = \sqrt{(180 + 2\tfrac{1}{4})}$$

$$S + 1\tfrac{1}{2} = \sqrt{182'25} \mid 13'5$$

$$1$$

$$2/3 \mid 82$$

$$69$$

$$26/5 \quad 1325$$

$$1325$$

Also $S + 1\frac{1}{2} = 13\frac{1}{2}$; und $S = 12$ Stücke.

Es sind daher 2 Stücke unterschlagen worden.

378) **Ein Leinwandfabrikant schließt zur Messe eine Lieferung von Leinwand ab, im Preis das Stück zu 9 und zu 11 Thaler, und erhält 1320 Thaler ausbezahlt. Er weiß nun die Zahl der Stücke von jeder Sorte nicht mehr; nur so viel, daß es zusammen 134 Stücke haben seyn sollen. Können wir sie finden?**

Wir haben hier Angaben zu zwey Gleichungen; können aber auch mit einer auskommen. Wählen wir zwey Gleichungen, und setzen die Anzahl der theuern Stücke = t, der wohlfeilern = w: so ist

1) $t + w = 134$ Stücke; 2) $11t + 9w = 1320$ Thaler.

$$t = 134 \div w; \qquad t = \frac{1320 \div 9w}{11}$$

$$134 \div w = \frac{1320 \div 9w}{11}$$

$$1474 \div 11w = 1320 \div 9w$$

$$154 = 2w; \quad 77 = w \text{ und dann}$$

$$134 \div 77 = 57 = t \text{ Stücke.}$$

Durch eine Gleichung also: Wenn es von der wohlfeilern Sorte w Stücke sind, so sind es von der theuern $134 \div w$. Jene à 9, diese à 11 Thaler, kosten beyde: $9w + 1474 \div 11w = 1320$, als der ganzen Summe. Daher: $1474 = 1320 + 2w$ und $154 = 2w$; $77 = w$, u. s. w. wie oben.

379)

379) Einige Hauptleute liegen zu Felde; jeder von ihnen hat 3 mal so so viel Unterofficiere und 20 mal so viel Gemeine unter sich, als es Hauptleute sind. Jeder Unterofficier erhält monatlich eben so viel Gulden, als es Hauptleute sind, und jeder Gemeine halb so viel, und der monatliche Sold für die Mannschaft aller dieser Hauptleute beträgt 13000 Gulden. Wie viel waren es Hauptleute (10), wie viel Unterofficiere (30), wie viel Gemeine (200)? Wie viel erhielt der Unterofficier (10 Gulden), wie viel der Gemeine (5 Gulden) monatlich Sold?

Die Zahl der Hauptleute = x
Die Zahl der Unteroffi-
ciere eines jeden = 3x, die ganze Anzahl dann = x × 3x = 3xx.
Die Anzahl der Gemeine = 20x, die ganze Anzahl = x × 20x = 20xx.

Ein Unterofficier bekommt monatlich x Gulden Sold, alle also
$3xx \times x = 3x^3$ Gulden.

Ein Gemeiner bekommt die Hälfte,
also $\frac{1}{2}x$; alle demnach $\frac{1}{2}x \times 20xx = 10x^3$ Gulden.

Zusammen also $= 13x^3$ Gulden.

Es sind nun $13x^3$ Gulden $= 13000$

getheilt durch 13: $x^3 = 1000$, und $x = 10$. Nun findet sich das Uebrige.

380) In einem Fasse befinden sich 120 Maß Wein zu 20 Kreuzer. Wie viel Maß à 10 Kreuzer müssen hineingegossen werden, daß die Maß zu 16 Kreuzer gegeben werden kann? (80).

Wenn das hinzuzukommende x Maß ist, so ist der Werth des Inhalts $120 \times 20 + 10x$, und dieser dann gleich der gemengten Masse $120 + x$ Maß zu 16 Kreuzer. Also: $120 \times 20 + 10x = (120 + x) \times 16$

$2400 + 10x = 1920 + 16x$
$-1920 - 10x; -1920 - 10x$
$480 = 6x; \quad x = 80$ Maß.

381) Ein Frauenzimmer wurde um ihr Alter befragt. Meine Mutter, sagte sie, hat mich in ihrem 40igsten Jahre geboren; und wenn man mein Alter

Alter mit dem ihrigen multiplicirt, so kommen die Jahre Methusalems (der 969 Jahre lebte). Wie alt war dieß Frauenzimmer? (17).

Ihr Alter = x; das der Mutter 40 + x. Dieß mit jenem multiplicirt, kommt: $xx + 40x = 969$

(S. 282). $+ 400; + 400$

$$\sqrt{xx + 40x + 400} = 1369$$

$$x + 20 = \sqrt{1369} = 37$$

$$\div 20 \qquad \div 20$$

$$x = 17.$$

382) In Wien mußte ehehin jeder Hauseigenthümer den siebenten Theil seines erhaltenen Miethzinses, als Steuer entrichten; jetzt den sechsten Theil. Um den wievielsten Theil muß nun der Miethzins gesteigert werden, damit der Hausbesitzer eben so viel erhalte, als vorher? ($\frac{1}{35}$).

Es sey der Theil, den er jetzt an der Summe a mehr zu fordern hat, = x. Bisher blieben ihm $a \div \frac{1}{7} a = \frac{6}{7} a$; jetzt von $a + x \div \frac{1}{8} a \div \frac{1}{8} x = \frac{5}{8} a + \frac{5}{8} x$, und dieß soll eben so viel seyn. Daher: $\frac{5}{8} x + \frac{5}{8} a = \frac{6}{7} a$; $5x + 5a = \frac{36}{7} a$; $35x + 35a = 36a$; $x = \frac{a}{35}$. Er hat also den 35igsten Theil des frühern Miethzinses mehr zu fordern. Oder: sonst erhielt derselbe $\frac{6}{7} = \frac{36}{42}$; jetzt $\frac{5}{8} = \frac{35}{42}$. Soll nun dieser letzte Bruch oder Theil eben so groß werden als der erste, so muß der 35igste Theil dazu addirt werden.

383) Die einzige volle oder ganze Stunde, bey welcher Stunden- und Minutenzeiger einer Uhr zusammen treffen, ist 12 (Uhr). Wann kommen sie dann wieder zusammen? (1 Uhr $5\frac{5}{11}$ Minuten ꝛc.)

Da der Minutenzeiger 60 Minuten durchläuft, während der Stundenzeiger nur 5 Minuten weit kommt: so ist die Geschwindigkeit von jenem 12 mal größer. Der Stundenzeiger habe den Weg x zu machen, bis er eingeholt wird. Der Minutenzeiger 60 (Minuten) zu laufen, bis er dahin kommt, wo er jetzt stehet, und noch den Weg x, bis er zu jenem

kommt, also den Weg 60 + x. Wie sich nun die Geschwindigkeiten verhalten (1 : 12): so müssen sich bey gleichen Zeiten die durchlaufenen Räume oder Wege verhalten; demnach $\frac{1 : 12 = x : 60 + x}{12\,x = 60 + x}$

$11\,x = 60$; $x = 5\frac{5}{11}$ Minuten.

Oder wir setzen statt 60 Minuten 1 Stunde, die der eine mehr zu laufen hat: $1 : 12 = x : 1 + x$; $12\,x = 1 + x$; $11\,x = 1$; $x = \frac{1}{11}$ Stunde.

384) **Wann kommen sie zusammen nach 8 Uhr?** $1 : 12 = x : 8 + x$; $12\,x = 8 + x$; $11\,x = 8$; $x = \frac{8}{11}$. Zu Minuten $\times 60 = \frac{480}{11} = 43\frac{7}{11}$ Minuten; also um 8 Uhr $43\frac{7}{11}$ Minuten.

385) **Ein Comet gehe täglich 10 Grade weit;** der Mond in eben derselben Richtung 13 Grade; wann werden sie zusammen kommen, oder wann wird der Comet hinter dem Monde zu stehen kommen und unsichtbar seyn, wenn sie jetzt noch 20 Grade von einander entfernt sind? (In $6\frac{2}{3}$ Tagen).

$10 : 13 = x : 20 + x$; $13\,x = 200 + 10\,x$; dann $3\,x = 200$; $x = 66\frac{2}{3}$ Grade oder der Weg des Cometen, den er noch machen kann, bis er eingeholt wird; oder da er täglich 10 Grade gehet $\frac{66\frac{2}{3}}{10} = 6\frac{2}{3}$ Tage. Oder nach der Regel S. 252.

Die Berechnung des Preises der Diamanten kann hier noch angefügt werden. Es wird nämlich angenommen, daß der Werth der rohen und geschliffenen Diamanten (und noch anderer Edelsteine), sich wie das Quadrat ihres Gewichts verhalte.

Wenn also das Karat zu 50 Thaler oder Gulden geschätzt, und ein Diamant von dieser Beschaffenheit wäge 2, 3, 4 Karate u. s. w.; so würde er nicht 2, 3, 4 mal 50 kosten: sondern 2^2, 3^2, 4^2; also 4, 9, 16 mal 50.

386) **Wie viel kostet ein Diamant 5 Karate schwer,** das Karat zu 50 Gulden? $5 \times 5 \times 50 = 1250$ Thaler.

387)

387) **Was kostet einer von 100 Karaten, zu jenem Preise das Karat?**

$$100 \times 100 \times 50 = 500000 \text{ Thaler.}$$

388) **Wenn für einen Diamanten, welcher 5 Karate wiegt, 1250 Thaler bezahlt worden sind; wie theuer wurde das Karat gerechnet?** (50).

Setzen wir das **Gewicht** = g; den **Preis** für die **Einheit** desselben = p; die Summe = S: so ist $gg \times p = S$; $p = S : gg$; $g = (\sqrt{}(S : p)$.

Hier suchen wir $p = \frac{1250}{5 \times 5} = \frac{250}{5} = 50$ Thaler.

389) **Wenn für einen Diamanten 1250 Thaler bezahlt, und das Karat zu 50 Thaler berechnet wurde; wie schwer war derselbe?** (5 Karate).

$$g = \sqrt{}(1250 : 50) = \sqrt{}(25) = 5 \text{ Karate.}$$

390) **Im 55sten Stücke des Correspondenten von und für Deutschland,** (einer in Nürnberg erscheinenden politischen Zeitschrift) wird (1820) folgender Fall vorgetragen:

„**Zu Dublin** starb vor kurzem ein Mann, der seiner schwangern Frau 15000 Pfund Sterling mit der Verfügung hinterließ, daß, wenn sie einen Sohn gebären würde, dieser 10000 und sie 5000 haben sollte; wäre es aber eine Tochter, so sollte die Mutter 10000 und die Tochter 5000 bekommen. Nun aber ward die Frau von Zwillingen, einem Knaben und einem Mädchen, entbunden, und die Frage ist jetzt vor Gericht: ob der Sohn 10000 und die Tochter 5000, die Mutter aber nichts erhalten soll. Man ist auf die Entscheidung begierig."

In einem der folgenden Stücke, Nro. 66, erschien darüber folgende Erläuterung und Auflösung:

„Der in Nro. 55 d. Bl. enthaltene, von Dublin aus datirte Fall, ist bereits in dem Römischen Rechte, und zwar der L. 13. D. de liber. et posth. hered. instit. Lib. XXVIII. Tit. 11. ausdrücklich entschieden, wo der Erblasser seine schwangere Frau, wenn sie einen Sohn gebären würde, zu $\frac{1}{3}$ und den Sohn zu $\frac{2}{3}$, wenn sie aber von einer Tochter entbunden

würde, dieselbe zu $\frac{2}{3}$ und die Tochter zu $\frac{1}{3}$ als Erbin einsetzte. Nun kam die Frau mit einem Sohne und einer Tochter zugleich nieder, und die Erbschaft wurde, nach dem Willen des Testators, der dem Sohne einen doppelt größern Theil als der Mutter, und dieser einen doppelt größern Theil als der Tochter zuwenden wollte, in 7 Theile getheilt, wovon $\frac{4}{7}$ der Sohn, $\frac{2}{7}$ die Mutter und $\frac{1}{7}$ die Tochter erhielt."

„In dem Dubliner Falle soll der Sohn 15000, die Mutter dagegen nur 10000 Pfund, also der Sohn $\frac{1}{3}$ mehr als die Mutter von der ganzen Erbschaft *), dagegen wenn die Frau eine Tochter gebäret, die Mutter 15000, die Tochter 10000, also die Mutter $\frac{1}{3}$ mehr als die Tochter empfangen **). Wenn wir nun den Antheil der Tochter x heißen, so wird der der Mutter $x + \frac{1}{3}x$, und der des Sohnes $x + \frac{2}{3}x$ seyn, und die ganze Erbschaft, die wir a heißen wollen, $= 4x$, und $x = a : 4 = 25000 : 4 = 6250$, und $x + \frac{1}{3}x = 6250 + 6250 : 3 = 6250 + 2083\frac{1}{3} = 8833\frac{1}{3}$, und $x + \frac{2}{3}x = 6250 + 2083\frac{1}{3} + 2083\frac{1}{3} = 10416\frac{2}{3}$. Die Tochter erhält 6250, die Mutter $8333\frac{1}{3}$, und der Sohn $10416\frac{2}{3}$ Pfund, in Summa 25000 Q. E. D.

v. Weber, Vicepräsident."

Im 69sten Stücke der Handlungs-Zeitung 1820 habe ich hierüber folgendes mitgetheilt:

Die vorstehende Aufgabe ist in dem Rechenbuche aufgenommen worden, welches in einigen Monaten im Verlage des Contors der Handlungs-Zeitung erscheinen wird. Die Antheile sind aber daselbst ganz anders gefunden worden.

Das

*) Wenn der Nachlaß zu 25000 angenommen wird, und ein Erbe soll 10000, der andere 15000 bekommen: so sind dieß vom Ganzen $\frac{2}{5}$ und $\frac{3}{5}$; und der Sohn erhält von der ganzen Erbschaft kein Drittel, sondern ein Fünftel mehr.

**) Wenn die Mutter 15, die Tochter 10 erhalten soll: so erhält dann die Mutter die Hälfte mehr, als die Tochter, also kein Drittel.

Das Römische Recht bestimmt den Fall arithmetisch richtig, und die oben angeführte Stelle, lautet also:

> Si ita scriptum sit, si filius mihi natus fuerit, ex besse heres esto, ex reliqua parte uxor mea heres esto; si vero filia mihi nata fuerit, ex triente heres esto, ex reliqua parte uxor heres esto; et filius et filia nati essent, dicendum est, assem distribuendum esse in septem partes, ut ex his filius quator, uxor duas, filia unam partem habeat. etc.

Wenn also hier der Sohn $\frac{2}{3}$ und die Mutter das übrige, also $\frac{1}{3}$ der ganzen Verlassenschaft, bekommen soll: so verhalten sich ihre Antheile wie 2 zu 1; oder der Sohn bekommt noch einmal so viel, als die Mutter.

Wenn eine Tochter geboren wird, soll diese $\frac{1}{3}$, die Mutter dann $\frac{2}{3}$, also noch einmal so viel, als die Tochter bekommen.

Wird nun ein Sohn und eine Tochter geboren, so kann der Wille des Testators wohl nur seyn, daß, wenn die Tochter 1 Theil bekommt, der Mutter noch einmal so viel, also 2, und dem Sohne doppelt so viel als der Mutter, also 4 Theile zukommen. 1, 2 und 4 Theile sind 7. Theilen wir nun das Hinterlassene in 7 Theile, so bekommt der Sohn vier solcher Theile, die Mutter zwey, die Tochter einen.

In dem Dubliner Fall findet dasselbe Verhältniß statt. Hier soll aus der Verlassenschaft von 15000 Pfund Sterling die Mutter 5, der Sohn 10 tausend, also dieser noch einmal so viel, als die Mutter, und, wenn es eine Tochter ist, diese 5, und die Mutter 10000, also auch doppelt so viel, als die Tochter erhalten.

Die Verlassenschaft muß also so vertheilt werden, daß wenn die Tochter 1 Theil erhält, die Mutter 2, der Sohn 4 Theile bekommt.

15000 getheilt daher in 7, so kommen $2142\frac{6}{7}$, als Antheil der Tochter,
multiplicirt mit 2 $4285\frac{5}{7}$, als Antheil der Mutter,
multiplicirt mit 2 $8571\frac{3}{7}$, als Antheil des Sohnes;
das Ganze 15000.

Oder

Oder auch durch Gleichung. Setzen wir den Antheil der Mutter = M, des Sohnes = S, der Tochter = T; so sind diese Antheile zusammen gleich der ganzen Verlassenschaft: also $M + S + T = 15000$.

Nun verhalten sich der Antheil der Mutter zu dem des Sohnes, wie 5 zu 10, zu dem der Tochter, wie 10 zu 5; also

$M : S = 5 : 10$, daher $5S = 10M$ und $S = 2M$;
$M : T = 10 : 5$, also $10T = 5M$ und $T = \frac{1}{2} M$.

Setzen wir nun in der obigen Gleichung $M + S + T = 15000$, die hier gefundenen Werthe von S und T: so kommt folgende:

$$M + 2M + \tfrac{1}{2} M + 15000$$
$$3\tfrac{1}{2} M = 15000$$
$$7M = 30000,$$

also $M = 4285\frac{5}{7}$, der Mutter Theil,
$T = \frac{1}{2} M = 2142\frac{6}{7}$, der Tochter Theil,
$S = 2M = 8571\frac{3}{4}$, des Sohnes Theil.

In der Auflösung, Nr. 66 des Corresp. v. u. f. Deutschland, sind der Nachlaß und die Theilungsverhältnisse ganz anders angenommen worden, als es in der Aufgabe (Nr. 55) stehet. Wir wollen sie indessen auch nach dieser Angabe suchen.

Aus der Verlassenschaft von 25000 Pfund soll die Mutter, wenn sie mit einem Sohne zu theilen hat, 10, der Sohn 15 tausend bekommen; bey einer Tochter umgekehrt. Die Mutter 15, die Tochter 10 tausend erhalten. Die Antheile steigen also von der Tochter an um die Hälfte: erhält die Tochter 10, so bekommt die Mutter 15 und der Sohn $22\frac{1}{2}$, also:

10, 15, $22\frac{1}{2}$; oder 20, 30, 45; oder 4, 6, 9. Diese Theile zusammen sind = 19.

Nun können wir verfahren wie oben, oder umständlicher:

$19 : 4 = 25000 : 100000 : 19 = 5263\frac{3}{19}$, Antheil der Tochter,
$19 : 6 = 25000 : 150000 : 19 = 7894\frac{24}{19}$, Antheil der Mutter,
$19 : 9 = 25000 : 225000 : 19 = 11842\frac{2}{19}$, Antheil des Sohnes;

das Ganze 25000.

Nach

Nach obiger zweyten Auflösung würde die Rechnung also stehen:

$$M + T + S = 25000$$

$M : S = 10 : 15$, also: $10\,S = 15\,M$; $S = 1\frac{1}{2}\,M$.

$M : T = 15 : 10$, also: $15\,T = 10\,M$; $T = \frac{2}{3}\,M$.

$$M + 1\frac{1}{2}\,M + \frac{2}{3}\,M = 25000$$

$$3\frac{1}{6}\,M = 25000$$

$$19\,M = 150000$$

$$M = 7894\frac{14}{19}$$

$T = \frac{2}{3}$ dieser Summe.

$S = 1\frac{1}{2}$ dieser Summe ꝛc.

Nun wollen wir aber noch den Fall annehmen: die Mutter komme mit Drillingen nieder. Diese können dann 2 Knaben und 1 Mädchen, oder 2 Mädchen und 1 Knabe seyn. Die Verhältnisse der Theile stehen dann:

Tochter,	Mutter,	Söhne.	Töchter,	Mutter,	Sohn.
1	2	4	1	2	4
		4	1		
11 Theile.			8 Theile.		

15000 getheilt durch 11, kommen $1363\frac{7}{11}$ f. die Tochter,
× 2 = $2727\frac{3}{11}$ f. die Mutter,
$5454\frac{6}{11}$ } dem einen
$5454\frac{6}{11}$ } d. and. Sohne.
15000.

15000 : 8 = 1875 der Tochter,
1875 der Tochter,
3750 der Mutter.
7500 dem Sohne.
15000.

Bey dem zweyten Theilungs-Verhältnisse stände die Rechnung also:

T. M. S. S. T. T. M. S.

4, 6, 9, 9 = 28; und 4, 4, 6, 9 = 23.

Bey 2 Söhnen den 28igsten Theil der Summe, und bey 2 Töchtern den 23igsten, jeden so oftmal genommen, als obige Zahlen, 4, 6, 9, fordern, gibt die gehörigen Antheile.

Anmer-

Anmerkung. Das Wichtigste und Schwerste bey solchen Aufgaben, ist das Verstehen, die richtige Auffindung des Sinnes; hier, was der Erblasser verfügt haben würde, wenn ihm der unbeachtet gelassene Fall, der Zwillinge, bekannt gewesen wäre. Der Tochter dann gar nichts zu geben, konnte sein Wille nicht gewesen seyn; da er derselben, wenn sie allein geboren worden wäre, doch halb so viel als der Mutter zugedacht hatte. Ihren Theil von dem der Mutter oder von dem des Sohnes allein hinwegzunehmen, auch nicht. Es ist am Wahrscheinlichsten, daß er allen dreyen ihre Antheile verhältnißmäßig abgekürzt haben würde. Das Römische Recht bestimmt diesen Fall nun ganz genau und deutlich; so wie mehrere, und es ist also, wenn dieses in Irland von Anwendung wäre, vom Auslegen des Testamentes gar nicht die Rede. Die Antheile der Erben wurden gewöhnlich bey den Römern in Zwölfteln oder in 12theiligen Brüchen angegeben, wahrscheinlich weil ihnen diese Brüche geläufiger oder bekannter als andere waren, da sie ihr Pfund (As) in 12 Theile (Unciae) theilten. (Man erinnere sich was wir über Umwandlung der Brüche S. 59 §. 30 gesagt haben). Weil nun das As das Ganze der 12 Theile (Unzen) war, so wurde auch die Verlassenschaft As, und die Theile Unzen genannt (assem distribuendum heißt es daher oben). 8 Unzen oder $\frac{8}{12}$ hießen dann Bes (ex besse heres, etc.), und 4 Unzen ($\frac{4}{12}$) Triens, das hier auch vorkommt. 7 Unzen ($\frac{7}{12}$) Septunx (septem unciae). In Fällen, in welchen die Theile der Vermächtnisse größer oder kleiner als das Ganze waren: theilen sie nach Vorschrift, und das Fehlende ward dann jedem nach Verhältniß an seinem Theil abgekürzt (singulis pro rata decrescit), oder zugetheilt (singulis pro rata accrescit.) Z. B.

A soll bekommen	$\frac{8}{12}$	oder	$\frac{10}{12}$
B — —	$\frac{2}{12}$	—	$\frac{2}{12}$
C — —	$\frac{1}{12}$	—	$\frac{1}{12}$
sind zu wenig	$\frac{11}{12}$,	zu viel	$\frac{13}{12}$.

Dann wurde gerechnet, nachdem die 8, 2 und 1 Zwölftel gefunden waren: $\frac{11}{12}$ haben noch zu vertheilen $\frac{1}{12}$; wie viel kommt auf $\frac{8}{12}$, auf $\frac{2}{12}$, auf $\frac{1}{12}$?

(Wir

(Wir würden rechnen: Auf 11 Theile kommt die Summe . . . .; wie viel erhalten 8, 2, 1 Theile?)

Und im andern Fall: $\frac{23}{12}$ bekommen nur $\frac{12}{12}$; wie viel $\frac{10}{12}$ u. s. w.

Aufgaben, welche mehrere Antworten zulassen, oder unbestimmte Aufgaben.

Die Aufgaben, welche in der Rechenkunst gewöhnlich vorkommen, lassen nur eine Antwort, einen Erfolg, ein Facit zu. Es gibt aber auch Aufgaben, wie wir schon in der Mischungs- und Alligations-Rechnung gesehen haben, welche mehrere Antworten zulassen. Jene heißen **bestimmte**, diese **unbestimmte**, auch **Diophantische Aufgaben.**

Diesen Namen haben sie von dem Griechen Diophantus, welcher, wenn nicht vor, doch schon in den ersten Jahrhunderten nach Christi Geburt zu Alexandrien lebte. Er ist der einzige uns bekannt gewordene Grieche, der einige Kenntniß von der Algebra hatte.

Bey solchen Aufgaben muß man nun hauptsächlich suchen, die gegebenen Bedingungen immer mehr zu vereinfachen, damit dem Unbestimmten engere Grenzen gesetzt, und dann um so leichter die möglichen Antworten gefunden werden können. Beyspiele werden dieß deutlicher machen.

391) Ein Kaufmann erzählt, daß er zwischen 14 und 15 Schock (zu 60 Stück) Seidenzeuge eingekauft habe. Ueberzählt man die Zahl der Stücke zu 2, 3, 5, 6, 9, 10, so bleiben nach der Ordnung 1, 2, 4, 5, 5, 9 Stücke übrig; zu 11 überzählt aber gehen die Stücke auf. Wie viel Stücke kaufte derselbe? (869).

14 mal 60 = 840 Stück hatte also derselbe und noch etwas darüber = x, welches unter 60 betragen muß. Die Zahl der Stücke, = Z, war demnach: Z = 840 + x. Nun soll sich 840 + x ohne Rest durch 11 thei-

len lassen; daher 840 : 11 = 76 + 4. Hier fehlen also zu dem Reste 4 noch 7 um 11 zu seyn. x könnte also 7, ferner dann 18, 29, 40 und 51 seyn, welche alle, zu 4 addirt, sich durch 11 theilen lassen, und keine volle 60 geben. Wir hätten dann folgende verschiedene Werthe:

840 + 7; 840 + 18; 840 + 29; 840 + 40; 840 + 51.

Nun soll aber die Anzahl zu 2 überschossen (also durch 2 getheilt) 1 übrig lassen. Beyde Werthe 840 + 18 und 840 + 40 sind gerade Zahlen, und lassen keinen Rest; sie enthalten daher nicht die richtige Anzahl. Ferner soll die Zahl der Stücke, durch 3 getheilt, 2 übrig lassen. Dieß ist nun wieder nicht der Fall bey 840 + 7 und 840 + 51. Es bleibt also der Werth 840 + 29 = 869, welcher die Bedingungen erfüllt.

Dieß ist eine der seltenen Aufgaben, die unbestimmt scheinen, und es doch nicht sind.

392) **Einer verlangt die 516 Gulden, welche er zu fordern hat, blos in ganzen Kronen- (à fl. 2. 42 kr.) und Conventionsthalern (à fl. 2. 24 kr.) Wie viel können von einen und den andern genommen werden?**

$2\frac{7}{10}$ K + $2\frac{4}{10}$ C = 516; 27 K + 24 C = 5160; 9 K + 8 C = 1720; C = 215 ÷ $\frac{9}{8}$ K. Nun müssen wir für K Werthe annehmen, welche sich durch 8 theilen lassen. Diese sind 8, 16, 24, 32, 40 u. s. w., und finden dann für C = 215 ÷ $\frac{9}{8}$ K × 8, 16, 24 ꝛc. 215 ÷ 9 = 206; 215 ÷ $\frac{9}{8}$ K × 16 = 215 ÷ 18 = 197 u. s. w. Man kann jene Summe dann zahlen mit Kronenthalern, Conventionsthalern

8	und	206
16	—	197
24	—	188
32	—	179
40	—	170 u. s. w.

Aus welchen man auch das Gesetz erkennet, wie die Kronenthaler (von 8 zu 8) zunehmen, und die Conventionsthaler (von 9 zu 9) abnehmen.

393)

393) Zwey bringen auf den Roßmarkt 100 Pferde. Wenn der erste die seinen zu 8 überzählt, so bleiben ihm 7 übrig; wenn der andere die seinigen zu 10 überzählt, so bleiben ihm auch 7 übrig. Wie viel hat jeder gehabt? (23, 77; oder 63, 37).

$8E + 7 + 10A + 7 = 100$; $8E + 10A + 14 = 100$; $8E = 86 \div 10A$; $4E = 43 \div 5A$; $4E = 40 \div 4A + \frac{3 \div A}{4}$; $E = 10 \div A + \frac{3 \div A}{4}$. Setzen wir nun $\frac{3 \div A}{4} = \div Z$; so ist $3 \div A = \div 4Z$ und $4Z + 3 = A$. Diesen Werth von A in jene Gleichung gesetzt, gibt $E = 10 \div 4Z \div 3 \div Z$, oder $E = 7 \div 5Z$. Es muß nun Z so groß genommen werden, daß das 5fache sich von 7 abziehen läßt. 2 kann es daher nicht seyn. Setzen wir es gleich 1; so ist $E = 7 \div 5 \times 1 = 2$ und $8E + 7 = 23$, die Anzahl des Ersten; und $100 \div 23 = 77$, die Anzahl des Andern. Setzen wir $Z = 0$; so ist $E = 7 \div 5 \times 0 = 7$, und $8E + 7 = 8 \times 7 + 7 = 63$, die Anzahl des Ersten; und 37 die Anzahl des Andern. Mehrere Fälle sind nun nicht möglich.

Erläuterung. Die Zahlen sollen sich durch 8 und 10 theilen lassen. Wir nehmen daher die unbekannten, E, A, gleich so vielfach, und die Producte 8 E, 10 A, haben dann diese Eigenschaften. Wir fanden nun $4E = 43 \div 5A$, oder $E = \frac{43 \div 5A}{4}$. Schon daraus können wir die Werthe finden; wir haben nämlich für A eine solche Zahl anzunehmen, welche 5fach von 43 abgezogen, sich durch 4 theilen läßt. 1 und 2 kann es nicht seyn; denn 5 und 10 von 43 abgezogen, bleiben 38, 33, welche sich nicht durch 4 theilen lassen. Setzen wir aber $A = 3$; so ist $E = \frac{43 \div 5 \times 3}{4} = \frac{28}{4} = 7$ und dann $10A + 7 = 10 \times 3 + 7 = 37$
und $8E + 7 = 8 \times 7 + 7 = 63$.

Eben so finden wir dann, aus obiger Ursache, daß A nicht gleich 4, 5, 6, aber gleich 7 seyn kann, und dieß ist der letzte Werth; denn größer

genommen läßt sich das Product nicht mehr abziehen, noch theilen. Nun haben wir aber, um nicht so viel Versuche anstellen zu müssen, die ganzen Größen von den Theilen geschieden, und die letzten $\frac{3 \div A}{4}$ gefunden. Hieraus gehet nun schon bestimmter hervor, daß A nicht weniger als 3 seyn kann, wenn kein Bruch hervorkommen soll; denn $\frac{3 \div 3}{4} = 0$. Noch näher wurde der Werth bestimmt, dadurch, daß wir $\frac{3 \div A}{4} = Z$ setzten, und $E = 7 \div 5\,Z$ fanden. Hier erkennen wir, daß Z nur 0, oder 1 seyn könne, weil es sich bey einem größern Werthe von 7 nicht abziehen läßt.

394) **Ein Gläubiger, der von seinem Schuldner kein Geld erhalten kann, will von demselben Tuch nehmen. Er hat zweyerley, eines die Elle zu 7, das andere zu 9 Gulden. Wie viel wird er für seine Forderung von 100 Gulden von jeder Sorte in ganzen Ellen erhalten, so daß keiner etwas baar zu zahlen hat?**

Setzen wir die Zahl der Ellen des theurern = t, des wohlfeilern = w, so betragen: $9\,t + 7\,w = 100$, also $t = \frac{100 \div 7\,w}{9} = 11 + \frac{1}{9} \div \frac{7}{9}\,w$. Setzen wir $\frac{1 \div 7\,w}{9} = \div a$; oder, was dasselbe ist: $\frac{7\,w \div 1}{9} = a$ *), so kommt $w = \frac{9a+1}{7} = a + \frac{2a+1}{7}$. Setzen wir diesen Bruch $\frac{2a+1}{7} = b$, so kommt der Werth von $a = \frac{7b \div 1}{2} = 3\,b + \frac{b \div 1}{2}$. Setzen wir ferner: $\frac{b \div 1}{2} = c$, so kommt der Werth von $b = 2\,c + 1$.

Nun

*) Denn die Gleichung $\frac{1 \div 7\,w}{9} = \div a$, $1 \div 7\,w = \div 9\,a$

addirt: $\div 1 + 7\,w + 9a = +9a + 7\,w \div 1$

verwandelt sich in $9\,a = 7\,w \div 1$

also $a = \frac{7\,w \div 1}{9}$

Nun können wir den Werth von c nach Belieben annehmen, um zu sehen, ob er der Aufgabe entspricht. Nehmen wir ihn gleich o, so ist $b = 2 \times 0 + 1 = 1$. Setzen wir den Werth von b in die Gleichung: $a = \frac{7b \div 1}{2}$, also $\frac{7 \times 1 \div 1}{2}$, so kommt $a = 3$. Setzen wir diesen Werth von $a = 3$ in die Gleichung: $w = \frac{9a+1}{7} = \frac{(9 \times 3)+1}{7} = \frac{27+1}{7} = 4$; also 4 Ellen des wohlfeilern Tuches. Setzen wir diesen Werth von $w = 4$ in die Gleichung: $t = \frac{100 \div 7w}{9} = \frac{100 \div 7 \times 4}{9} = \frac{100 \div 28}{9} = \frac{72}{9} = 8$; also 8 Ellen des feinern. 8×9 fl. $= 72$

4×7 fl. $= 28$

fl. 100, als der Betrag der Forderung.

Setzen wir den Werth von $c = 1$, so geben die aufsteigenden Gleichungen folgendes:

1) $b = 2c + 1 = (2 \times 1) + 1 = 3$ für b.

2) $a = \frac{7b \div 1}{2} = \frac{(7 \times 3) \div 1}{2} = \frac{21 \div 1}{2} = 10$ für a.

3) $w = \frac{9a + 1}{7} = \frac{9 \times 10 + 1}{7} = \frac{90 + 1}{7} = 13$ für w.

4) $t = \frac{100 \div 7w}{9} = \frac{100 \div 7 \times 13}{9} = \frac{100 \div 91}{9} = \frac{9}{9} = 1$ für t.

Also 13 Ellen à 7 fl. $= 91$

1 Elle à 9 fl. $= 9$

fl. 100.

Mehrere Verhältnisse lassen sich nun in ganzen Ellen nicht finden. Denn weniger als gleich o konnten wir c nicht annehmen, sonst würde b weniger als 1 geworden seyn; und nehmen wir es höher als 1 an, so käme weniger als eine ganze Elle auf das theurere Tuch, welches gegen die Forderung der Aufgabe ist, die ganze Ellen verlangt.

395) **Man hat Goldstücke zu 7 und 11 Gulden in Werth, und will damit 100 Gulden bezahlen; wie viel nimmt man von jeder Sorte? Oder auch so ausgedrückt: Man soll 100 in zwey Theile zerlegen, so daß der eine sich durch 7, der andere durch 11 ohne Rest theilen lasse.**

Es seyen von der größern g, von der kleinern Münzsorte k Stücke erforderlich: so betragen, die Preise mit den Stücken multiplicirt, beyde zusammen = 100. Also: $\underline{11\,g + 7\,k = 100}$

$$k = \frac{100 \div 11\,g}{7} = 14 + \tfrac{2}{7} \div g \div \tfrac{4}{7}\,g$$

$= 14 \div g + \frac{2 \div 4g}{7}$. Setzen wir $\frac{2 \div 4g}{7} = \div a$ (oder $\frac{4g \div 2}{7} = +a$), so kommen $2 \div 4g = \div 7a$; addirt

$$\underline{+7a + 4g = +7a + 4g}$$

$$7a + 2 = 4g;\quad g = \frac{7a+2}{4} \text{ oder } g = a + \frac{3a+2}{4}.$$

Setzen wir $\frac{3a+2}{4} = b$, so ist $a = \frac{4b \div 2}{3}$. Um nun den Werth von a in ganzer Zahl zu haben, können wir b nicht für 0, noch für 1 annehmen, denn $\frac{4 \times 0 \div 2}{3}$ gibt $= \frac{\div 2}{3}$, einen negativen Bruch; und $\frac{4 \times 1 \div 2}{3}$ $= \frac{4 \div 2}{3} = \frac{2}{3}$, also wieder keine ganze Zahl. Nehmen wir aber $b = 2$ an, so kommt $a = \frac{4 \times 2 \div 2}{3} = 2$. Diesen Werth $a = 2$ in die Gleichung: $g = \frac{7a+2}{4} = \frac{7.2+2}{4} = 4$. Diesen Werth von $g = 4$ in die Gleichung:

$$k = \frac{100 \div 11g}{7} = \frac{100 \div 44}{7} = \frac{56}{7} = 8.$$

Wir brauchen also 4 Stücke à 11 Gulden = 44
und 8 Stücke à 7 Gulden = 56.

Anmerkung. Wir hätten hier die letzte Gleichung noch weiter fortsetzen und den möglichen Werth noch bestimmter angewiesen bekommen können. Sie war; $a = \frac{4b \div 2}{3} = b + \frac{b \div 2}{3}$. $\frac{b \div 2}{3} = c$ gesetzt, kommt

b =

$b = 3c + 2$. Wir hätten aber auch schon aus den frühern Gleichungen den Werth, nur mühsamer, finden können. Aus der Gleichung $g = \frac{7a+2}{4}$ sehen wir, daß a nicht 0 und 1 seyn könne, weil es sich nicht durch 4 hätte theilen lassen. Aber 2 kann es seyn, denn 2 mal $7 = 14$ und $2 = 16 : 4$, kommt 4. 3, 4 und 5 kann es abermal nicht seyn, denn diese Zahlen 7 mal genommen und 2 dazu addirt, lassen sich nicht durch 4 theilen. 6 könnte a seyn; denn $7 \times 6 = 42$, dazu 2, gibt 44, getheilt durch 4, kommt 11 für g. Setzen wir diesen Werth in die Gleichung $k = \frac{100 \div 11g}{7}$, kommt: $k = \frac{100 \div 121}{7} = \div 3$. Allein dieser Werth ist verneinend, weniger als Null. Wir sehen daraus, daß keine anderen Zahlen, als die gefundenen, möglich sind.

396) **Ein Gutsbesitzer kauft Pferde zu 31, und Ochsen zu 21 Thaler.** Sie kosteten zusammen 1770 Thaler. Wie viel können es gewesen seyn? (1. 9 P. 71 O. 2) 30 P. 40 O. 3) 51 P. 9 Ochsen).

397) **Ein Silberarbeiter braucht 30 Mark 12löthiges Silber, und hat** blos 14, 11 und 9löthiges. Wie viel wird er von diesen zusammen schmelzen müssen, um jenes zu erhalten?

Es sey die erforderliche Masse des 14löthigen Silbers = V, des 11löthigen = E, des 9löthigen = N, so ist: $V + E + N = 30$, der ganzen Masse. Der feine Gehalt dieser ist dann:

$$14\,V + 11\,E + 9\,N = 30 \times 12 = 360 \text{ Loth}$$

als feinen Gehalt der erforderlichen Mischung. Multipliciren wir

$V + E + N = 30$, mit 9, so kommt: $9\,V + 9\,E + 9\,N = 270$

diese ab von $14\,V + 11\,E + 9\,N = 360$

bleiben . . $5\,V + 2\,E = 90$

$$E = 45 \div \frac{5V}{2}.$$

Wenn

Wenn die Massen in ganzen Zahlen gefunden werden sollen, so muß der Werth von V eine gerade Zahl seyn, und auch, da die ganze Masse 30 Mark seyn soll, so groß, daß $\frac{5V}{2}$ mehr als 15 beträgt. Nehmen wir $V = 10$, so ist $E = 45 \div \frac{5 \times 10}{2} = 20$. Dann betragen V und E schon 30 Mark. Die Mischung ist richtig, aber es kommt kein 9löthiges dazu. Nehmen wir $V = 12$; so kommt $E = 15$, und $N = 30 \div 12 \div 15 = 3$. $V = 14$ gesetzt, kommt $E = 10$; $N = 6$. $V = 16$ gesetzt, kommt $E = 5$; $N = 9$. $V = 18$ genommen, kommt $E = 0$, und bleibt also aus der Mischung, und $N = 12$. Dieß ist dann die letzte mögliche Art. Man mache die Probe darüber; nämlich ob immer die Masse 30 Mark, und die Feinheit derselben 360 Loth betrage.

Anhang.

Anhang.

Die ältern Lehrer der Rechenkunst haben eine Menge Aufgaben vorgetragen, welche man in den neuern nicht mehr findet. Sie erstreckten sich auf Fälle, welche sich wirklich ereignen, wenn gleich selten (wie gleich die nächstfolgende Aufgabe); theils auch auf bloße Belustigungen. Indessen haben sie sämmtlich das gute, daß man dadurch im Nachdenken geübt wird. Allein leider haben die wenigsten gar keinen Sinn; oder sind nicht bestimmt genug, um sie gehörig auflösen zu können. Wir wollen davon ein paar Proben geben, damit man mit ähnlichen nicht vergebliche Mühe hat.

398) **Es werden 5 Zahlen in Ganzen und Gebrochenen gegeben.** Wenn man ■$7\frac{3}{8}$ zu 3 ■$\frac{4}{5}$ addiret, von der Summe ■$8\frac{7}{40}$ subtrahirt, den Rest mit $3\frac{3}{4}$ multiplicirt, das Kommende durch $7\frac{1}{8}$ dividirt, kommt zum Quotienten 17. Frage nach den ■ unlesbaren Ziffern. Antwort: eine leichte Sache.

Diese Aufgabe trägt **Schwarzer** ohne Auflösung vor. Da wir wissen, wie sich der Quotient 17 gebildet hat, so müssen wir **zurück gehen**, und die Zahl suchen, aus welcher er entstanden ist. Er ist durch die Theilung mit $7\frac{1}{8}$ entstanden; also **multipliciren** wir ihn damit, so haben wir $17 \times 7\frac{1}{8} = 121\frac{1}{8}$, den Dividenden. Dieser entstand durch eine Zahl, welche mit $3\frac{3}{4}$ multiplicirt worden ist. Diese finden wir dann, wenn wir $121\frac{1}{8}$ durch $3\frac{3}{4}$ **theilen**, kommt $32\frac{3}{10}$. Nun sind zu addiren ..$7\frac{3}{8}$, wo ein Zehner ꝛc. fehlt, und . . . . . 3..$\frac{4}{5}$, wo ein Einer nicht zu lesen ist; und davon abzuziehen . . ..$8\frac{7}{40}$, wo ein Zehner nicht zu lesen ist. Der Rest ist dann unsere oben gefundene Zahl

$32\frac{3}{10}$. Addiren wir die Brüche $\frac{3}{8}$ und $\frac{4}{5} = 1\frac{7}{40}$. Ziehen wir von diesem Bruche den Bruch bey $8\frac{7}{40}$ ab, so heben sich beyde, und es käme eine ganze Zahl, was nach oben nicht seyn soll: der Rest soll $32\frac{3}{10}$ seyn. Die Aufgabe ist also nicht richtig gegeben. Nun bemerke ich aber erst, daß auch bey $7\frac{3}{8}$ der Zähler verwischt oder nicht zu lesen seyn soll, was im Bruche nicht ganz zu erkennen ist. Dadurch wird die Aufgabe schwerer. Wir haben nun zu suchen, ob 7 mit 1, 2, 3, 4 Achtel u. s. w., wie oben behandelt, eine ganze Zahl hervorbringt; und da finden wir, daß es nur mit $7\frac{4}{8}$ (oder $7\frac{1}{2}$) geschehen kann und jene Zahl also $7\frac{4}{8}$ seyn müsse. Denn $17 \times 7\frac{4}{8} = 127\frac{1}{2}$; diese getheilt durch $3\frac{1}{4}$, kommt 34. Jene Zahlen addirt, und abgezogen, müssen demnach 34 geben.

$$\begin{array}{rl} & *7\frac{3}{8} = \frac{15}{40} \\ + & 3\ *\frac{4}{5} = \frac{32}{40} \\ \hline & 38\frac{7}{40} = \frac{47}{40} \\ \div & *8\frac{7}{40} \\ \hline \end{array}$$

Rest 30, soll 34 seyn. Obige $3*\frac{4}{5}$ ist also unabänderlich $34\frac{4}{5}$. Die andern können aber verschieden seyn. Denn die Zehner oder Hunderter ꝛc., die wir den $*7\frac{3}{8}$ vorsetzen, die haben wir dann auch den $*8\frac{7}{40}$ vorzusetzen, um immer 34 als Rest zu bekommen. Setzen wir 1, einen Zehner, hin:

$$\begin{array}{rl} & 17\frac{3}{8} \\ + & 34\frac{4}{5} \\ \hline & 52\frac{7}{40} \\ \div & 18\frac{7}{40} \\ \hline \end{array}$$

34 Rest. Und so mit 2 u. s. w. ins Unendliche, da nicht dabey stehet, daß es bloße Zehner seyn sollen, denn dann wären nur 9 Fälle (1 bis 9) möglich. Solche unbestimmte, oder unrichtig angegebene Aufgaben findet man in den Rechenbüchern die Menge. Dieß nennen die Herren dann noch eine leichte Sache!

399) Ein Bäcker hat zwey Säcke von gleicher Länge, aber ungleicher Weite. In den kleinen gehen 6, in den großen 24 Himbten Korn. Nun will

will er dieselben auffschneiden, und aus beyden einen Sack machen lassen; wie viel werden dann hineingehen? (54).

Diese Aufgabe stehet in des Kanzellisten J. H. Boden Arithmetik (Celle 1793) S. 520, ist wie folgt, berechnet, und mit einer Anmerkung begleitet.

$$\begin{array}{cc|c} \overset{6}{\smile} & \overset{2}{\smile} & \\ 6 & 1 & 1 \\ 24 & 4 & 2 \\ \hline & & 3 \end{array} \qquad \begin{array}{c} 3.3 \\ \hline 9.6 \\ \hline 54 \end{array}$$ Himbten.

„Ob ich gleich, sagt derselbe, seit der Zeit, da ich diese Formel in „der Schule, so wie sie dastehet, gerechnet habe, 40 Jahre älter gewor„den, und nun sogar ein Rechenbuch herauszugeben gewilligt bin: so muß „ich doch bekennen, daß ich noch jetzt nicht einsehe, wie und warum, wie „die Formel ausweißt, verfahren werden muß, und mein Lehrer hat es „auch wohl nicht gewußt, sondern solches aus seinen schriftlichen Rechen„buche mir dictirt, ohne dabey etwas zu denken, welches bey dem mecha„nischen Unterrichte im Rechnen gewöhnlich der Fall ist!"

Angenommen, daß wir den Boden des Sackes unbeachtet lassen, und ihn als einen Cylinder betrachten wollten: so könnten wir ihn wol nach S. 333 berechnen. Jener Rechner hat sich den Gegenstand etwa also gedacht: Die Inhalte der Cylinder von gleichen Höhen verhalten sich wie die Quadrate ihrer Durchmesser (S. 333). Nun gehet in den einen 6, in den andern 24; die Quadrate der Durchmesser verhalten sich also wie 1 : 4 und die Durchmesser, oder die Quadratwurzeln von 1 und 4, sind dann 1 und 2. Beyde, $1+2=3$, geben nun den Durchmesser des neuen Sackes, dessen Quadrat 9 ist. Nun schließen wir wieder: Wie sich das Quadrat des Durchmessers des einen oder des andern jener Säcke (1 oder 4) zu dem Quadrate des Durchmessers des neuen Sackes (9) verhält: so verhält sich der Inhalt jener (6 oder 24) zu den Inhalt von diesem. Also: $1 : 9 = 6 : \frac{9\times 6}{1} = 54$; oder $4 : 9 = 24 : \frac{9\times 24}{4} = 54$. Daraus wird man ersehen, daß dieß Verfahren jenem Ansatze zu Grunde liege. Allein hier

wären, außer der ganz runden cylinderischen Form, vorauszusetzen, daß den Säcken ein eigener, ganz horizontaler Boden angenähet werde; denn außerdem würde der neue Sack sehr verkürzt werden, da die Theile der Leinwand, die bey den einfachen Säcken den Boden bildeten, bey dem doppelten Sacke nicht zureichen würden. Dieß gilt auch bey der Aufgabe S. 332, die wir nur mittheilten, um doch auf die Verschiedenheit des Ansetzens zweyer Säcke nach der Länge, und nach der Weite, aufmerksam zu machen.

400) Ein Lieferant sollte in Zeit von 6 Tagen für 180 Mann Montirungsstücke schaffen, wozu er zwey Partheyen Arbeiter anstellte, davon die eine Parthey täglich 16 Stunden und die andere nach dem Verhältniß ihrer Zahl alle Tage arbeiten mußten. Wie viel Stunden hatte also diese Parthie täglich zu arbeiten?

Schirmer trägt in seiner Algebra diese Aufgabe so vor, und findet 14 Stunden. Wie sie aber hier vorgetragen wird, ist sie gar nicht aufzulösen. Hier stehet, die andere Parthie Arbeiter soll nach Verhältniß ihrer Zahl täglich arbeiten, und es ist kein Verhältniß angegeben. Es hätte dann etwa heißen sollen: welche sich wie 8 zu 7 verhalten; dann wäre die Auflösung: Wie sich die Arbeiter verhalten, so die Stunden: $8 : 7 = 16 : \frac{16 \times 7}{8} = 14$. Allein aus seiner Auflösung gehet hervor, daß diese Angabe des Verhältnisses ganz überflüssig ist; denn er nimmt an, was in der Aufgabe nicht stehet, daß in jeder Stunde ein Montirungsstück fertig werden soll: in 180 Stunden dann 180 Stücke. Da nun die erste, in 6 mal 16 Stunden, 96 Stücke verfertigt, so bleiben der andern noch 84 übrig, und es kommen für den Tag 14 Stücke oder Stunden.

Herrn Prof. Grüson ist es mit der ersten Aufgabe seiner algebraischen Sammlung im Ausdrucke auch nicht besser gegangen. Sie heißt:

401) „Für 67 Thaler kaufe ich einen Zentner Metall, und erhalte 8 Thaler zurück. Wie hoch kommt mir der Zentner zu stehen?“ Derselbe

selbe rechnet: „x + 8 = 67; x = 59; also hat der Zentner gegolten „59 Thaler.“

Wenn ich den Zentner um 67 kaufe, so hat er 67 gegolten, und ich kann nichts zurück erhalten, es sey denn, daß es kein voller Zentner war, oder sonst ein Abzug statt fand. Die Aufgabe hat also in dieser Gestalt keinen Sinn.

Mittel, zu erkennen, ob sich eine gegebene Zahl durch eine andere theilen lasse.

Es ist oft eine Erleichterung im Rechnen, wenn man eine Zahl durch Theilen, ohne Bruch, verkleinern kann. Um leicht zu erkennen, ob und durch welche Zahlen dieselbe getheilt werden könne, folgendes:

Mit 2 läßt sich eine Zahl theilen,

wenn die letzte Ziffer eine gerade Zahl ist, oder, was dasselbe, wenn sich die letzte mit 2 theilen läßt. 354; 792, lassen sich also durch 2 theilen, weil sich 4 und 2 damit theilen lassen.

Mit 3 läßt sich eine Zahl theilen,

wenn die Summe aller Ziffern sich mit 3 theilen läßt: von 354 ist die Summe $3 + 5 + 4 = 12$, welche (12) sich durch 3 theilen läßt, also auch die Zahl 354. Eben so 792, von welcher die Summe 18 sich durch 3 theilen läßt.

Mit 4 läßt sich eine Zahl theilen,

wenn die 2 letzten Ziffern sich durch 4 theilen lassen. 56824 läßt sich durch 4 theilen, weil die zwey letzten Ziffern, 24, sich damit theilen lassen.

Mit 5 läßt sich eine Zahl theilen,

wenn die letzte Ziffer 5 oder 0 ist; also 7930; 7935.

Mit

Mit 6 läßt sich eine Zahl theilen,

wenn dieselbe mit 3 sich theilen läßt und die letzte Ziffer eine gerade Zahl ist; also 2754. Die Summe der Ziffern, 18, läßt sich durch 3 theilen, und die letzte, 4, ist gerade, daher ist die Zahl durch 6 theilbar.

Mit 7 läßt sich eine Zahl theilen,

wenn die letzte Ziffer doppelt genommen den vordern gleich, oder ein Vielfaches von ihnen ist. 189 gehet in 7 auf, denn $9 \times 2 = 18$; ebenso 1561, denn $1 \times 2 = 2$, und $156 \div 2 = 154$ gehet in 7 auf; also auch die ganze Zahl.

Mit 8 läßt sich eine Zahl theilen,

wenn sich die drey letzten Zahlen durch 8 theilen lassen. 196824 gehet mit 8 also auf, denn 824 lassen sich durch 8 theilen.

Mit 9 läßt sich eine Zahl theilen,

wenn die Summe der Ziffern als Einheiten genommen, in 9 sich theilen läßt. 1341; 85437 lassen sich durch 9 theilen, weil die Summen $1 + 3 + 4 + 1 = 9$, und $8 + 5 + 4 + 3 + 7 = 27$ sich durch 9 theilen lassen.

Durch 11 läßt sich eine Zahl theilen,

wenn die Summe der Ziffern in den geraden Stellen, der Summe der Ziffern in den ungeraden gleich, oder um ein Vielfaches von 11 verschieden sind. In den Stellen 1te, 2te, 3te, 4te, 5te; 1te, 2te, 3te, 4te, 5te, 6te, 7te

der Zahlen 8 5 4 2 6; 1 2 3 4 3 2 1

sind die geraden Stellen $5 + 2 = 7$; die ungeraden $8 + 4 + 6 = 18$. Nun ist $18 \div 7 = 11$, welche sich durch 11 theilen läßt; also auch die ganze Zahl. In den andern sind die geraden Stellen $2 + 4 + 2 = 8$; die ungeraden $1 + 3 + 3 + 1 = 8$, also jener gleich, daher läßt sich auch diese Zahl durch 11 theilen.

Die Gründe der Richtigkeit dieser Angaben, kann man aus den Eigenschaften der Zahlen selbst aufsuchen.

Anleitung

zur

Berechnung der Facturen,

oder zu den

Waaren-Calculationen.

Zweyte Auflage.

Anleitung
zur
Berechnung der Facturen,
oder zu den
Waaren-Calculationen.

Erinnerung.

§. 1.

Die hier folgende Anleitung zur Berechnung der Facturen, mit dem Facturen- und Calculationsbuche, ist zum erstenmal 1806, zugleich mit der Buchhaltung erschienen. Bey der zweyten Auflage der Anleitung zum Buchhalten (1820) ward sie davon getrennt, und erscheint nun hier vermehrt. Da sich das Buchhalten auf die Facturen beziehet, so mußten diese genau beybehalten werden wie sie waren, wenn nicht alles hätte umgeändert werden sollen. Man findet daher hier noch bey Nürnberg das Gewicht, das sie als freye Reichsstadt hatte, und von welchem 110 ℔ auf 100 ℔ des Baierischen oder Oesterreichischen Gewichts gehen. Eben so ist der damalige Curs der Banknoten, die nun Einlösungs-Scheine, und die Summen, die in Einlösungs-Scheinen, oder jetzigem Papiergelde, zahlbar sind, Wiener-Währung heißen, und einen geringern Werth haben, beybehalten worden.

Dieß hat nun weder auf das Berechnen selbst, noch auf die Anleitung dazu, den geringsten Einfluß, und ist nur zu merken, damit man weiß, warum im ersten Theile bey Nürnberg das Gewicht, und bey Oesterreich das Papiergeld in andern Verhältnissen angegeben ist.

Zwey Fälle bey Berechnung der Waarenpreise:

Vorausbestimmung der Waarenpreise; Berechnung der Facturen.

§. 2.

Beym Berechnen der Waarenpreise kann man zwey Fälle unterscheiden. Der erste Fall ist, wenn wir die Waaren bereits haben kommen lassen, und also den Ankaufspreis mit allen Unkosten wissen, diese nun zusammen ziehen, und daraus berechnen, wie theuer uns, nach dem gefundenen Gewichte des Ganzen, eine Einheit, ein Zentner oder Pfund, komme. Dieser Fall ist jetzt der Gegenstand der nachfolgenden Berechnungen: wir haben es mit wirklichen Facturen zu thun, bey welchen wir allen Aufwand auf die Waaren wissen.

Den andern Fall haben wir bereits schon im ersten Theile behandelt: er gehet auf die Vorausbestimmung der Waarenpreise, also ehe wir noch die Waaren haben kommen lassen, um vorher zu wissen, wie theuer sie uns kommen werden.

In jenem Fall finden wir den Einkaufspreis genau, weil alle Unkosten gegeben sind; in diesem nur ungefähr.

---

§. 3.

Den Preis einer Waare berechnen, oder calculiren*), heißt bestimmen, wie theuer uns dieselbe nach dem Ankaufspreise mit Zuziehung aller Unkosten (Fracht, Speditionsgebühren, Zölle, Mauten, Briefporto u. s. w.) überhaupt, und wie theuer uns eine Einheit unseres Gewichts (Zentner, Pfund) oder Maßes, in unserem Gelde, komme. Diese Berechnung fände nicht statt, wenn uns die Waaren in unserm Gelde und Gewichte, und franco geliefert, verkauft würden. Dieß ist nun selten der Fall. Jeder Ort erläßt seine Waarenpreise in seinem Gewichte und Gelde, und ohne die Frachtkosten zu übernehmen, noch in den Preis zu rechnen; oder, wie dieß im Handel ausgedrückt wird, er erläßt sie hier gelegt

---

*) Calculiren (ital. calculare, calcolare, französ. calculer, lateinisch calculare) heißt nichts anders als etwas ausrechnen oder berechnen; wir können daher dieß Wort sehr wohl entbehren. Waaren-Calculation können wir noch bestimmter durch Preisberechnung, oder Waaren-Preisberechnung, übersetzen.

(an seinem Orte, zur Stelle). Es kommt also hier auf die Berechnung der verschiedenen fremden Geldsummen, in Summen unseres Geldes von gleichem Werthe; auf die Umwandlung (Reducirung) der ausländischen Gewichte in unser Gewicht, und auf die Ausmittelung an, wie viel von dem sämmtlichen Aufwande (Ankaufspreis und Spesen) auf eine Einheit des Gewichts komme, oder wie theuer wir den Zentner oder das Pfund unsers Gewichts in unserm Gelde selbst, alle Unkosten daraufgeschlagen, zu zahlen hatten.

§. 4.

Die Verhältnisse der Gewichte*) verschiedener Orte zu einander, sind uns eben so bekannt, als der Werth der verschiedenen Münzen oder Geldsorten zu einander. So wissen wir für unsere erste und zweyte Factura, daß in Triest 100 ℔ (Wiener Gewicht) in Nürnberg 110 reichsstädtische Pfunde, und daß 100 Pfunde in Hamburg, 96 Pfund in Nürnberg wiegen. Eben so wissen wir, daß 100 Gulden (Wiener Current) wirkliches (Metall-) Geld in Triest, in Nürnberg fl. 120 Münz betragen, und daß, da $27\frac{1}{8}$ Mark Banco, für eine Cöllnische Mark Silber (also gleich fl. 24) genommen werden, 100 Banco Mark eben so viel Silber enthalten, und also werth sind, als fl. $86\frac{7}{8}$, und 100 Gulden Münz gleich $115\frac{5}{48}$ Mark Banco sind.

Wissen wir nun eben so die Fracht und die übrigen Unkosten auf den Zentner, so können wir aus den gegebenen Waarenpreisen eines Orts, die Berechnung anstellen, und finden, wie theuer uns die Waaren kommen. Z. B. wie theuer kommen uns im Vier und zwanzig-Guldenfuß 100 Pfund Nürnberger Gewicht Rosinen, wenn sie in Triest fl. $14\frac{4}{5}$ kosten?

Was kosten Nürnberger		100 ℔?
110 ℔ R. Nürnb. sind gleich		100 ℔ Wiener.
100 ℔ Wiener kosten		$14\frac{4}{5}$ Banknoten.
100 fl. Banknoten gleich		75 fl. Current.
100 fl. Current gleich		120 fl. Münz.

Das Product der linken Zahlenreihen gibt den Divisor, das Product der rechten den Dividend. Heben wir gegenseitig fünf Nullen, und verwandeln das Ver-

*) Was wir von Gewichten sag n, gilt immer auch von Längen- und Inhalts-Maßen.

Verhältniß 100 zu 75, in 4 zu 3: so bleiben auf der linken 11 und 4, welche das Product 44 zum Divisor geben, und auf der rechten $14\frac{4}{3} \times 3 \times 12 = 532\frac{4}{3}$ als Dividenden; diesen durch jenen getheilt gibt zum Quotienten fl. 12. 6 kr.
Rechnen wir dazu für Fracht und andere Unkosten auf den Zentner fl. 14. 30 kr.

so käme der Zentner auf . . . . . fl. 26. 36 kr.

Nehmen wir an, der Melis stehe in Hamburg auf $19\frac{1}{2}$ ßl; ein halb Procent werde Gutgewicht und $4\frac{2}{3}$ Procente Rabatt vergütet, und $1\frac{1}{2}$ Procent Provision bezahlt: so stehet die Rechnung also:

Was kosten . . . . . 100 ℔ Nürnb. Gewicht?
96 ℔ Nürnb. Gew. sind gleich . 100 ℔ Hamb. Gewicht.
Für 100 ℔ Hamb. zahlen wir nur wegen Gutgewicht . . . . $99\frac{1}{2}$ ℔ Hamb.
1 ℔ Hamb. kostet . . . $19\frac{1}{2}$ Pfennige Vlämisch.
32 ßl Vl. gelten . . . 1 Mark Banco.
Für $104\frac{2}{3}$ Mark Banco zahlen wir nur wegen Rabatt . . . . 100 Mark Banco.
Für 100 Mrk. Bco. zahlen wir mit Provision $101\frac{1}{2}$ Mark Banco.
$27\frac{5}{8}$ Mark Banco sind gleich mit . fl. 24. Münz.

Nach diesem Ansatze wird der Zentner kommen auf . fl. 53. 13 kr.
Wären nun, unsrer Erfahrung nach, auf den Zentner noch ungefähr . . . . . fl. 10. — —
für Spesen zu rechnen, so käme der Zentner auf . . . fl. 63. 13 kr.

Allein unsre vorausgesetzten Verhältnisse treffen gewöhnlich nicht ganz zu. Wenn 96 Pfd. Nürnb. Gew. 100 Pfd. Hamburg. betragen, so hätten 1208 Pfd. Hamb. (Man sehe die 2te Factura) in Nürnberg $1159\frac{1}{2}$ Pfd. wiegen sollen; es fanden sich aber nur 1144 Pfd.*).

Eben

*) Das angegebene Verhältniß beyder Gewichte zu einander, das gewöhnlich in Büchern gegeben wird, ist an sich nicht richtig. Sie verhalten sich nicht wie 100 zu 96, sondern wie 100 zu 95, oder wie 20 zu 19.

Eben so ist der Curs von dem natürlichen Verhältnisse sehr verschieden. Nach der Factura haben wir für 100 Hamb. Bancothaler, oder für 300 B. Mark, 150 Thaler Curr. bezahlen müssen, und hätten doch in wahrem Werthe nur 144⅔ Rthlr. zahlen sollen. Denn:

Was betragen	. . .	300 B. Mark?
27⅜ B. Mark	. .	= 24 Gulden Münz.
fl. 12. Münz	. . .	= 10 — Curr.
fl. 3. Curr.	. . .	= 2 Thlr. Curr.

geben 144⅔ Reichsthaler.

Lassen wir uns aber bey solchen Berechnungen durch die Erfahrung leiten, nehmen auf den Abgang nach Verschiedenheit der Waaren, und auf den neuesten Wechselpreis, der sich selten in kurzer Zeit zu sehr verändert, Hinsicht: so kommen wir der Wirklichkeit näher.

Sehen wir sonach das halbe Pfund Gutgewicht als Abgang an, und lassen es aus dem Rechnungs-Ansatze weg; setzen wir das richtigere Verhältniß beyder Gewichte zu einander (100 zu 95) an, und nehmen die Geldverhältnisse nach dem neuesten Curs: so wird der gefundene Preis, dem Preise nach der Factura näher kommen. Z. B.

		Was 100 ℔ N.
95 ℔ N.	=	100 ℔ H.
1 ℔ H.	=	19½ ℔.
32 ℔	=	1 Mk. B.
104⅔	=	100
100	=	101½
300 B. Mk.	=	150 Rthlr. Curr.
2 Rthlr. Curr.	=	fl. 3 Curr.
fl. 10 Curr.	=	fl. 12 Münz.

Dieß wird fl. 55. 59 kr. geben. Dazu Fracht und Spesen fl. 9. bis 9½, so kommt es mit der Factura ziemlich genau überein.

Solche Berechnungen dienen blos dazu, voraus zu wissen, wie theuer uns die Waaren, deren Preise erlassen werden, ungefähr kommen, um uns im Einkauf darnach zu bestimmen. Sie lassen sich sehr verkürzen und auch auf sogenannte Uni-

ver-

versalregeln für einzelne Orte und Waarengattungen (z. B. von welchen $4\frac{3}{4}$, $8\frac{3}{4}$ Procent Rabatt u. s. w. gegeben werden) bringen (S. 182. ꝛc.). Allein sie sind hier nicht der Gegenstand unserer Untersuchung; wir haben es blos mit den wirklichen Facturen zu thun, und kommen nun wieder auf diese zurück.

§. 5.

Bey jeder Waare, die wir aus entfernten Orten kommen lassen, haben wir also zu suchen, was wir in unserm Gelde dafür, mit allen Unkosten, zu zahlen haben, und was wir in unserm Gelde dafür bekommen.

Nach der zweyten Factura kam uns der Melis in Hamburg auf Banco-Mark 714. 10ßl. Diese hatten wir, nach dem damaligen Marktpreise der Wechsel (Wechselcurs) zu 150 Procente zu bezahlen; das heißt, wenn wir 150 Reichsthaler Current (oder 270 fl. Münz, den Rthlr. a fl. $1\frac{4}{5}$.) zahlten, konnten wir einen Wechsel auf 100 Thaler (oder 300 Mark) in Banco lautend, auf Hamburg bekommen. Für unsere schuldigen Banco-Mark $714\frac{5}{8}$, hätten wir sonach fl. 643. 10 kr. zu bezahlen. (300 Mark kosten uns 270 fl., was $714\frac{5}{8}$ Mark?)

Für Spesen hatten wir noch in fremdem Gelde, in Species, Rthlr. 16. 8 Gr. zu bezahlen, die wir, zu $1\frac{1}{6}$ Gulden, auf fl. 29. 57 kr. berechnen.

Die Fracht bis hieher betrug	fl. 65. 38 kr.
und andere kleine Unkosten	1. 35 kr.
also . . .	fl. 67. 13 kr.

Der Einkaufsbetrag war also fl. 643. 10 kr.
die Zwischenspesen . . 29. 57
die hiesigen Spesen . . 67. 13
der ganze Aufwand . . fl. 740. 20 kr.

An Melis fanden sich 1144 Pfunde, und diese kosten uns sonach fl. 740. 20 kr., der hiesige Zentner also (als Einheit unseres Gewichts, nach welchem wir denselben wieder verkaufen) fl. 64. 43 kr.

Auf diese Art wird der Einkaufspreis gewöhnlich berechnet, und nun der Gewinn, um den Verkaufspreis bestimmen zu können, dazu geschlagen.

Wollen wir z. B. fünf Procente gewinnen, so würden diese von fl. 64. 43 kr. betragen . . . . . fl. 3. 14 kr.
und wir würden den Verkaufspreis zu 68 fl. festsetzen können.

Ver-

Verkaufen wir diesen an unserm Orte, und etwa durch einen Mäckler, so würden wir dem Käufer ½ Procent für Gutgewicht, und dem Mäckler ½ Procent für Senserie (Mäcklergebühr) zu zahlen haben. Diese betragen zusammen ein Procent, als Verminderung unseres Gewinns; denn wir würden nun nicht fünf, sondern nur vier Procente Gewinn haben.

Selten wird eine Waare seyn, die durch das längere Aufbewahren, und durch die vielen einzelnen Verkäufe keinen Abzug leiden sollte. Geben wir z. B. unsern Melis nur auf zwölf verschiedene Mal weg, so werden wir schwerlich 1144 ℔ herausbringen. Der Abgang wird begreiflich bey verschiedenen Waaren in gleichen Zeiten sehr abweichend ausfallen. Unter unsern Waaren würde er z. B. größer bey den Zwetschgen, Rosinen, Süßholzsaft, Tabak, Safran, und geringer bey Zucker und Caffe seyn. Ist für diese ein ½ Procent zu rechnen, so wird für jene 2 Procente anzunehmen seyn.

Bringen wir diesen Abgang nur mit ½ Procent in Rechnung, und nehmen dazu jenes Procent, für Mäcklergebühr und Gutgewicht, so betragen diese zusammen 1½ Procent. Dieses 1½ Procent müssen wir daher noch auf den Preis, als Aufwand, schlagen, um nicht weniger zu gewinnen, als wir zu gewinnen glauben. Wir können nun diese 1½ Procent gleich an dem gefundenen Gewichte abziehen, und aus dem Reste den Preis berechnen. Z. B. der Melis wog hier 1144 ℔, ab

1½ Procent, oder		18 ℔.
bleiben		1126 ℔.
Diese kosten fl. 740. 20 kr., der Zentner also . . .		fl. 65. 45 kr.
Den Gewinn von 5 Procent dazu	5	fl. 3. 17 kr.
ist der Verkaufspreis		fl. 69. 2 kr.

Oder wir können zu den oben gefundenen Einkaufspreis, der aus dem vollen Gewicht von 1144 ℔ hervorging, zu fl. 64. 43 kr., um 5 Procente rein zu gewinnen, 6½ Procent dazu addiren.

Versenden wir die Waaren auswärts, so haben wir weder Gutgewicht noch Mäcklergebühren zu geben; allein wir dürfen demungeachtet dieß ersparte Procent nicht als Gewinn ansehen, und unsere Rechnung deßwegen abändern. Denn theils werden wir im Durchschnitt immer ein Procent für die Anschaffung des Geldes

aus

aus der Ferne rechnen dürfen, das wir entweder für Geld- und Briefporto, oder für Verlust beym Wechselcurs und für Courtage zu tragen haben; theils wird auch die Verkaufsgefahr, die wir auf dem Transport, durch Disposition stellen (wenn der Käufer die Waare aus irgend einer Ursache nicht annehmen will), durch Chikanen, Zahlungsunvermögen u. s. w. zu tragen haben, höher als ein Procent anzuschlagen seyn.

Mehr über diesen Gegenstand, der gewöhnlich gar nicht in Betrachtung kommt, wagen wir hier nicht zu sagen, sondern verweisen auf die Kapitel der Werthbestimmungslehre und der Handelslehre, in Leuchs vollständiger Handelswissenschaft in 3 Theilen. Nürnberg. Dritte Auflage. 1821.

§. 6.

Die Factura (über den Melis), die wir bis jetzt betrachteten, betraf nur eine einzige Waare. Aller Aufwand ging nur auf dieselbe und durfte auf einen Zentner unseres Gewichts ausgeschlagen werden.

Verwickelter wird die Berechnung, wenn die Factura mehrere Waaren enthält. Jemehr diese dann im Preise verschieden sind (z. B. die eine der Zentner, die andere das Pfund 12 Gulden kostet); jemehr das Verhältniß der Thara zu dem Nettogewicht unter ihnen abweicht, (z. B. wenn bey der einen auf 100 ℔ Waare 1 ℔ Thara, und bey der andern auf 100 ℔, 10 ℔ wären); jemehr bey den Unkosten Verschiedenheit statt findet, die einen Zölle und andere Abgaben, die andern keine zu zahlen hätten, bey den einen Rabatt, bey den andern keiner gegeben würde u. s. w.; je größer nun diese Verschiedenheiten, desto vorsichtiger muß in der Ausrechnung verfahren werden, um den richtigen Preis jeder Waare aufzufinden.

Weil es den meisten Lesern beschwerlich werden möchte, unsern Vortrag hierüber im allgemeinen zu fassen, so verschieben wir denselben auf die einzelnen Fälle, und bemerken hier nur, daß man bey der Ausrechnung der Facturen darauf zu sehen habe, daß jeder Waare diejenigen Unkosten zugetheilt werden, die auf sie gefallen seyn würden, wenn man dieselbe hätte ganz allein kommen lassen.

Er-

Erläuterungen und Bemerkungen über die erste Factura.

Erste Auffindungsart der Waarenpreise.

§. 7.

1) In dieser Factura findet sich eine Verschiedenheit in der Thara, die vom Süßholzsafte, und die von den Rosinen gegeben wird; jene ist netto, diese nach Procenten berechnet.

Die Thara netto ansetzen oder geben, heißt sie gerade für so viel anrechnen, als das Gefäß wiegt. Die 36 und 40 ℔ sind also das wirkliche Gewicht der Kisten, die 16 ℔ das Gewicht der Emballage, mit welcher dieselben umgeben worden sind.

Die Thara der Rosinen, als einer Waare, die nicht wohl umgepackt werden kann, ist nach Procenten angesetzt. Sie wird vom Hundert des Sporcogewichtes berechnet, und zwar nach den Waaren verschieden.

Von den Rosinen werden 10 Procente, also von 100 ℔ des Sporcogewichtes 10 Pfunde gegeben.

100 ℔ geben 10 ℔, wie viel 936 ℔; oder $100 : 936 = 10 : \frac{936.10}{100} = 93\frac{3}{5}$ ℔. Da $\frac{3}{5}$ ℔ mehr als ein $\frac{1}{2}$ ℔ ist, so sollte eigentlich, wenn man nicht $93\frac{1}{2}$ ℔ für Thara ansetzen will, 94 ℔ abgezogen werden; nach der Regel, was unter ein halbes Pfund ist, für nichts, und was über ein halbes Pfund ist, für ein ganzes zu rechnen. Da das Pfund nur in halbe, viertel und achtel Pfunde getheilt wird, so kommen alle übrigen Brüche, also auch $\frac{3}{5}$ ℔ nicht als solche in Rechnung, sondern es wird, z. B. in jedem andern Falle, statt $\frac{3}{5}$ ℔ ein halbes oder fünf achtel Pfunde genommen.

2) Der Betrag der Factura ohne Unkosten ist fl. 277. 30 kr. Current*). Currentgeld heißt eigentlich das umlaufende, gangbare Geld, das gewöhnlich im Han-

del

*) Leiten wir dieses Wort vom Lateinischen ab, currere, laufen u. a.) so ist es **current** zu schreiben; vom französischen courir, **courant**, vom Italienischen correre, **corrent**. Da die Kunstwörter im Handel größtentheils aus dem Italienischen kommen, auch diese Sprache der Deutschen angemessener ist, als die französische: so wollen wir uns mehr an dieselbe oder an die Lateinische halten. Daher schreiben wir auch Contor, vom Ital. Contoro; nicht nach dem Franzöf. Comptoir u. s. w.

del und Wandel genommen und gegeben wird. (Daher auch: corrente oder currente, gangbare, leicht verkäufliche Waare)

Da nun aber gewöhnlich die täglich umlaufenden Münzsorten die geringern sind, so werden oft unter Current die geringern Münzsorten verstanden. Hier wird aber unter Current der Zwanzig-Guldenfuß, und zwar noch dazu die besseren Münzsorten desselben, verstanden.

Da nun der 20 Guldenfuß zu dem 24 Guldenfuß wie 20 zu 24, oder wie 10 zu 12, oder wie 100 zu 120 sich verhält: so betragen die Currentgulden ein Fünftheil mehr in Gulden des 24 Guldenfußes. Addiren wir nun zu jenen fl. 277, 30 kr. Curr. ein Fünftheil, oder fl. 55: 30 kr., so kommen 333 fl. als Werth derselben im 24 Guldenfuß (oder in Münz, wie diese Gulden auch genannt werden). Allein da zu der Zeit, als diese Factura ausgestellt ward, alle Preise in Papiergeld (Banknoten) berechnet sind, und dasselbe, da es vom Staate nicht gegen Metallgeld auf Verlangen eingelöset wird (s. Leuchs vollständige Handelswissenschaft §. 395, 396.), an dem Werth, den es bezeichnet, verlor: so bezeichnen die 75 Procente den Werth, den die Banknoten gegen das Metallgeld haben; und man gibt nach diesem Curse, für eine Banknote, die auf 100 Gulden lautet, nur fünf und siebenzig Gulden in Metallgeld. Jene fl. 277: 30 kr. Curr., da sie in Banknoten zahlbar sind, betragen also in wirklichem Gelde ein Viertheil weniger, da 100 Gulden in Banknoten hier mit 75 Gulden in Metallgeld bezahlt werden.

Ziehen wir nun von fl. 277: 30 kr. Curr. ein Viertheil ab (fl. 277: 30 kr. weniger fl. 69: 22½ kr. = fl. 208: 7½ kr.), und verwandeln diese mit Hinzufügung eines Fünftheils (fl. 208: 7½ kr. + fl. 41: 37½ kr. = fl. 249: 45 kr.) in Münz; oder, was gleichviel gilt, ziehen wir von den schon oben gefundenen 333 fl. ein Viertheil ab (fl. 333 ÷ 83: 15 kr. = fl. 249: 45 kr.): so finden wir in beyden Fällen die in der Factura bemerkte Summe von fl. 249: 45 kr. im 24 Guldenfuß, als Werth der fl. 277: 30 kr. Current in Banknoten.

3) Die Fracht nach Salzburg (fl. 101: 15 kr.) und die Maut (fl. 9: 54 kr.) sind in Current (im 20 Guldenfuß) zu fl. 111: 9 kr. angegeben. Diese würden zu 75 und 120 Procenten betragen fl. 100: 2 kr. in Münz.

Hier wird aber fl. 111: 9 kr. Curr. zu 92 Procenten in Münz verwandelt. (100 Curr. geben 92 Münz, was fl. 111: 9 kr.? kommt fl. 102: 15 kr.). Der Curs zwi-

zwischen Papier und Geld ist also, statt wie oben zu 75, hier zu 76⅔ Procent angenommen, welches dann 92 Procent gibt, wie es zu 75 gerechnet nur 90 Procente geben würde.

Was betragen fl. 100 Banknoten Current — ferner, was 100 derselben in Münz?

100 Curr. = 120 Münz-Banknoten.	100 — 120
100 B. N. = 76⅔ Silbergeld.	100 — 75
Kommen fl. 92 Silbergeld.	Kommen 90.

Wenn man also von den fl. 277: 30 kr. Curr. der Factura, ein Zehntheil abziehet, so gibt die Summe ebenfalls die oben gefundenen fl 249: 45 kr. Münz. (Denn 100 Curr. Banknoten geben 90 Gulden Münz, also $\frac{90}{100} = \frac{9}{10} = 1 \div \frac{1}{10}$; daher fl. 277: 30 kr. weniger $\frac{1}{10} = \div$ 27: 45 kr. = fl. 249: 45 kr.)

4) Nach der Factura kostet uns der Süßholzsaft in Triest fl. 152: 45 kr.
die Rosinen . . . . . fl. 124: 45 kr.

Current. Für beyde hatten wir aber noch für Fracht, Speditionsgebühren u. a. fl. 183: 15 kr. in Münz auszulegen. Diese fl. 183: 15 kr. sind blos durch das Gewicht der Waaren entstanden; denn die Fracht und Speditionskosten werden auf das Gewicht der Waare berechnet. Um daher zu wissen, wie viel von diesen Spesen auf jede Waare kommen, müssen wir sie auf die verschiedenen Gewichte derselben, und zwar auf das Sporcogewicht, vertheilen, durch welches sie entstanden sind. Nun wieget der Süßholzsaft Spo. 436 ℔ oder 4⅜ Zentner,
die Rosinen . 936 . oder 9⅜ .

zusammen . 1372 ℔ oder 13¾ Zentner,

und wir haben also die fl. 183: 15 kr. Spesen nach dem Verhältniß des Gewichts, wie 436 zu 936, oder wie 4⅜ zu 9⅜ zu vertheilen, und es wird immer jedes dieser Verhältnisse genau genug den gleichen gehörigen Antheil der Spesen geben. Nämlich, wie sich das ganze Gewicht (1372 ℔) zu den einzelnen Gewichten (436 ℔ und 936 ℔) verhält, so verhalten sich die sämmtlichen Spesen (fl. 183: 15 kr.) zu den zu suchenden Antheil. Oder auf die gemeine Art:

1372 ℔ kosten an Spesen fl. 183: 15 kr. wie viel kommen davon auf 436 und wie viel auf 936 ℔?

Nach

Nach der unten folgenden Berechnung kommen auf den Süßholzsaft für den
Spesenantheil . . . . . fl. 58: 14 kr.
auf die Rosinen . . . . . fl. 125: 1 kr.
in Münz,

(Zusammen also wieder fl. 183: 15 kr.)

5) Nun kostet der Ankauf des Süßholzsaftes Curr. fl. 152: 45 kr.
die wie in No. 2, mit 75 und 120 Proc. in Münz verwandelt, betragen fl. 137: 28 kr.
der Spesenantheil . . . . . fl. 58: 14 kr.

Das Ganze also in Münz . . . . . fl. 195: 42 kr.

Dieser wog in Nürnberger Gewicht netto 370 ℔, und diese kosten fl. 195: 42 kr., es ist nun zu finden, wie theuer 100 ℔ oder der Zentner komme: (370 : 100, wie fl. 195 7/10 : $\frac{195\frac{7}{10} \times 100}{370}$ = fl. 52: 53 1/37 kr.) und wir finden fl 52: 53 1/37 kr. als die eignen Kosten desselben.

6) Die Rosinen kosten in Triest fl. 124: 45 kr.
Diese betragen in Münz (zu 75 und 120 Procente) . . fl. 112: 17 kr.
Der Frachtantheil . . . . . fl. 125: 1 kr.

Das Ganze . . . . . fl. 237: 18 kr.

Hier gewogen 9 Zentner; kommt also der Zentner auf den 9ten Theil des Ganzen, oder auf fl. 26: 22 kr.

7) Multiplicirен wir die Gewichte (370 und 900 ℔) dieser Waaren mit den gefundenen Preisen (fl. 52: 53 1/37 kr. und fl. 26: 22 kr.), und addiren beyde zusammen, so muß, wenn anders richtig verfahren wurde, der sämmtliche Betrag der Factura (fl. 433) genau herauskommen.

Dieß ist nun das allein richtige Verfahren; denn bey Berechnung jeder Factura, wie wir in der Folge noch näher zeigen werden, müssen die Spesen genau so vertheilt werden, daß auf jede Waare diejenigen Unkosten fallen, die sie veranlaßt hat, und die also auf sie kommen würden, wenn man dieselbe ganz allein sich hätte zusenden lassen.

Zweyte Auffindungsart der Preise.

§. 8.

8) Darf die Summe der Spesen gleichförmig auf das Gewicht oder auf den Betrag der Waaren vertheilt werden: so kann der Preis derselben auf folgende Arten gefunden werden.

Wie sich dann die Summe des Betrags der einzelnen Waaren ohne Spesen (fl. 277½), zu dem Betrag jeder einzelnen (zu fl. 152: 45 kr. und zu fl. 124: 45 kr.) verhält: so muß sich der sämmtliche Betrag mit Spesen (fl. 433.), zu dem Betrag jeder einzelnen mit Spesen $\left(\frac{152\frac{3}{4} \times 433}{277\frac{1}{2}} \text{ und } \frac{124\frac{1}{4} \times 433}{277\frac{1}{2}}\right)$ verhalten. Oder auf die gemeine Art: 277½ Curr. fl. betragen mit Spesen fl. 433. in Münz, wie viel betragen fl. 152: 45 kr. Curr. mit Spesen in Münz? und so den andern Fall.

Nach dieser Rechnung kommt für den Betrag des Süßholzsafts fl. 238: 20 kr.
und für die Rosinen . . . . . fl. 194: 40 kr.
Auf den Zentner berechnet, kommt für jene hier fl. 52: 37 kr. oben aber fl. 52: 54 kr.
für diese hier . . . . fl. 26: 29 kr. oben fl. 26: 22 kr.

Diese Berechnung gibt sonach für die Kosten des Zentner Süßholzsaftes 17 kr. weniger, und für die Rosinen 7 kr. mehr, als die obige richtige Berechnung.

9) Aus gleichen Gründen mit dieser Berechnung, können die Producte der Pfunde in den Preis genommen werden, statt daß wir in der letzten Berechnung die Producte der Zentner in den Preis nahmen. (Man sehe die folgende Berechnungsart.)

10) Wenn eine Factura viel Waaren enthält, so kann man sich die Division erleichtern, wenn man das bleibende Verhältniß auf ein anderes bringt, in welchem das eine Glied, das den Divisor macht, aus Decimalzahlen (10, 100, 1000, 10,000 u. s. w.) bestehet.

So verwandelt (reducirt) sich das Verhältniß 1372 zu 183¾, in das gleiche
100,000 zu 13356; und

277 : 433, in
100,000 : 156036$\frac{4}{111}$.

Dieß Verfahren heißen die Lehrer der Rechenkunst: eine Proportionalzahl suchen. Die $\frac{4}{111}$ können hier, als ein zu unbedeutender Bruch bey so vielen Decimalstellen, weggelassen werden (Man sehe S. 144.).

Berech-

Berechnung der ersten, Triester, Factura.

§. 9.

I) 100 Pfund Süßholzsaft kosten in Triest fl. 44⅔, wie viel kosten die 344 Pfund?

Hier hat man also die vierte Proportionalzahl zu suchen, die sich zu 44⅔ fl. verhalten soll, wie sich 344 Pfund zu 100 Pfund verhalten. Also:

$$\begin{matrix}\text{Pfd.} & \text{Pfd.} \\ 100 & : 344 \end{matrix} = \text{fl. } 44\tfrac{2}{3} : \frac{344 \cdot 44\frac{2}{3}}{100}$$

Es werden daher 344 mit 44⅔ multiplicirt und durch 100 getheilt:

		Oder	
344			44'4
44⅔			3'44
1376			153'2
1376			17'76
137⅗	(1/10 aus dem 4fachen)		1776
15273⅗	Theile;	fl.	152'736 × 60
100			
	sind also	kr.	44'16

oder die zwey letzten Zahlen abgeschnitten $152\frac{73\frac{3}{5}}{100}$ Gulden, oder fl. 152, 44⅘ kr., wofür in der Factura fl. 152: 45 kr. stehen.

In diesem Fall, zwar ohne Vortheil in der Berechnung, lassen sich 344 Pfd. als 3½⅕ Zentner annehmen und ½⅕ zerlegen in ⅖ und ₂⅕ aus 25. Die Berechnung wäre denn diese:

fl. 44: 24

3½⅕ Zentner

---

fl. 133: 12 kr.

8: 52⅘, als ⅕ aus 44⅔

8: 52⅘, als ⅕ aus 44⅔

1: 48½⅘, als ½⅕ aus 44⅔

---

fl. 152: 44⅘ kr. oder ⅕ aus 8: 42⅘.

II) Der Zentner oder 100 Pfd Rosinen kosten in Triest fl. 14⅘ Curr.; wie theuer kommen dann die 843 Pfunde?

Werden, wie oben, 14⅔ mit 843 multiplicirt = 12476⅔, und mit 100 dividirt, so kommen fl. 124: 45½⅕ kr.

Statt

Statt 843 Pfd. können wir auch 850 Pfd. oder $8\frac{1}{2}$ Zentner, also 7 Pfd. zu viel, annehmen, und . . fl. 14: 48 kr.
mit $8\frac{1}{2}$ multipliciren,

118: 24
7: 24

fl. 125: 48 kr.
und davon 7 Pfund zu fl. $14\frac{4}{5}$, mit 1: $2\frac{4}{5}$

abziehen, bleibt . . fl. 124: $45\frac{1}{5}$ kr.

Eben so könnte das Fünffache von $14\frac{4}{5}$, also fl. 74, als Preis angenommen, wie in der ersten Berechnung verfahren, und der fünfte Theil des Facits, als der wahre Betrag, berechnet werden.

III) Die Summe des Betrags beyder Waaren ist Curr. fl. 277: 30 kr. Wäre diese nicht in Banknoten verstanden, die einen veränderlichen Curs haben, so dürften wir nur ein Fünftheil dazu addiren, um den nämlichen Werth im 24 Guldenfuß zu haben; denn fl. 100 Curr. betragen fl. 120 Münz,

oder . . . 10 . . 12
oder . . . 5 betragen 6
oder . . . 1 beträgt $1\frac{1}{5}$, also dürfen wir die Current-Gulden $1\frac{1}{5}$ Mal nehmen, um sie in Münz oder im 24 Guldenfuß zu verwandeln. Aber so haben die Banknoten hier um 25 Procente, oder um ein Viertheil geringern Werth, als sie bezeichnen.

Von jenen Banknoten . . . . fl. 277: 30 kr.
ist daher $\frac{1}{4}$ Theil abzuziehen . . . . 69: $22\frac{1}{2}$

und wir haben dann . . . . Curr. fl. 208: $7\frac{1}{2}$
hierzu $\frac{1}{5}$ Theil . . . . 41: $37\frac{1}{2}$

und wir haben . . . . Münz fl. 249: 45 kr.

Nach dem Kettensatz geordnet, kommt dieser Fall so zu stehen:

Wie viel betragen in Münz fl. $277\frac{1}{2}$ Banknoten?
fl. 100 in Banknoten betragen fl. 75 Curr. in Gold,
fl. 100 Curr. betragen fl. 120 in Münz.

Hier

Hier sind also $277\frac{1}{2}$ mit 75 und 120 zu multipliciren, und das Product mit 10,000 zu dividiren; oder, weil sich die Nulle des Multiplicators gegen die Nulle des Divisors aufheben, $277\frac{1}{2}$ nur mit 75 und 12 zu multipliciren, und das Product durch 1000 dividiren.

Vortheile. Bringen mir diese Geldverhältnisse auf andere, oder reduciren wir sie, so kommen als gleichgeltend für $\left.\begin{matrix}100:\ 75\\100:\ 120\end{matrix}\right) = \left.\begin{matrix}10:\ 7\frac{1}{2}\\10:\ 12\end{matrix}\right) =$ 100 zu 90. Dieses Verhältniß zeigt nun an, wie die Curse auf Procente gebracht werden, und daß man, um eine Summe Banknoten in Münz zu berechnen, bey jenen Cursen nur 10 Procente abziehen darf, (da $\frac{90}{100}$ gleich $1 \div \frac{1}{10}$ ist, so daß man also nur den zehnten Theil davon zu nehmen hat.) 277. 30, das $\frac{1}{10} = 27.\ 45.$ ab ꝛc.

Solche gefundene bequemere Verhältnisse heißen bey den Rechenmeistern **Universalregeln.**

IV) Die Fracht von Triest nach Salzburg ist vom Zentner $7\frac{1}{2}$ Gulden; von $13\frac{1}{2}$ Zentnern also fl. $101\frac{1}{4}$.

Erste Berechnung.

$13\frac{1}{2}$
$7\frac{1}{2}$

13mal 7 = 91
$\frac{1}{2}$ mal 7 = $3\frac{1}{2}$
$\frac{1}{2}$ mal 13 = $6\frac{1}{2}$
$\frac{1}{2}$ mal $\frac{1}{2}$ = $\frac{1}{4}$

fl. $101\frac{1}{4}$

Zweyte Berechnung.

13: 30 kr.
$7\frac{1}{2}$

das 7fache = 94: 30
die Hälfte = 6: 45

fl. 101: 15

Dritte Berechnung.

$13\frac{1}{2}$ doppelt genommen = 27
$7\frac{1}{2}$

189
$13\frac{1}{2}$

$202\frac{1}{2}$

die Hälfte = fl. $101\frac{1}{4}$

Vierte Berechnung.

beyde Zahlen 27
doppelt genommen 15

135
27

405

ein Viertheil = fl. 101: 15 kr.

Fünfte Berechnung, in Decimaltheilen.

13, 5
7, 5

675
945

fl. 101 | 25
15 kr.

V) Die-

V) Diese fl. 101: 15 kr. und fl. 9: 54 kr. = fl. 111: 9 kr. sind in Banknoten verstanden. Sie werden hier mit 92 Procenten in Münze verwandelt; also:

100 Gulden Banknoten betragen 92 Gulden in Münz, wie viel fl. 111: 9 kr.?

multiplicirt mit 92

222
999
9: 12
4: 36

10225: 48

mit 100 dividirt fl. 102: $15\frac{2}{5}$ kr.

$\left(\frac{6 \times 92}{60} = \frac{1 \times 92}{10} = 9\frac{2}{10}\right)$ 6 kr. = $\frac{1}{10}$

$\left(\frac{3 \times 92}{60} = \frac{92}{20} = \frac{46}{10} = 4\frac{3}{5}\right)$ 3 kr. = $\frac{1}{2}$ von $\frac{1}{10}$

VI) Die sämmtlichen Spesen betragen fl. 183: 15 kr. Münz. Sie sind durch das Gewicht beyder Waaren veranlaßt worden; und die Antheile, die auf jede kommen, müssen sich daher wie die Gewichte der Waaren zu einander verhalten.

Nun wiegt der Süßholzsaft
436 Pfd. oder $4\frac{3}{8}$ Zentner,
die Rosinen 936 Pfd. oder $9\frac{3}{8}$ Zentner. Wie sich daher das ganze Gewicht

1372 Pfd. oder $13\frac{3}{4}$ Zentner zu jedem einzelnen Gewichte (zu 436 und zu 936 Pfd. verhält, so müssen sich die sämmtlichen Spesen von fl. 183: 15 kr. zu jedem einzelnen zu suchenden Antheil verhalten. Daher

1372 : 436 = $183\frac{1}{4} : \frac{436 \times 183\frac{1}{4}}{1372}$; oder

1372 Pfd. kosten fl. $183\frac{1}{4}$
wie viel 436 Pfd.?

1098
549
732
109

mit 1372 getheilt 79897 | fl. 58: 14 kr., die Fracht auf den Süßholzsaft.
6860

11297
10976

321

zu Kreuzern 60

19260
1372

5540
4488

52 Rest.

Oder

Oder:

Multiplicirt mit

$13\frac{1}{4}$ — fl. $183\frac{1}{4}$ — $4\frac{3}{8}$

4 — 4

55 — 733 — $4\frac{3}{8}$

2932

$183\frac{1}{4} = \frac{1}{4}$

$91\frac{3}{8} = \frac{1}{8}$

$3206\frac{7}{8}$ | fl. 58: 18 kr.

275

$456\frac{7}{8}$

440

$16\frac{7}{8}$

60

$1012\frac{1}{2}$

55

$462\frac{1}{2}$

440

$22\frac{1}{2}$ Rest.

Ferner:

1372 Pfd. — fl. $183\frac{1}{4}$ — 936 Pfd.

getheilt durch 4 = 343

234 (getheilt durch 4)

$183\frac{1}{4}$

702

1872

$23458\frac{1}{2}$

$42880\frac{1}{2}$ | fl. 125: 1 kr. Spesen der Rosinen.

343

358

686

$1720\frac{1}{2}$

1715

$5\frac{1}{2}$

60 zu Kreuzern.

330

343

÷ 13

Oder:

Oder:

$13\frac{3}{4} - 183\frac{1}{4} - 9\frac{3}{8}$

55 733

$\times 9\frac{3}{8}$

6597

$183\frac{1}{4}$

$91\frac{5}{8}$

$6871\frac{7}{8}$ | fl. 124: 56 kr.

Oder da $9\frac{3}{8} = 10 \div \frac{5}{8}$

$= 733 \times 10 = 7330$

$\frac{4}{8} = \frac{1}{2} = 366\frac{1}{2}$ $\div$ $458\frac{1}{8}$

$\frac{1}{8} = 91\frac{5}{8}$ $6871\frac{7}{8}$

Anmerkung. Eine Ungleichheit zwischen der Berechnung nach Pfunden und Zentnern, muß hier nothwendig entstehen, weil die Zentnerbrüche nicht genau sind, und der Ueberschuß von 3 Pfunden ($\frac{3}{4}$ Zentner sind 75 Pfd.) hier in zwey gleiche Theile (auf jede Waare $1\frac{1}{2}$ Pfd.) vertheilt wurde, die aber im Verhältniß von 436 zu 936 hätte vertheilt werden sollen. Rechnen wir nämlich für das Pfund 8 kr. Fracht, so machen 3 Pfd. 24 kr. Diese 24 kr. haben wir hier jeder zur Hälfte, also jeder 12 kr. zugetheilt, und hätten sie ungefähr wie 4 zu 9 vertheilen, also den Rosinen 16 und dem Süßholzsaft 8 kr. ungefähr zutheilen sollen.

Auf diese, dem Anscheine nach geringfügigen Bemerkungen, die wir mit Vorsatz nicht unterdrücken, bitten wir ja genau zu beachten, weil sie in dem Geist des Rechnens mehr einzudringen, behülflich seyn möchten. Hätten wir das Fuhrgewicht ($9\frac{1}{4}$ und $4\frac{1}{4}$) genommen, so würde die Verschiedenheit weit größer ausgefallen seyn.

VII) Wir haben nun den Antheil der Spesen für die Rosinen und für den Süßholzsaft gefunden. Diese zu dem Ankaufsbetrag hinzugefügt, geben die Summe, die wir für jede zu bezahlen hatten.

Erste Art der Berechnung.

I) Der Süßholzsaft kostet in Banknoten fl. 152: 45 kr.

Ab 10 Procent, nach oben S. 9. = . 15: $16\frac{1}{2}$

in Münz fl. 137: 28 ($\frac{1}{2}$ kr.

Dazu die Spesen 58: 14

Das Ganze in Münz fl. 195: 42 kr.

370 Pfd.

370 Pfd. kosten also fl. 195: 42 kr., wie viel kosten 100 Pfd.?

37 — mit 10 multiplicirt, — 10

1957 | fl. 52: 53: $\frac{12}{37}$ kr. die 100 Pfd. Süßholzsaft.

II) Die Rosinen kosten in Banknoten fl. 124: 45 kr.

Ab $\frac{1}{10}$ (S. 11.) . . . 12: 28$\frac{1}{2}$

Münz fl 112: 16$\frac{1}{2}$ kr.

Die Spesen dazu . . . fl. 125: 1 kr.

900 Pfd. kosten (getheilt durch 9) fl. 237: 17$\frac{1}{2}$ kr. | wie viel 100 Pfd.?

9 — fl. 26: 22 kr. die 100 Pfd. Rosinen.

Probe darüber:

370 Pfd. Süßholzsaft a fl. 52: 53$\frac{12}{37}$ kr. betragen fl. 195: 42 kr.
900 Pfd. Rosinen a fl. 26: 22 kr. — fl. 237: 18 kr.

Zusammen fl. 433: —

also genau wie sie uns nach der Factura zu stehen kommen.

Zweyte Art der Berechnung.

§. 11.

Eine andere, aber hier unrichtige Berechnungsart, weil die Spesen nicht gleichförmig nach dem Nettogewicht vertheilt werden können, wäre (nach Seite 12.) folgende:

fl. 152: 45 kr. der Betrag des Süßholzsaftes,
und fl. 124: 45 kr. der Betrag der Rosinen in Triest,

zusammen fl. 277$\frac{1}{2}$ in Banknoten, betragen fl. 433 in Münz, wie viel fl. 152$\frac{3}{4}$ Banknoten in Münz?

277$\frac{1}{2}$ — 433 — 152$\frac{3}{4}$

5) 555 — 5) 305'5

111 — 61'1 werden kommen fl. 138: 20$\frac{27}{37}$ kr.

Die-

Ziehen wir von den . . fl. 433
diese ab . . . ÷ fl. 238: 20 kr. die Rosinen,
so kommen für den Betrag der andern fl. 194: 40 kr. der Süßholzsaft,
wie ebenfalls kommen muß, wenn folgender Ansatz berechnet wird:

fl $277\frac{1}{2}$ kommen auf fl. 433, auf wie viel fl. $124\frac{3}{4}$?

Der Preis der 100 ℔ wird dann auf die bereits angegebene Art gefunden.

Dritte Berechnungsart.

§. 12.

Nach der 8ten Erläuterung S. 12. ꝛc. multiplicire man die Gewichte mit den Preisen:

344 Pfd.	843
37	$12\frac{1}{3}$
gibt 12728	10397

I) Wie sich nun die Summe beyder zu jeder einzeln verhält, so der sämmtliche Betrag, zum Betrag jeder einzelnen Waare. Also:

12728 + 10397, oder 23125 : 12728 = 433 :

$$\frac{12728 \times 433}{23125}$$

Log. von 12728 = 410476
Log. von 433 = 263649
Summe = 674125
Ab Log. von 23125 = 436408
Unterschied . 237717 = fl. $238\frac{13}{40}$ Betrag der Rosinen.

II) Ferner: 23125 : 10397 = 433 : $\frac{10397 \times 433}{23125}$

Log. von 10397 = 401691
Log. von 433 = 263649
665340
Ab Log. von 23125 = 436408
bleibt Log. 228932 = fl. $194\frac{41}{60}$ des Süßholzsaftes.
Zusammen . fl. 433:—

Genau wie in der vorigen Berechnung.

Wir

Wir haben hier zur Erleichterung der Berechnung die Logarithmen gewählt; der Leser, der keine Logarithmischen Tafeln hat, findet durch die gewöhnliche Multiplication und Division dasselbe.

Vierte Berechnungsart.

§. 13.

Wer nach der ersten Berechnungsart die Division sich erleichtern will, der kann in allen Fällen, in welchen mit den nämlichen Zahlen öfters multiplicirt und dividirt werden muß, beyde auf bequemere Verhältnisse bringen, und zwar auf solche, in welchen der Divisor eine Decimalzahl ist.

Seite 17. war z. B. zu berechnen:

1372 ℔ zahlten Fracht fl. 183¼, was kommt auf 436 ℔
und 1372 ℔ — — fl. 183¼ — — 936 ℔

In beyden Fällen sind also 183¼ mit den hinten stehenden Pfunden zu multipliciren und das Product durch 1372 zu dividiren.

Sagen wir nun, wie sich verhalte

1372: 100000, so 183¼ zu . . . . :
oder 1372 kosten 183¼, was 100,000?
so kommen $13356\frac{56}{1372}$.

Den Bruch weggelassen, der bey den vielen Decimalstellen ohnehin sehr unbedeutend ist, haben wir also statt obigen Zahlen beym Ansatze folgende:

100000 ℔ kosten fl. 13356, was 436 ℔
100000 ℔ — fl. 13356, — 936 ℔

wo die Division, weil vom Product nur die hintern 5 Zahlen abgeschnitten werden dürfen, wegfällt.

Diese Aufsuchung anderer Verhältnisse gewährt nur dann einen Vortheil, wenn der Divisor eine große und schwer zu berechnende Zahl ist, und mehrere Fälle mit demselben Verhältniß zu berechnen vorkommen.

Nehmen wir dieses Verhältniß (100000 : 13356) in wenigern Decimalstellen, z. B. wie 1000 zu 133, so käme fl. 57. 59 kr.; nehmen wir die weggelassenen 56, für ½, und also das Verhältniß 1000 zu 133½, so kommen fl. 58. 12 kr., also in vielen Fällen genau genug.

Fünfte Berechnungsart der ersten Factura.

§. 14.

370 und
900 ℔

1270 ℔ netto kosten fl. 183¼. Fracht, wie viel 100 ℔
kommen fl. 14. 26 kr. nicht ganz auf den Netto-Zentner Fracht.

I) Wie viel kosten in Münz 100 ℔ Nürnberger Gewicht Süßholzsaft,
wenn 370 kosten . . fl. 152¾ Banknoten,

(1) fl. 100 in Banknoten — fl. 75. Curr. (¾)
(1) 100 Curr. = 120 Münz (1⅕)

370 — 15275. ¾. 1⅕
+ ⅕ 3055

18330
÷ ¼ = 4582'5

getheilt durch 370 13747'5

kommen fl. 37. 9 kr.
Fracht vom Zentner 14. 26.

fl. 51. 35 kr. als Einkaufspreis des Süßholzsaftes.

II) Ferner, der obige Ansatz mit dem Gewichte und Geldbetrag der Rosinen

100 ℔ Nürnberg.

900 — 124¾
100 — 75
100 — 120

Gegenseitig gehoben, bleiben
10 und fl. 124. 45 kr.

gibt fl. 12. 28½ kr.
Die Fracht dazu — 14. 26. —

fl. 26. 54½ kr. für die Rosinen.

Die

Die Verschiedenheit dieser gefundenen Preise von den obigen, kommt von der Fracht her, die wir nach dem Nettogewicht vertheilten, und die, wie (S8. und 12.) bemerkt wurde, nach dem Sporcogewicht hätte vertheilt werden sollen.

Durch diese verschiedenen Berechnungen haben wir nun folgende abweichende Einkaufspreise gefunden, unter welchen allein der erste der genaue oder richtige ist.

Für den Süßholzsaft.	Für die Rosinen.
fl. 52: 53 1/3 kr.	fl. 26: 22 kr.
fl. 52: 37 kr.	fl. 26: 29 kr.
fl. 51: 35 kr.	fl. 26: 54 kr.

Da sich hier eine so bedeutende Verschiedenheit zeigt, die bey dem ersten und letzten Preis des Süßholzsaftes über 2 Procente beträgt: so wird der Leser die Nothwendigkeit unsrer ausführlichen Untersuchungen erkennen, und nicht für überflüßige Kleinigkeiten halten. Er wird auch daraus ersehen, wie vorsichtig man bey solchen Berechnungen zu verfahren habe, um nicht zu seinen Nachtheil höchst unrichtige Preise herauszubringen.

Erläu-

Erläuterungen und Bemerkungen zu der zweyten oder Hamburger Factura.

§. 15.

Das Gutgewicht (Handelswissenschaft §. 95.) als eine Dareingabe des Verkäufers, ist in Hamburg verschieden. Von raffinirtem Zucker in Papier ist es gesetzlich 1 Pfd.; bloß oder ohne Papier die Hüte (in bloßen Broden) aber ein halb Pfund. Nicht alle Commissionäre nehmen es aber so genau, und berechnen sehr oft auch von jenen, wie es gleich hier der Fall ist, nur ein halbes Pfund. Statt 100 Pfunden, die der Kaufmann bekommt, darf er also nur 99½ Pfund bezahlen.

2) Der Preis ist hier zu 19¼ Pfennige Vlämisch angesetzt, von welchen 32 auf die Mark gehen; also $= \frac{19\frac{1}{4}}{32} = \frac{77}{128}$ Mark. Wo in jedem Falle die Zahl der Pfunde mit dem Zähler des Bruches multiplicirt und mit dem Nenner dividirt wird, um die gehörige Anzahl Banco-Mark zu bekommen.

3) Verschiedene Waaren werden in Hamburg auf Zeit (Ital. Respiro, Zahlungsfrist, Credit) verkauft, und zwar einige auf 7, andere auf 13 Monate, so daß sie also der Käufer erst mit Ablauf dieser Zeit zu zahlen hat (H.W. § 95.).

Zahlt nun solche Waaren der Käufer früher, so darf derselbe den bestimmten Zins, für die Zeit der frühern Bezahlung, abziehen, da nun nicht dieser, sondern der Verkäufer die Kaufssumme zu seinem Nutzen verwenden kann.

Die Zahlungszeit ist bey dem Zucker auf 7 Monate, und die Zinsen für das Jahr auf 8 Procente festgesetzt. Für 7 Monate betragen diese daher 4⅔ Procente; denn (100 in 12 Monaten geben 8 Proc., wie viel 100 in 7 Monaten?

oder: 12 Monate geben 8 Proc., wie viel 7 M. $= \frac{56}{12} = 4\frac{2}{3}$ Procent.

Ob nun gleich dieser lange Credit nicht mehr wirklich gegeben wird, so werden doch die Zinsen für denselben, dem Herkommen gemäß, auf den Preis geschlagen und wieder in Abzug gebracht.

Da nun der Rabatt eine Erstattung der Zinsen für die frühere Bezahlung ist, so muß er so berechnet werden, daß der Rest der Summe (nach Abzug des Rabattes) zu den nämlichen Zinsen für dieselbe Zeit berechnet, wieder die volle Summe hervorbringt. Nämlich, wenn ich 100 Gulden nach einem Jahre unverzinslich zu zahlen habe, und diese aber jetzt zahlen will: so darf ich nur, wenn weder der Schuldner noch der Gläubiger Gewinn und Schaden haben sollen, und der Zinsfuß z. B. 5 Procente ist, so viel bezahlen, daß die bezahlte Summe auf ein Jahr zu 5 Procente verliehen, gerade wieder die obige volle Summe (100) hervorbringt. Wenn dieß erfolgen soll, so muß, wie die höhere Rechenkunst zeigt, der Rabatt auf das Hundert berechnet werden. Also hier

$$105 : 100 = 100 : \frac{100 \cdot 100}{105}$$

oder für 105 zahle ich nur 100, wie viel für 100?

Oder wenn der Rabatt besonders gefunden werden soll:

von 105 ziehe ich 5 ab, wie viel von 100?

In dem ersten Ansatz kommt für die zu zahlende Summe $95\frac{5}{21}$; in dem andern für den abzuziehenden Rabatt $4\frac{16}{21}$, welcher von 100 genommen eben dieselbe gibt.

Sollen nun also diese fl. $95\frac{5}{21}$, die wir statt 100 ein Jahr früher bezahlten, weder zu des Empfängers noch Gebers Schaden gereichen, und also richtig berechnet seyn, so müssen sie nach Einem Jahre zu 5 Procente verliehen, wieder die volle Summe von fl. 100 bringen. Also

100 Gulden bringen nach einem Jahre mit Zinsen 105, wie viel fl. $95\frac{5}{21}$?

oder 20 — 21 — $95\frac{5}{21}$

21

95

1905

2000

getheilt durch 20 = fl. 100, wie es seyn soll.

Oder auch: 100 zahlen 5, was $95\frac{5}{21} = 4\frac{16}{21}$.

In unserer Factura ist also der Rabatt für 7 Monate mit $4\frac{4}{7}$ Procent zu berechnen, und wenn der, von B.M. 723: 1 ßl. abzuziehende Rabatt, herauskommen

men soll, der Ansatz $104\frac{2}{3} : 4\frac{2}{3} = 723\frac{1}{16}$ zu dem gesuchten Rabatt. Oder, wenn gleich die zu zahlende Summe gefunden werden soll:

$104\frac{2}{3} : 100 = 723\frac{1}{16} : \frac{723\frac{1}{16} \cdot 100}{104\frac{2}{3}}$ nach unten folgender Berechnung.

4) Die Kaufleute in Hamburg sind gewöhnlich Commissionäre (Handelswissenschaft §. 82. ꝛc.), die daher die Waaren nicht eigen besitzen, sondern nach erhaltenem Auftrage für Rechnung der Committenten einkaufen.

Da sie nun blos den Einkaufspreis in Rechnung bringen dürfen, so haben sie allerdings eine Vergütung für ihre Mühe (Provision) zu fordern. Diese Provision ist sehr verschieden, wie ja auch die Mühe bey verschiedenen Waaren nach ihrer Beschaffenheit und den Quantitäten, die von einer Waare genommen werden.

Hier werden $1\frac{1}{2}$ Procente berechnet; also von

100 Mark werden $1\frac{1}{2}$ Mark bezahlt, wie viel von $704\frac{1}{16}$ Mark?

oder der Commissionär bringt für 100, die er einkauft, $101\frac{1}{2}$ in Rechnung.

5) Der Betrag der Factura in Hamburg ist Banco-Mark 714: 10 Schillinge. Diese sind nun im Gelde des 24 Guldenfußes zu bestimmen.

Der Curs ist in der Factura zu 150 Procente bemerkt. Dieser Curs versteht sich in Current, oder im 20 Guldenfuß. (Denn ob gleich im südlichen Deutschland, wie wir oben angegeben haben (S. 9.), im gemeinen Leben nach dem 24 Guldenfuß gerechnet wird: so werden doch Wechsel- und Bankzahlungen im 20 Guldenfuße bestimmt.

100 Hamburger Bancothaler sind also nach diesem Curse gleich mit 150 Reichsthalern Current. Oder:

da ferner 300 Bancomark gleich sind 100 Bancothalern, so sind auch

300 Mark Banco = 150 Rthlr. Curr. und 100 M. B. = 50 Rthlr. Curr.

Da nun 50 Rthlr. Curr. = 60 Rthlr. Münz,

und 60 Rthlr. Münz = 90 Gulden Münz,

so sind auch 100 Banco-Mrk. = 90 Gulden Münz, oder 10 = 9,

und also 1 Banco-Mark = $\frac{9}{10}$ Gulden.

Wir dürfen daher bey dem Curse (von 150 Procent) die Banco-Mark ($714\frac{3}{8}$) mit $\frac{9}{10}$ multipliciren, oder, was dasselbe ist, ein $\frac{1}{10}$ Theil davon abziehen, um die Gulden zu haben, die sie in Münze oder im 24 Guldenfuße betragen.

6) Die Hamburger Banco-Mark ist keine wirklich geprägte, sondern eine Rechnungs- (fingirte, angenommene) Münze (§. 57.), und $27\frac{5}{8}$ Mark Banco werden einer Cölnischen Mark feinem Silber gleich geachtet.

Da nun auch 24 Gulden Münz,
20 Gulden Current,
16 Rthlr. Münz,
$13\frac{1}{3}$ Rthlr. Current.
ebenfalls eine Cölnische Mark feines Silber gelten, so sind auch alle diese nach ihrem wahren Werthe gleich $27\frac{5}{8}$ Mark Banco.

Da nun $27\frac{5}{8}$ Mrk. B. am Werthe gleich sind $13\frac{1}{3}$ Rthlr. Curr., so sind auch 100 Hamb. Bancothaler oder 300 Mrk. B. = $144\frac{4}{5}$ Rthlr. Curr.

$$(27\tfrac{5}{8} : 300 — 13\tfrac{1}{3} : \frac{300 \cdot 13\frac{1}{3}}{27\frac{5}{8}} = 144\tfrac{4}{5}.$$

Oder auch: Wie viel betragen 100 Rthlr. Banco?

1 Rthlr. B.	=	3 Mark Banco.
$27\frac{5}{8}$ Mrk. B.	=	1 Mark Silber,
1 Mark Silber	=	20 Gulden Curr.
3 Gulden Curr.	=	2 Thlr. Curr.

$27\frac{5}{8}$ — — 400

221 — $\frac{2200}{221}$ = $144\frac{176}{221}$ Rthlr.

Aber $\frac{176}{221} = \frac{4}{5}$, also etwas mehr.

Nun zahlten wir aber nach dem Marktpreise (Curs), zu welchem man auf Hamburg Wechsel haben konnte, für jede

100 Rthlr. Hamb. Banco	. . .	150 Rthlr. Curr.
die aber nur nach dem wahren Werth mit	.	$144\frac{4}{5}$ —
hätten bezahlt werden sollen; also	. .	$5\frac{1}{5}$ Rthlr. Curr.

für jede 100 Rthlr. zu unserm Schaden zu viel. In diesem Falle sagt man, der Curs stehe $5\frac{1}{5}$ über Pari; und ein Curs der über Pari steht, heißt überhaupt ein hoher Curs.

Dem innern Werthe (dem Silberantheil beyder Münzen oder dem Pari) nach hätten wir also für 100 Hamburger Bancothaler nur $144\frac{4}{5}$ Reichsthaler Current bezah-

bezahlen sollen, folglich für $714\frac{5}{8}$ Bancomark, folgendem Ansatze nach, nur fl. 620. 52 kr.

$714\frac{5}{8}$ M. B. ?

300 Mark B.	—	$144\frac{4}{5}$ Rthlr. Curr.
2 Rthlr. Curr.	—	3 Gulden Curr.
10 Gulden Curr.	—	12 Gulden Münz.

Wir haben aber dafür	fl. 643. 10 kr.
bezahlt, und hätten nur dem wahren Werth nach . .	fl. 620. 52 kr.
also	fl. 22. 18 kr.

weniger bezahlen sollen.

Da nun aber der Hamburger Kaufmann daselbst nicht mehr als B. M. $714\frac{5}{8}$ erhalten hat (denn es wurde ihm nur ein Wechsel auf diese Summe zugesendet (übermacht, remittirt): so hat also nur der Verkäufer des Wechsels (Trassant) den wir diesen Preis (150) dafür zahlten, jenen Gewinn von fl. 22: 18 kr.

Man muß aber dieß nicht so buchstäblich nehmen, und glauben, daß der Verkäufer wirklich jene fl. 22: 18 kr. baar gewonnen habe. Denn, da die Curse oder Wechselpreise nicht so schnell veränderlich sind, so, daß zum Beyspiel dieser Curs in kurzem von 150 auf $144\frac{4}{5}$ oder noch unter Pari (unter $144\frac{4}{5}$) gehet, sondern vielleicht Jahre lang zwischen 148 und 150 schwanket: so kann jener Verkäufer des Wechsels, der etwa Waaren nach Hamburg sandte, auf diesen hohen Curs gerechnet, und seine Waaren um so viel wohlfeiler gegeben haben, u. s. w. Sonach wären dann jene fl. 22. 18 kr. auch für ihn kein wahrer Gewinn.

7) Betrachten wir die obigen Kettensätze, durch welche wir den Werth der Hamburger Banco-Mark in Münzgulden fanden, etwas näher, nämlich folgende:

Wie viel betragen	.	$714\frac{5}{8}$ Mark Banco.
3 Mark Banco	gleich	1 Rthlr. Banco.
100 Rthlr. B.	=	150 Rthlr. Curr.
2 Rthlr. Curr.	=	3 Curr.
10 fl. Curr.	=	12 fl. Münz.

Oder:

	$714\frac{5}{8}$
300 Mark B.	$144\frac{4}{5}$
2 —	3
10 —	12

so findet sich, daß die größer gedruckten Zahlen, Verhältnisse angeben, die immer dieselben bleiben, oder unveränderlich sind; die zu berechnende Summe und der Curs aber allein die veränderlichen Zahlen ausmachen.

Die unveränderlichen Zahlen der linken Reihe im ersten Ansatze sind:	Der rechten:
3	1
100	3
2	12
10	

Jede Reihe multiplicirt gibt:

6000 für die linke, und 36 für die rechte Reihe;

und eben dieses im zweyten Ansatze.

Beyde mit 6 dividirt gibt:

1000 und 6

Da nun auf der linken Seite in beyden Ansätzen keine Zahlen außer den 1000 enthaltenen stehen, so bleibt 1000 der beständige Divisor der einen, und 6 der beständige Multiplicator der andern Reihe.

Wir haben sonach folgende Universalregel für alle Aufgaben dieser Art:

Um den Werth der Banco-Mark im 24 Guldenfuß zu finden, multiplicire man die gegebene Summe der Banco-Mark (hier $714\frac{5}{6}$) mit dem Curse (hier 150 und $144\frac{4}{5}$) und mit 6 (oder mit dem sechsfachen Curs) und dividire das Product durch 1000 (schneide 3 Zahlen ab), so gibt der Quotient die Zahl der Gulden im 24 Guldenfuße.

Nach diesem Beyspiele wird es dem Leser ein Leichtes seyn, für alle andern Fälle solche Regeln in bequemen Zahlenverhältnissen zu finden.

8) Ueber die Spesenberechnung nur folgende Bemerkungen:

Die Fracht ist von Schiffpfund nach Magdeburg 60 Groschen; also $3\frac{1}{6}$ mal 60 = 250 Groschen, und, da der Thaler 24 Groschen hat = $\frac{250}{24}$ = 10 Rthlr. 10 Groschen.

Tran-

Transito- (Durchgangs-) Gebühr (eine Abgabe an den Staat, die zum Theil im Golde bezahlt werden muß) vom Zentner 6 Groschen ($12\frac{1}{2}$ mal 6 = 75 Groschen = 3 Rthlr. 3 Gr.) mit Agio wegen des Goldes (5 Proc.) Rthlr. 3: 7 Gr.

Waggeld (für das Abwägen in öffentlichen Wagen) 4 Pfennige ($\frac{4}{12}$ Gr.) vom Zentner, ($4 \times 12\frac{1}{2} = 50$ Pfenn. = $\frac{50}{12}$ Groschen = 4 Gr. 2 Pfenn.) u. s. w.

Die sämmtlichen Magdeburger Spesen betragen Rthlr. 16: 8 Groschen in Conventions-Species (Thalern) a $1\frac{1}{3}$ Reichsthaler. Da nun der Conv. Thaler $2\frac{2}{3}$ fl. gilt, und $1\frac{1}{3}$ Reichsthaler einen Speciesthaler gleich gerechnet werden, so ist

1 Reichsthaler = $\frac{2\frac{2}{3}}{1\frac{1}{3}} = \frac{12 \times 3}{4 \times 5} = \frac{16}{10} = 1\frac{4}{5}$ Gulden.

In der Factura sind die Reichsthaler zu $1\frac{5}{6}$ fl. gerechnet, weil die Conventionsthaler, im Fall die Spesen in diesen bezahlt werden, ihrer Seltenheit und des zu hohen Curses der gewöhnlich umlaufenden fremden Münzsorten (Brabanter Thaler u. dgl.) wegen (Handelswissenschaft §. 54.) ein Agio geben.

9) Die Fracht von Magdeburg nach Nürnberg zu $10\frac{1}{2}$ Reichsthaler für das Schiffpfund, ist a $1\frac{1}{4}$ Gulden Münz der Reichsthaler verstanden. Also $10\frac{1}{2}$ Rthlr. = $15\frac{3}{4}$ Gulden Münz, und das Ganze, das Schiffpfund zu 3 Zentner gerechnet.

$\frac{12\frac{1}{2}}{3}$ Schiffpfund multiplicirt mit $15\frac{3}{4}$ oder $12\frac{1}{2} \times 5\frac{1}{4} = \frac{2}{5} \times 5\frac{1}{4} = \frac{131\frac{1}{4}}{2} =$ fl. $65\frac{1}{8}$.

10) Mit allen Unkosten kommt also der Melis zucker auf fl. 740: 45 kr., und derselbe wog in Nürnberger Gewicht 1144 Pfund. Da nun von diesen Waaren, im Orte verkauft, $\frac{1}{2}$ Pfund vom Zentner Gutgewicht gegeben werden muß, so betrüge dieses schon 6 Pfunde; da ferner, wenn sie durch einen Mäkler verkauft werden, derselbe $\frac{1}{2}$ Procent des Betrags der Kaufssumme für seine Bemühung erhält, so betrüge dieses ebenfalls den Werth von 6 Pfunden. Da ferner für das, was eingewogen wird (jemehr eine Masse von Waaren vereinzelt, oder in kleinen Quantitäten verkauft wird, destomehr wird auch am Gewicht abgehen), wieder auf $\frac{1}{2}$ Procent angeschlagen werden darf, so müßten wir dafür abermal 6 Pfund in Abzug bringen.

Der zu machende Abzug beträgt nun 18 Pfund. In der Factura sind nur 12 Pfund abgezogen, und also die Mäklergebühr nicht in Rechnung gebracht.

Von

Von 1144 Pfund abgezogen 12 Pfund, bleiben 1132 Pfund, die uns auf fl. 740: 45 kr. zu stehen kommen. Sonach kommen also 100 Pfund oder 1 Zentner auf $\frac{740\frac{3}{4} \cdot 100}{1132} = \frac{74075}{1132}$ = fl. 65: $26\frac{67}{283}$ kr., wofür wir, wegen der unbedeutenden Differenz, einen kleinern Bruch fl. $65\frac{2}{5}$ in die Factura gesetzt haben.

Berechnung der zweyten, oder der Hamburger Factura.

§. 16.

So deutlich und ausführlich wir uns auch bereits über die Berechnung dieser Factura erklärt haben, so finden wir es doch gerathen, sie ohne weitere Erläuterungen zu wiederholen.

Wenn dem Leser etwas unverständlich ist, so gehe er nur auf die Erläuterungen zurück.

I) 100 Pfund geben $\frac{1}{2}$ Pfd. Gutgewicht, was 1208 Pfd.?
(oder 200 Pfd. geben 1 Pfd., was) 6|04 gibt 6 Pfund.

1208 Pfd.
Ab Gutgewicht 6 Pfd.
1202 Pfd.
zu $19\frac{1}{4}$ Grot oder Pfennige Vlämisch.
10818
1202
$300\frac{1}{2}$

Getheilt in 32,
oder in die Factoren 4 und 8. in 4) $23138\frac{1}{2}$
in 8) $5784\frac{5}{8}$
$723\frac{5}{64}$ Mark Banco.

$\left(\frac{5 \cdot 16}{64} = \frac{80}{64} = 1\frac{16}{64} = 1\frac{1}{4}.\right)$

Oder Banco-Mark 723: $1\frac{1}{4}$ Schillinge.

Oder: $\frac{1208 \times 19\frac{1}{4}}{32}$

16 = $\frac{1}{2}$		601.
2 = $\frac{1}{8}$	davon	75'125
1 — $\frac{1}{2}$	davon	37'562
$\frac{1}{4}$	davon	9'390
	B. M.	723'077

Oder

Oder auch $\frac{19\frac{1}{4}}{32}$ Mark ist gleich $\frac{1}{32} + \frac{4}{32} \div \frac{3}{4}$,
oder aus 32 ist 16 die Hälfte,
4 ein Viertheil der Hälfte

20; ab von dem $\frac{1}{4}$theil $\frac{3}{16} = \frac{3}{4}$
weniger $\frac{3}{4}$

$19\frac{1}{4}$

32

Also 1202 Pfund

$\frac{1}{2} = 601$
$\frac{1}{4} = 150\frac{1}{4}$

$751\frac{1}{4}$ ($\frac{1}{4} = \frac{16}{64}$)
$= 28\frac{11}{64}$

$623\frac{5}{64}$ B. Mark.

Ab $\frac{3}{16}$ von $150\frac{3}{4}$

ist $\frac{2}{16} = \frac{1}{8} = 18\frac{50}{64}$
und $\frac{1}{16}$ oder $\frac{1}{2}$ von $\frac{1}{8} = 9\frac{25}{64}$

II) $104\frac{2}{3} - 4\frac{2}{3} - 723$: $\frac{1}{16}$ Mark Banco.

314 — 14

Divisor. 157 — 7

7

5061: 7 | 32 Mrk. $3\frac{28}{37}$ ßl.
471
351: 7
314
37: 7
16 zu Schillingen.

222
377

599
477

128

In solchen Fällen, in welchen so oft einerley Rechnungen vorkommen, die etwas mühsam sind, leisten die Logarithmen gute Dienste. Da hier $104\frac{2}{3}$ und $4\frac{2}{3}$ immer bleiben, so darf man den Unterschied zwischen den Logarithmen beyder Zahlen suchen, und man hat einen beständigen Logarithmen für alle Fälle,

welcher nur von dem Logarithmen der Summe der Banco-Mark, deren Rabatt bestimmt werden soll, abgezogen werden darf, um den Logarithmen der Summe des gesuchten Rabatts zu haben.

So ist der Log. von $4\frac{2}{3}$ = 0,66901
Log. von $104\frac{2}{3}$ = 2,01931

Die Differenz, als der beständige Log. = 1,35080, den man sich für alle Fälle anzumerken hat.

Der Log. von $723\frac{1}{16}$ = 285918
Ab den beständigen Log. = 135080

Gibt den Log. des gesuchten Rabatts 1,50838, für welchen in den Tafeln die Zahl $32\frac{7}{10}$ stehet.

Man hat auch besondere, für den Rabatt berechnete Tafeln.

Wollte man diese nicht anwenden, so müßte man das Verhältniß $104\frac{2}{3}$ zu $4\frac{2}{3}$ auf ein bequemeres bringen, bey welchem die Division erleichtert wird; also auf ein Decimalverhältniß. Z. B.:

$$104\tfrac{2}{3} : 100 = 4\tfrac{2}{3} : \frac{100 \times 4\frac{2}{3}}{104\frac{2}{3}} = 4'458 \ (4\tfrac{4}{10}\tfrac{5}{00}\tfrac{8}{0}).$$

In vielen Fällen wird dann schon 4' 45. oder 4' 46. ($4\frac{9}{20}$ oder $4\frac{23}{50}$) genau genug seyn.

Wir haben dann in allen Fällen den bequemern Ansatz, z. B. für obige Aufgabe: $104\frac{2}{3}$ gibt $4\frac{2}{3}$, was B. M. 723: 1 fl.? nun:

100 gibt 4'458, was $723\frac{1}{16}$?
oder $723\frac{1}{16}$

wegen des Decimalbruchs 13374 8816
100000 31206
278

Mrk. 32 | 22412 mit 16 multiplicirt
134472

fl. 3 | 58592

Weil

Weil 4'458 von 4'460 sehr wenig abweicht, so können wir dieses annehmen, und dann stände unsere Rechnung so:

100 gibt $4\frac{46}{100}$, was $723\frac{1}{16}$?

oder 10000 — 446 — $723\frac{1}{16}$

und es werden kommen B. M. 32: $3\frac{2776}{10000}$ fl.

Die Art, bequemere Verhältnisse zu suchen, lasse man ja nicht außer Acht, sie gewährt eine große Erleichterung*).

III) Von

*) Bequemere Art den Rabatt von $4\frac{2}{3}$ und $8\frac{2}{3}$ zu berechnen.

Theilen wir, wie es gezeigt wurde, $4\frac{2}{3}$ durch $104\frac{2}{3}$, so kommt 0'044582 und etwas mehr; oder von 100 Mark wäre der Rabatt 4'4582. Dieser Decimalbruch: $\frac{44582}{10000}$, läßt sich, die 2 Zehntausendtheile weggelassen, und $= \frac{4456}{10000}$ gesetzt, in $\frac{1}{3} = 0'333\ldots$ und in $\frac{1}{8} = 0'125$, welche beyde addirt, den obigen gleichkommen, verwandeln. Wir haben also folgende einfachere

Regel. Um den Rabatt zu $4\frac{2}{3}$ von einer Summe zu finden, multiplicirt man dieselbe mit 4; nimmt dazu noch ein Drittel und ein Achtel ($\frac{1}{3}+\frac{1}{8}$) der Summe, und theilt das Kommende durch 100.

Also: 723 × 4

2892

$\frac{1}{3}$ aus 723 = 241

$\frac{1}{8}$ aus 723 = $90\frac{3}{8}$

Mrk. 32|$23\frac{3}{8}$

144 × 16

fl. 3|74

Der Rabatt zu $8\frac{2}{3}$ Procent kann also berechnet werden:

Regel. Man multiplicirt die Summe mit 80. Von dem Producte wird der 4te Theil der Summe abgezogen und der Rest durch 1000 getheilt.

Jeder Schilling, der bey der Summe ist, kann dann begreiflich gleich als 5 Mark dazu gezogen werden, weil 5 Mark = 80 Schillinge sind.

Der Grund dieses Verfahrens ist auf unsere bisher gezeigte Art leicht aufzufinden. Theilen wir durch Anfügung von Nullen $8\frac{2}{3}$ durch $108\frac{2}{3}$, oder 26 durch 326, so kommt der Decimalbruch: 0'079754. Lassen wir das 4 (als Millionentheil unbedeutend) weg, so bleibt 0'07975 oder $0'079\frac{3}{4} = 0'080 \div \frac{1}{4}$. Multipliciren wir nun die Summe mit 80, so müssen wir den 4ten Theil derselben wieder abziehen, den wir zu viel genommen haben. Beyde Arten geben etwas zu wenig.

III) Von 100 zahlt man $1\frac{1}{2}$ Procent — 704: $\frac{1}{16}$

352: $\frac{1}{3\frac{1}{2}}$

1056 $\frac{3}{3\frac{1}{2}}$ | 10 Mrk. $8\frac{97\frac{1}{2}}{100}$ Gl.
1000

56 $\frac{3}{3\frac{1}{2}}$
16

336
$561\frac{1}{2}$

$897\frac{1}{2}$

IV a) 3 Mark gelten 1 Bancothaler, wie viel $714\frac{5}{5}$ Mark?

Antwort: $238\frac{5}{14}$ Bancothaler.

b) $\frac{100}{2}$ Bancothaler gelten $\frac{150}{3}$ Reichsthaler Curr., wie viel $238\frac{5}{14}$?

$= \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$, also $\frac{1}{2}$ addirt $119\frac{5}{48}$

Reichsthaler Curr. $357\frac{5}{48} = \frac{5}{16}$

c) 2 Reichsthaler Curr. gelten 3 Gulden Curr., wie viel $357\frac{5}{16}$ Rthlr. Curr.

$= \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$, also $\frac{1}{2}$ add. $\frac{178\frac{21}{32}}{535\frac{31}{32}}$ Gulden Curr.

d) 10 Gulden Curr. gelten 12 Gulden Münz, wie viel $535\frac{31}{32}$ Gulden Curr.

$= \frac{12}{10} = \frac{6}{5} = 1\frac{1}{5}$, also $\frac{1}{5}$ dazu $107\frac{31}{160}$

Gulden Münz $643\frac{26}{160}$

Diese Verhältnisse zusammengezogen (als Kettensatz) berechnet, findet man schon oben in den Erläuterungen Nro. 7.

V) Was $12\frac{1}{2}$ Zentner Fracht?

3 Zentner kosten 60 Groschen Fracht,
24 Groschen = 1 Reichsthaler.

$\frac{24}{24}$ $\frac{1}{20}$

$\frac{20}{12\frac{1}{2}}$

$\frac{20}{250}$ = 10 Rthlr. 10 Groschen.

VI)

VI) 1 Rthlr. in Spec. = $1\frac{5}{6}$ Gulden,
$\frac{5}{6} = \frac{1}{2}$ und $\frac{1}{3}$

Rthlr. $16\frac{1}{3}$ = 16: 20
$8\frac{1}{6}$ = 8: 10
$5\frac{4}{9}$ = 5: $26\frac{2}{3}$
Münz fl. $29\frac{17}{18}$ = 29: $56\frac{2}{3}$ kr.

VII) $12\frac{1}{2}$ Zentner Fracht?

3 Zentner — $10\frac{1}{2}$ Rthlr. Münz,
Rthlr. Münz 2 — 3 Gulden,
2 — $10\frac{1}{2}$
$12\frac{1}{2}$
125 = ($12\frac{1}{2} \times 10$)
$6\frac{1}{4}$ = ($\frac{1}{2}$ von $12\frac{1}{2}$)
$131\frac{1}{4}$
getheilt durch 2 = fl. 65: $37\frac{1}{2}$ kr.

VIII) 1132 Pfd. kosten fl. $740\frac{3}{4}$ — wie viel 100 Pfund?

100
74075 | 65 Gulden, $26\frac{67}{113}$ Kreuzer.
6792
6155
5660
495
60 zu Kreuzern.
29700
2264
7060
6792
268 Rest $\frac{268}{1132}$ = $\frac{67}{283}$ kr.

Oder auch Log. $740\frac{3}{4}$ = 286967
dazu Log. 100 = 2
gibt für Log. $740\frac{3}{4} \times 100$ = 486967
Ab Log. 1132 = 305385
gibt Log. von $\frac{740\frac{3}{4} \cdot 100}{1134}$ = 181582, für $65\frac{7}{16}$.

Erläu-

Erläuterung und Berechnung der dritten, Hamburger, Factura.

1) Bey der Berechnung von 1045 Pfund Raffinade a $26\frac{1}{2}$ Pfennig Blk. misch ($= \frac{26\frac{1}{2}}{32}$ Mark, können diese $26\frac{1}{2}$ als Theile von 32 (weil 32 Pfenn. eine Mark betragen) angesehen, und als solche in

$\frac{1}{2}$ Mark = 16 Pfennigen,
in $\frac{1}{4}$ — = 8 — oder $\frac{1}{2}$ des Halben, (aus 16)
in $\frac{1}{16}$ — = 2 — oder $\frac{1}{4}$ des Viertheils, (8)
in $\frac{1}{64}$ — = $\frac{1}{2}$ — oder $\frac{1}{4}$ aus dem Sechzehntheil, (aus 2).

Daher dann 1045 Pfund

Bco. Mark	522: 8 ßl.
	261: 4
	65: 5
	16: $5\frac{1}{4}$
Bco. Mark	865: $6\frac{1}{4}$ ßl.

2) Der Kaffe wird nach Schillingen Lübisch berechnet, von welchen 16 auf eine Mark gehen.

$16\frac{7}{8}$ Schillinge ($\frac{16\frac{7}{8}}{16}$ Mark) sind daher gleich 1 Mark und $\frac{7}{8}$ ßl.

673 Pfund zu 1 Mark = 673 Mark.

673 Pfund zu 1 ßl.	= 673 ßl.
ab $\frac{1}{8}$	= $84\frac{1}{8}$
bleiben für $\frac{7}{8}$ ßl.	= 588: 14 (= $\frac{14}{16}$)
mit 16 oder 4 und	= 147: $3\frac{1}{2}$
4 getheilt	= 36: $12\frac{7}{8}$
Obige B. Mrk. dazu	673
Banco-Mark	709: $12\frac{7}{8}$ ßl.

3) Die

3) Die Hamburger Spesen sind hier, wie es seyn soll, in Current berechnet. (Außer der Staatsabgabe, dem Ausgangszoll).

Da 34 Current-Mark der größern (groben) Münzsorte ein Cölnisches Markgewicht feines Silber enthalten, und eben so viel Silber auch für $27\frac{5}{8}$ Banco-Mark angerechnet werden, so sind also

34 Current-Mark = $27\frac{5}{8}$ Banco-Mark,
oder $123\frac{17}{21}$ C. M. = 100 Bco. Mrk.

pari oder im Silbergehalt gleich. Es sollte also (auf dem Marktpreis wird hier nicht gesehen) gerechnet werden:

$$123\frac{17}{21} : 100 = 19 \text{ Curr. Mrk.} : \frac{19 : 100}{123\frac{17}{21}}$$

Allein der Commissionär rechnet 120 Curr. Mark für 100 Bco. Mark; also das Bankgeld zu seinem Vortheil theurer.

Es heißt sonach 120 Mrk. Curr. kosten 100 Bco. Mrk., was
19 Mrk. Curr.?

$$\frac{100}{120} = \frac{5}{6} = 1 \div \frac{1}{6} \qquad 3\frac{1}{6}$$

Mark B. $15\frac{5}{6}$

4) Hier ist der Curs zwischen Nürnberg und Hamburg 149 : 100. Die oben (S. 30.) gefundene Regel angewendet, haben wir 149 mit 6, und das kommende Product 894, ferner mit den $1586\frac{1}{4}$ Bancomarken zu multipliciren, und dieses Product durch 1000 zu dividiren, um den Betrag im 24 Guldenfuß zu bekommen.

5) Die Reichsthaler 21: 20 Groschen in Speciesthalern zu $1\frac{1}{2}$ Reichsthaler, (also fl. $2\frac{2}{3} = 1\frac{1}{3}$ Rthlr. und $36 = 20$, und $9 = 5$ oder $1\frac{4}{5} = 1$) sind hier ohne fernern Agio zu fl. $1\frac{4}{5}$ berechnet (S. 30. Nro. 8.).

Erste Art der Berechnung des Preises.

§. 18.

Der sämmtliche Betrag des Zuckers und des Kaffes ist fl. 1563. — und es ist nun zu suchen, wie viel davon auf die eine und auf die andere dieser Waaren kommen. Dürfen die Spesen gleichförmig auf den Werth vertheilt werden: so wird sich die Summe der Gulden, die auf jede kommt, verhalten, wie die Summen der Einkaufspreise; oder wie $826\frac{13}{16}$ zu $709\frac{13}{16}$, so verhält sich (aus 1563)

der

der Guldenbetrag der Raffinade, zum Guldenbetrag des Kaffes. Oder der Guldenbetrag (1563) ist in zwey Theile so zu zerlegen, daß sich der eine Theil zu dem andern eben so verhält, wie $826\frac{13}{16}$ zu $709\frac{13}{16}$.

Wie wir bereits oben (S. 31. u folg.) gezeigt haben, werden diese Antheile von 1563 Gulden für jede Waare gefunden, wenn wir sagen, wie sich die Summe der Einkaufspreise in Bancomark ($826\frac{13}{16} + 709\frac{13}{16} = 1536\frac{5}{8}$) zu jeder einzelnen verhält, so verhält sich der sämmtliche Guldenbetrag zu jedem einzelnen. Also:

$1536\frac{5}{8} : 826\frac{13}{16} = 1563 : \frac{1563 : 826\frac{13}{16}}{1536\frac{5}{8}}$ der sämmtliche Guldenbetrag der Raffinade.

Ferner

$1536\frac{5}{8} : 709\frac{13}{16} = 1563 : \frac{1563 : 709\frac{13}{16}}{1536\frac{5}{8}}$ der Guldenbetrag des Kaffes.

(Oder auf die gemeine Weise für den ersten Fall:

$1536\frac{5}{8}$ Bancomark betragen mit Spesen fl. 1563, was $826\frac{13}{16}$ Banco-Mark?

und für den andern:

$1536\frac{5}{8}$ Banco-Mark betragen mit Spesen fl. 1563, wie viel $709\frac{13}{16}$ Banco-Mark?)

Für den ersten Fall sind also 1563 mit $826\frac{13}{16}$ zu multipliciren, und durch $1536\frac{5}{8}$ zu dividiren, um die Summe des Guldenbetrages der Raffinade zu erhalten. Der Leser thue dieß auf die gewöhnliche Weise, wir wollen es hier, der Bequemlichkeit wegen, durch die Logarithmen berechnen.

Log. von	1563	= 319396
Log. von	$826\frac{13}{16}$	= 291741
		611137
Ab Log. von	$1536\frac{5}{8}$	= 318657

Bleibt 292480, und gibt fl. 841. als den Betrag der Raffinade.

Ferner für den zweyten Fall:

Log.	1563	= 319396
Log.	$709\frac{13}{16}$	= 285114
Das Product		= 604510
Ab Log.	$1536\frac{5}{8}$	= 318657

Der Quotient Log. 285853 gibt fl. 722, für den Betrag des Kaffes.

986 Pfund

986 Pfund Nürnberger Gewicht kosten fl. 841., was 100 Pfund?.

Log. von 841 = 292480
Log. von 100 = 2,

492480
Ab Log. 986 = 299388

193092 = fl. $85\frac{7}{24}$ beynahe, der Zentner Raffinade.

Für den zweyten Fall:

635 Pfund Kaffe kosten fl. 722, was 100 Pfund?

Log. 722 = 285853
— 100 = 2,

485853
Ab Log. 635 = 280277

205576 gibt fl. $113\frac{7}{10}$ für den Zentner Kaffe.

Diese Berechnung wäre also nur dann richtig, wenn die Spesen durch den Werth der Waaren veranlaßt worden wären, und nach Verhältniß der Werthe beyder Waaren vertheilt werden dürften.

Allein das ist nun nicht der Fall. Die Provision ($31\frac{1}{8}$ Mark) und den Ausgangszoll ($2\frac{1}{16}$ Mark) ausgenommen, welche auf den Werth berechnet sind, gehen alle übrigen Spesen auf das Gewicht.

Da nun also der weit größere Theil der Spesen auf die Masse gehet, so würden wir der Wahrheit näher kommen, wenn wir sie im Verhältniß der Gewichte der Waaren vertheilten. Daher die

Zweyte Art der Berechnung des Preises.

§. 19.

Weil es gleich ist, welches Sporcogewicht wir nehmen, so wählen wir das Magdeburger, nach welchem die Raffinade . . $10\frac{7}{8}$
der Kaffe . . . $7\frac{3}{8}$

zusammen . . Zentner $18\frac{1}{4}$ wiegen.

Die Spesen betragen . . .	B.Mrk.	18: 8
und		31: 2
zusammen	Banco-Mark	49: 10
a 149	fl.	44: 22
Die übrigen Spesen		144: 53
Alle	fl.	189: 15

Sonach kommen auf

$18\frac{1}{4}$ Zentner fl. $289\frac{1}{4}$ Spesen,

wie viel auf $10\frac{7}{8}$ Zentner? kommen fl. 112: $46\frac{1}{2}$ kr. Spesen auf die Raffinade,
und wie viel auf $7\frac{3}{8}$ Zentner? kommen fl. 76: $28\frac{1}{2}$ — — auf den Kaffe.

Der Einkaufspreis der Raffinade ist

Banco-Mark 826: 13 ßl. a 149 Proc. fl. 739: $11\frac{1}{2}$ kr.
Die Spesen 112: $46\frac{1}{2}$

986 Pfund Nürnberger Gewicht kosten fl. 851: 58 kr.
was 100 Pfund? gibt fl. 86: 24 kr. der Zentner Raffinade.

Der Kaffe beträgt Banco-Mark 709: 13 ßl. oder fl. 634: 34 kr.
Die Spesen . 76: 28

635 Pfund kosten . . . fl. 711: 2 kr.
was 100 Pfund? kommen fl. 111: 49 kr. für den Zentner Kaffe.

Diese Berechnung ist also ebenfalls nur richtig, wenn alle Spesen durch das Gewicht der Waaren veranlaßt worden sind, und wenn das Sporcogewicht zu dem Nettogewicht in gleichem Verhältnisse stehet.

Allein beyde Voraussetzungen finden hier nicht statt, und wir wollen nun, um der Strenge, mit welcher wissenschaftliche Untersuchungen durchgeführt werden müssen, nichts zu vergeben, unsere Rechnung genauer durchgehen, seyen auch die Unterschiede, die sich ergeben, in diesem Falle noch so unerheblich.

Dritte, allein richtige Art der Berechnung des Preises.

§. 20.

Gehen wir die Spesenrechnung durch, so finden wir für das Faß zum Zucker Curr. Mark 11: 8 ßl. berechnet, welche also den Zucker allein angehen, und auf

den

den Einkaufspreis desselben geschlagen werden müssen; und zwar um so mehr, da für die Kaffefässer nichts in Rechnung gebracht wird.

Diese, a 120 Proc, betragen Banco-Mark 9: 10 ßl.
Den Betrag dazu . . — 826: 13

Beträgt die Raffinade . Banco-Mark 826: 7 ßl.
Nicht auf das Gewicht, sondern auf den Werth beyder Waaren, sind ferner auszuschlagen . . . Banco-Mark 2: 11 ßl.
als Ausgangszoll, und . . 31: 2

als Provision; sind . . B. Mark 33: 13 ßl.

Diese auf B. Mark 836: 7 ßl. und auf B Mark 709: 13 ßl. vertheilt,
kommen auf diese 18: 5, und auf diese — 15: 8,

Das Ganze also B. Mark 854: 12 ßl. und B. M. 725: 5 ßl.
a 149 Proc. fl. 764: 8 kr. für die Raffinade, u. fl. 648: 26 kr. für den Kaffe.

Alle übrigen Spesen gehen nun auf die Masse, oder auf das Gewicht.

Diese sind nun Curr. Mark 19: —
weniger jenen schon berechneten 11: 8

Curr. M. 7: 8 ßl.

welche betragen . fl. 5: 35 kr.
Die übrigen Spesen . fl 144: 53 kr.

zusammen fl. 150: 28 kr.

die also auf das sämmtliche Sporcogewicht (18¼ Zentner) so zu vertheilen sind, daß sich die Antheile, wie die einzelnen Sporcogewichte (10⅞ und 7⅜ Zentner), verhalten.

Auf die bereits angezeigte Art berechnet,

kommt auf die Raffinade	fl. 89: 40 kr.	auf den Kaffe	fl. 60: 48 kr.
Den Einkaufsbetrag dazu	fl. 764: 8 kr.	und	fl. 648: 26 kr.
Kosten also 986 Pfund	fl. 853: 48 kr.	und 635 Pfund	fl. 709: 14 kr.
und 100 Pfund Raffinade	fl. 86: 35½ kr.	und 100 ℔ Kaffe	fl. 111: 41¼ kr.

Auf drey verschiedene Arten der Preisberechnung, haben wir also auch folgende drey verschiedene Preise gefunden:

	Für die Raffinade.		Für den Raffe.	
	Ganzen Betrag.	Zentner Preis.	Ganzen Betrag.	Zentner Preis.
I.	fl. 841: —	fl. 85: 17½ kr.	fl. 722: —	fl. 113: 42 kr.
II.	fl. 851: 58 kr.	fl. 86: 24 kr.	fl. 711: 2 kr.	fl. 111: 49 kr.
III.	fl. 853: 48 kr.	fl. 86: 35⅓ kr.	fl. 709; 14 kr.	fl. 111: 41¼ kr.

Unerachtet bey diesen Waaren die Einkaufspreise (26½ Λ Vl. und 16⅞ fl.) nicht zu sehr von einander verschieden sind; auch die Gewichte der Gefäße, im Verhältniß zum Nettogewicht nicht zu sehr abweichen: so sind doch schon die gefundenen Preise bis 2 Procent von einander verschieden. Diese Verschiedenheit würde aber noch größer seyn, wenn die eine Waare weit höher im Preise, als die andere wäre, und die eine, eine geringe Thara, etwa nur eine leichte Emballage hätte.

Erläuterung und Berechnung der vierten, der Pariser, Factura.

---

§. 21.

Ob gleich in Frankreich das neue Münz-, Maß- und Gewichtssystem schon 1795 decretirt wurde, so haben doch die Franzosen noch lange nachher (und bis jetzt (1806) noch größtentheils) der alten Eintheilungen sich bedient (Nun aber (1820) nicht mehr. Dieß hat indessen auf die Berechnung hier keinen Einfluß). Auch in dieser Factura finden wir statt des Kilogrammes, das Markgewicht, und statt der Franken und Decimen, noch die Livres und Sous.

Die Berechnung ist durchaus sehr einfach und verständlich. Wir bemerken nur, daß, da französisches Geld, die doppelten und einfachen Ecus (ganze und halbe

halbe Laubthaler), zu 6 und 3 Livres, auch bey uns (1806) im Umlauf sind, und fl. $2\frac{3}{4}$ und fl. $1\frac{3}{8}$ gelten; der Livres also auf $27\frac{1}{2}$ kr.

$$\left(\frac{\text{fl. } 2\frac{3}{4}}{6} \text{ oder } \frac{\text{fl. } 1\frac{3}{8}}{3} = \frac{1}{2} + \frac{1}{8} \text{ kommt}\right).$$

Da also 1 Livres $27\frac{1}{2}$ Kreuzer oder $\frac{27\frac{1}{2}}{60}$ oder $\frac{55}{1200}$ oder $\frac{11}{240}$ Gulden beträgt, so ist zu suchen, wie viel Gulden 5184 Livres betragen.

Statt also die 5184 L. mit $27\frac{1}{2}$ kr. zu multipliciren und mit 60 zu dividiren, um den Werth in Gulden zu haben, dürfen wir nur die $27\frac{1}{2}$ kr. in Guldentheile (20 und $7\frac{1}{2}$ zerlegen, und diese Theile aus der Summe der Livres nehmen, um die Gulden zu bekommen.

20 Kreuzer $= \frac{1}{3}$ Gulden, daher $\frac{1}{3}$ aus Liv. 5184 = fl. 1728: —
$7\frac{1}{2}$ Kreuzer $= \frac{1}{8}$ Gulden, daher $\frac{1}{8}$ aus Liv. 5184 = fl. 648: —

Also $\frac{5184 \times 27\frac{1}{2}}{60}$ = fl. 2376: —

Oder auch $\frac{27\frac{1}{2}}{60}$ Gulden $= \frac{11}{240}$ Gulden.

Die Hälfte von Liv. 5184 = 2592 = $\frac{12}{24}$ Gulden,
davon also $\frac{1}{12}$ ab = 216 = $\frac{1}{24}$ —
fl. 2376 = $\frac{11}{24}$ —

Der Safran wird für 94 Pfund genommen, und kostet fl. $2387\frac{3}{5}$, das Pfund also fl. $\frac{2387\frac{3}{5}}{94}$ = fl. $25\frac{3}{5}$.

Erläuterung und Berechnung der fünften, der Bremer, Factura.

§. 22

1) Die Thara von den amerikanischen Tabaksfässern wird zu 90 Pfund berechnet, sie mag mehr oder weniger betragen. Oft ist sie daher zum Nachtheil des Käufers schwerer, oft zu seinem Vortheil leichter als 90 Pfunde.

Hier

Hier wog das größere Faß 96, das kleinere 70 Pfund an Thara.

2) Der Bremer Thaler wird in 72 Grote getheilt; daher sind

$$17\tfrac{1}{4}\text{ Grote} = \frac{17\frac{1}{4}}{72} = \frac{71}{72\times 4} = \frac{71}{288}\text{ Thaler.}$$

Wir haben demnach die Zahl der Pfunde mit $17\frac{1}{4}$, oder mit 71 zu multipliciren, und im ersten Fall mit 72, im andern mit 288 zu theilen, um den Betrag in Thalern zu bekommen.

Oder, der Bruch $\frac{71}{72\times 4}$ zeigt auch an, daß wir von der Zahl der Pfunde den zwey und siebenzigsten Theil (oder auch $\frac{1}{8}$ aus dem $\frac{1}{9}$) abziehen, und aus dem Rest ein Viertheil nehmen dürfen, um eben dasselbe zu bekommen.

Also aus 839

den 9ten Theil = 93: 16

den 8ten Theil = 11: 47 Gr. = $\frac{1}{72}$.

ab von 839

827: 25 — = $\frac{71}{72}$.

den 4ten Theil = Thl. 206: 60 Grot = $\frac{71}{72\times 4}$ oder = $\frac{71}{288}\times 839$ Thlr.

3) Der Preis des andern Fasses ist $10\frac{1}{4}$ Grot, oder $\frac{41}{72\times 4}$ Thaler.

41 aus 72 genommen, würde 36 = $\frac{1}{2}$ aus dem Ganzen,
4 = $\frac{1}{9}$ aus dem halben,
1 = $\frac{1}{4}$ aus dem neunten Theil geben.

Also aus 782 Pfund

die Hälfte = 391

dazu $\frac{1}{9}$ aus der Hälfte . = 43: 32

dazu $\frac{1}{4}$ aus dem $\frac{1}{9}$tel . = 10: 62

$\frac{41}{72}$ = 445: 22

Diese getheilt in 4, $\left(\frac{41}{72\times 4}\right)$ = Thlr. 111: $23\frac{1}{2}$ Grote.

Diese

Diese Berechnung gewährt zwar in diesem Falle keinen Vortheil, und wird nur, um zu vielseitiger Ansicht zu gelangen, gegeben:

Denn	782
multiplicirt mit	$10\frac{1}{4}$
	7820
	$195\frac{1}{2}$ = 36 Grote.
getheilt in 72, oder	8015: 36
in die Factoren 8 und 9.	1001: $67\frac{1}{2}$

Thlr. 111: $23\frac{1}{2}$ Grote, führt noch bequemer zum Zwecke.

4) Der Betrag von 327 Reichsthalern ist hier im Golde verstanden. Denn seit des siebenjährigen Krieges, der so viele schlechte Silbermünzen in Umlauf brachte, müssen alle Wechselzahlungen in Louisd'or (Friedrichsd'or, Carlsd'or) geschehen. Diese Verfügung ist dem Handel Bremens sehr nachtheilig, weil gewöhnlich an andern Orten die Silbermünze den bestimmten Werth hat, und das Gold bald mehr, bald weniger gegen dasselbe gilt. Man ist daher des Curses immer auf ein Paar Procente ungewiß. Werden z. B. jene 327 Reichsthaler auf uns gezogen (trassirt), und wir können nicht die erforderliche Anzahl Louisd'or geben, so hängen wir von der Willkühr des Inhabers des Wechsels ab, mit wie vielen Procenten er sich, bey der Bezahlung in Silber, begnügen lassen will; denn rechtlich hat er das Gold zu fordern, und, wenn auch ein Curs in den Curszetteln angegeben seyn sollte, sich denselben nicht aufdringen zu lassen.

Der Louisd'or wird fünf Reichsthalern gleich gerechnet. Wir hätten daher für 327 Reichsthaler $\frac{327}{5}$ = $65\frac{2}{5}$ Stücke Louisd'or zu bezahlen, oder den Agio auf Gold zu vergüten, den wir hier auf 8 Procente angegeben finden. Jene 327 Reichsthaler in Gold kosten uns sonach $353\frac{1}{2}$ Reichsthaler in Silber.

Ein solcher Reichsthaler beträgt $1\frac{4}{3}$ Gulden Münz, oder $1\frac{1}{2}$ fl. Current; wir haben daher die $353\frac{1}{2}$ Rthlr. mit $1\frac{4}{3}$ zu multipliciren; oder mit $1\frac{1}{2}$ zu dividiren, und zu diesem Producte $\frac{1}{3}$ zu addiren, um die gleiche Summe im 24 Guldenfuß zu haben. Diese Verhältnisse zusammengezogen, stehen dann also:

Wie

Wie viel betragen im 24 Guldenfuß 327 Reichsthaler in Gold?
100 Rthlr. in Gold betragen 108 Reichsthaler in Silber,
5 Reichsthaler betragen 9 Gulden in Münz.

(oder 1 Rthlr. = 1½ Gulden Curr.
10 Gulden Curr. = 12 fl. Münz.)

2943 (= 371 × 9)
23548

317848 (= 2943 × 108)

getheilt durch 5 = 63569⅗

durch 100 = fl. 635: 42 kr. im 24 Guldenfuß.

5) Um den Preis jeder Sorte zu finden, müssen wir wieder die Spesen oder Unkosten darauf gehörig (auf den Werth und auf das Gewicht, wie sie entstanden sind) vertheilen.

Auf den Werth gehen hier die 2 Procente Provision und die 8 Procente Agio; die übrigen Spesen auf das Gewicht.

Die erste Sorte kostet . . .	Rthlr. 206: 60 Grote.
dazu 2 Procent Provision	4: 10
	210: 70
Dazu ferner 8 Procent Agio . . .	16: 64
	Rthlr. 227: 62 Grote.
Betragen, 5 Rthlr. zu 9 fl. gerechnet, . .	fl. 410: 8 kr.
Die zweyte Sorte kostet . . .	Rthlr. 111: 24 Grote.
Dazu 2 Procente Provision . . .	2: 16
	113: 40
Ferner 8 Procent Agio	9: 6
	Rthlr. 122: 46 Grote.
Die zweyte Sorte beträgt also . . .	fl. 220: 45 kr.

Um:

Unkosten auf das Gewicht.

Unkosten in Bremen . . .	Rthlr.	2: 31 Grote.
2 Procente dazu . . .		3
	Rthlr.	2: 34
3 Procent dazu . . .		14
	Rthlr.	2: 48 Grote.
Betragen	fl.	4: 48
Die übrigen Spesen dazu . .		132: 18
	fl.	137: 6 kr.

Nun wiegt das erste Faß Sporco $9\frac{1}{4}$
das andere $8\frac{3}{4}$
zusammen also 18 Zentner.

18 Zentner kosten sonach fl. $137\frac{1}{10}$ Spesen, wie viel
$9\frac{1}{4}$ Zentner? kommen fl. 70: 28 kr.
und für das andere von $8\frac{3}{4}$ Zentner = fl. 66: 39 kr.

I) Der oben gefundene Betrag der ersten Sorte war	fl.	410: 8 kr.
die eben berechneten Spesen dazu		70: 28
780 Pfund kosten also . . .	fl.	480: 36 kr.

und 100 Pfund fl. 61: 37 kr.

II) Der Betrag der zweyten Sorte .	fl.	220: 45 kr.
die übrigen Spesen . . .		66: 39 kr.
760 Pfund kommen auf . . .	fl.	287: 24 kr.

100 Pfund also auf fl. 37: 49 kr.

Zur Uebung, und um auf die Abweichungen aufmerksam zu werden, kann der Anfänger diese Facturen auf die oben (S. 19.) angegebenen unrichtigen Arten berechnen, und er wird finden:

1) wenn die Spesen auf die Einkaufspreise (Rthlr. 206: 60, und 111: 24 Gr.) ausgeschlagen werden, so kommen für das Ganze fl. 499¼,
für den Zentner fl. 64: — kr.
für das Ganze der andern Sorte fl 268¾,
für den Zentner fl. 35: 22 kr.

2) Alle Spesen zusammengezogen und auf das Nettogewicht berechnet:
für das Ganze der ersten Sorte fl. 477: 48 kr.,
für den Zentner fl. 61: 16 kr.
für das Ganze der andern Sorte fl. 290: 12 kr.,
für den Zentner fl. 38: 11 kr.

Anmerkungen und Berechnungen der sechsten, Londoner, Factura.

§. 23.

Diese Factura, die wir hier nach unsrer Art erläutern und berechnen wollen, steht in zwey neuen Werken über das doppelte Buchhalten, und wir entlehnen sie daraus, (ob gleich entlehnen unsere Sache nicht ist,) deßwegen, weil wir durch dieselbe die Leser auf die Verschiedenheit solcher Preisberechnungen aufmerksam machen wollen. Sie werden daraus erkennen, wie wichtig unser bisheriger Vortrag über diesen Gegenstand ist, und die Ausführlichkeit und genaue Auseinandersetzung auch dieser Berechnung nicht als unnöthig ansehen.

1) Der Zentner wird in England in vier Viertheile (zu 28 Pfund) und in 112 Pfund eingetheilt. Daraus wird die Berechnung des Gewichts verständlich seyn.

2) Der Zentner Kaffe kostet 134½ Schillinge, oder $\frac{134\frac{1}{2}}{20} = \frac{269}{40}$ Pfund Sterling. Wir haben daher 25 Zentner 1 Q. 20 Pfund mit 269 zu multipliciren, und mit 40 zu dividiren, um den Werth des Ganzen in Pfunden Sterling zu bekommen.

Da

Da 1 Quarter = 28 Pfund,
dazu die einzelnen 20

geben also 48 Pfund, oder $\frac{48}{112} = \frac{6}{14} = \frac{3}{7}$ Zentner.

Obige 25 Zentner, 1 Quarter, 20 Pfund, sind daher
= $25\frac{3}{7}$ Zentner,
mit 269 multiplicirt,

6725
$38\frac{3}{7}$
$76\frac{6}{7}$

$6840\frac{2}{7}$

getheilt durch 40 = $\frac{171\frac{2}{7}}{40}$ = $\frac{2 \times 20 \times 12}{7 \times 40} = \frac{12}{7}$ Pence, also beynahe 2 Pence.

Oder das sämmtliche Gewicht in Pfunde verwandelt, gibt 2848 Pfund,
112 Pfund gelten . . . . . $154\frac{1}{2}$ Schilling
20 Schillinge gelten . . . . . 1 L.St.

Auf beyden Seiten mit 16 (oder mit den Factoren 2 und 8) dividirt, bleibt dann zum Divisor $20 \times 7 = 140$, und zum Dividendus das Product der Factoren 89 und $134\frac{1}{2}$, also $\frac{134\frac{1}{2} \times 89}{140}$ gleich dem Obigen.

3) Das Pfund Cochenille kostet $19\frac{1}{2}$ Schilling, oder 1 Pfund Sterl. weniger $\frac{1}{2}$ Schilling = $\frac{19\frac{1}{2}}{20} = \frac{39}{40}$ L.St. 2 Z. 1 Q. 23 Pfd. sind = 224 + 28 + 23 sind = 275 Pfd.

zu 1 L.St. ÷ $\frac{1}{40}$
ab $\frac{1}{40}$ = $6\frac{7}{8}$

L.St. $268\frac{1}{8}$. ($\frac{1}{8}$ L.St. = 2 Bl. 6)

4) Das Quantum Piment in Pfunden ist 2651 zu $7\frac{1}{2}$ Pfennige Sterling. Diese können mit $7\frac{1}{2}$ multiplicirt werden, und es kommt dann die Summe der Pfennige, und mit 240, oder mit 12 und mit 20, dividirt, die Pfund Sterlinge.

Oder auch, da $7\frac{1}{2}$ Pfennige Sterl. $= \frac{7\frac{1}{2}}{20 \times 12} = \frac{7\frac{1}{2}}{240} = \frac{15}{480} = \frac{1}{32}$ Pfd. Sterl. ist: so hat man nur 2651 Pfund mit 32 zu dividiren, (oder aus 2651 ein Viertheil $= 662\frac{3}{4}$, und aus diesen ein Achttheil $= 82\frac{7}{32}$ zu nehmen, weil 4 und 8 Factoren von 32 sind,) um ebenfalls L. St. 82: 16: $10\frac{1}{2}$ Pence zu bekommen.

Eben so den Tabak.

5) Der Discont wird hier vom Hundert berechnet, nämlich von 100 werden $6\frac{1}{4}$, $4\frac{1}{2}$ und 8 abgezogen (s. S 26.).

6) Der Betrag der Factura in London ist L. St. 833: 17 ßl. Diese Summe ist durch zwey Wechselbriefe angeschafft (remittirt) worden; der eine auf 400 L. St. lautend, zu 6 Rthlr. 8 Gr. das Pfd. St., also für das Ganze 400 mal $6\frac{1}{3}$ Rthlr. = Rthlr. 2533: 8 Gr. Der andere Wechsel von L. St 433: 17 ßl. ist zu Rthlr. 6: $7\frac{1}{2}$ Gr., also zu einem wohlfeilern Preis (niedrigern Curs) bezahlt worden; das Ganze also zu $433\frac{17}{20} \times 6\frac{5}{16}$*) = Rthlr. 2738: 16 Gr.,

welches mit jenen	—	2533: 8
beträgt . . .	Rthlr.	5272. —

Preis-

*) Da $\frac{5}{16}$ ein bequemer Bruch ist, der sich in $\frac{4}{16} = \frac{1}{4}$ und in $\frac{1}{16}$, oder in $\frac{1}{4}$ aus den $\frac{4}{16}$ oder $\frac{1}{2}$ zerlegen lässet, so kann dieser Bruch beybehalten werden; $\frac{17}{20}$ aber verwandele man in einen Decimalbruch. Um den Nenner 20 auf 100 zu bringen, muß er mit 5 multiplicirt werden. Um das gleiche Verhältniß zu erhalten, müssen wir auch 17, den Zähler, mit 5 multipliciren, kommt dann $\frac{85}{100}$, welches $= \frac{17}{20}$.

Also 433,85
mit $6\frac{5}{16}$ multiplicirt.

2603,10
$108,46\frac{1}{4}$ ist $\frac{1}{4}$ oder $\frac{4}{16}$ aus $433\frac{85}{100}$,
$27,11\frac{5}{8}$ ist $\frac{1}{4}$ aus dem $\frac{1}{4}$ ($108,\frac{46\frac{1}{4}}{100}$ oder $\frac{1}{16}$ aus 433,85.

Rthlr. $2738,67\frac{7}{8}$. Diese $\frac{67\frac{7}{8}}{100}$ Rthlr. mit 24 zu Groschen.

24
268
134
21 ($\frac{7}{8}$ ist $1 \div \frac{1}{8}$, also $24 \div 3$.)

$\frac{16,29}{100}$ Groschen $= 16\frac{29}{100}$ Groschen. Diese $\frac{29}{100}$ Groschen würden noch $3\frac{1}{2}$ Pfennig beynahe geben, die aber hier nicht geachtet werden.

Preisberechnung jener Verfasser*).

§. 24.

7) Die sämmtlichen Waaren mit allen Unkosten betragen Rthlr. 5561: 18 Gr. Die Verfasser, von welchen wir diese Factura entlehnten, vertheilten die sämmtlichen Spesen auf den Einkaufspreis. Sie rechnen daher (wie wir bereits oben (S. 20.) gezeigt haben):

In London kosten

der Kaffe	L. St.	171:	—	2 ℔**)
— Piment	—	82:	16:	10
— Tabak	—	150:	12:	4
— Cochenille	—	268:	2:	6

Das Ganze L. St. 672: 11: 10. Diese betragen mit Spesen Rthlr. 5561: 18

was betragen	L. St.	171:	2 ℔	=	Rthlr.	1414: —
was	L. St.	82:	16: 10	=	—	685: 2 Gr.
was	—	150:	12: 4	=	—	1245: 11 —
was	—	268:	2: 6	=	—	2217: 3 —

Ferner

*) Die Ausrechnung selbst, haben jene Verfasser nicht gegeben, sondern nur die Erfolge angezeigt.

**) Der Kaffe kostet in London nicht L. St. 171: — 2 Pf.
sondern L. St. 160: 6: 5

der Piment . . nicht — 82: 16: 10
sondern — 79: 2: 4

der Tabak . . nicht — 150: 12: 4
sondern — 138: 11: 4

die Cochenille . . nicht — 268: 2: 6
sondern — 251: 7: 4

Also das Ganze nicht L. St. 672: 11: 10 ℔
sondern L. St. 629: 7: 5

Denn diese Waaren sind alle mit Discont bezahlt worden. (Man sehe die Factura.) Wäre dieser Discont gleich, nämlich von jeder Summe gleichviel Procente: so wäre es einerley, ob man die Summen mit oder ohne Discont in Rechnung brächte, denn die Verhältnisse der verschiedenen Summen zu einander, auf welche es hier blos ankommt, sind eben dieselben.

Z. B. Die Summe des Kaffes ohne Discont ist L. St. 171: — 2 Pf.
die Summe der Cochenille ohne Discont — 268: 2: 6 —

Ferner, in Leipzig wog:

Der **Kaffe** 2855 Pfd. und kostet Rthlr. 1414, was 1 Pfd.? gilt Pfd. 10$\frac{2}{3}$ Gr
der **Piment** 23$\frac{1}{4}$ Zentner 1 Pfd. kostet Rthlr. 685: 2 Gr. der Zentner Rthlr. 29: 11: 1 Pf.
der **Tabak** 71$\frac{5}{8}$ Zentner 3 Pfd. kostet Rthlr. 1245: 11 Gr., also der Zntr. — 17: 9: 2 Pf.
die **Cochenille** 264 Pfd. kostet Rthlr. 2217: 3 Gr., also das Pfund — 8: 9: 6$\frac{2}{3}$ Pf.

Unsere Preisberechnung.

§. 25.

8) Wie wir bereits schon bemerkt haben (S. 8.), müssen die Spesen auf die Waaren so vertheilt werden, daß jeder Waare der Theil zukommt, den sie veranlaßt hat. Sind daher auch auf eine besondere Abgaben gelegt, so müssen sie derselben auch allein zugetheilt werden. (Wie dieß hier bey der **Cochenille**, die, ohne daß es bemerkt ist, zu derselben Zeit 3$\frac{1}{2}$ Pence das Pfund gegeben haben mag.) Eben so sind die Unkosten, die auf den Betrag gehen, von denen, welche das Gewicht veranlaßt, genau zu unterscheiden, und jene auf den **Einkaufspreis**, und diese auf das **Sporcogewicht** zu vertheilen.

Geschieht dieses mit dieser Factura, so finden wir, daß die in derselben mit größern Buchstaben bezeichneten Unkosten auf den Werth, die übrigen auf das Gewicht gehen. Sie sind folgende:

Unko-

Von jeder sind 6$\frac{1}{4}$ Procent Discont abgerechnet worden, und nach Abzug desselben zahlen wir für den **Kaffe** L. St. 260: 6: 5 Pf.
für die **Cochenille** L. St. 251: 7: 4 Pf.

Nun verhalten sich jene Summen 171$\frac{1}{20}$ und 263: 2: 6) eben so zu einander wie diese, und da es hier nur auf die Verhältnisse ankommt, so wäre es gleichgültig, welche unter ihnen man wählen wollte. Allein die übrigen Waaren haben nicht gleichen Discont. Von dem **Piment** ist derselbe 4$\frac{1}{2}$, und von dem **Tabak** 8 Procente; sie weichen folglich um 3$\frac{1}{2}$ und 1$\frac{3}{4}$ Procent von einander ab, und um eben so viele Procente weichen auch die, in jenen Factoren angegebenen Preise von der Wahrheit, auch in dieser sonst noch unrichtigen Berechnung ab. Jene hätten also schon nach ihrer Art rechnen müssen:

Liv. St. 629: 7: 5 Pf. betragen Rthlr. 5561: 18 Groschen,
was betragen L. St. 160: 6: 5 Pf.
was . — 79: 2: 4 —
was . — 138: 11: 4 —
was . — 251: 7: 4 — 2

Unkosten auf den Werth.

Mäklergebühr	Liv. St.	31:	6: — *)
Assecuranz	—	22:	18: —
Commission	—	20:	6: 9
	L. St.	74:	10: 9

betragen a	Rthlr. 6: 7½ Gr.	Rthlr.	470: 13 Gr.
Accise			54: 4
Differenz bey der Rimesse .			8: 7
das Ganze . .		Rthlr.	533: —

Unkosten auf das Gewicht.

	Liv. St.	124:	8: —
		2:	18: 6
		1:	2: 6
		1:	9: 10
	L. St.	129:	18: 10 Pfen.

Betragen a	Rthlr. 6: 7½ Gr.	Rthlr.	820: 6 Gr.
Spesen in Altona **)			56: 15 —
— in Magdeburg			66: 9 —
in Leipzig 166: 18 ÷ 54: 4		=	112: 14 —
Das Ganze . . .		Rthr.	1055: 20 Gr.

Demnach haben wir 533 Reichsthaler auf den Betrag und 1055⅚ Reichsthaler auf das Sporcogewicht jeder Waare verhältnißmäßig zu vertheilen.

Ver-

*) Diese ist falsch berechnet. Statt ½ Procent $\left(\frac{\frac{1}{2}}{100}\right)$ ist hier ein halb von zehn $\left(\frac{\frac{1}{2}}{10}\right)$ also 5 Procent berechnet worden.

**) Auch diese sind in der Factura unrichtig berechnet. Denn Curr. Mark 234: 8 ßl. betragen a 17½ Procent mehr als Banco Mark 114: 7 ßl; allein wir dürfen hier nichts verändern.

Vertheilung dieser Unkosten an Fracht (durch das Gewicht veranlaßt).

Das Sporcogewicht ist:

			Betrag.					Betrag.
vom Kaffe	Z. 29	k.St.	160:	6: 5	a Rthlr.	6: 7½ Gr.	= Rthlr.	1012: 2 Gr.
Cochenille	2½	—	251:	7: 4	.	.	= —	1586: 18
Piment	24¾	—	79:	2: 4	.	.	= —	499: 10
Tabak	77¼	—	138:	11: 4	.	.	= —	874: 18
Zusammen	Z. 133½.						Reichsthaler	3973: —

Die Spesen auf das sämmtliche Sporcogewicht sind $1055\frac{5}{6}$ Reichsthaler, also für das Sporcogewicht jeder Waare besonders, nach folgenden Ansätzen:

(Wie sich das ganze Gewicht zu jedem einzelnen verhält, so verhalten sich die sämmtlichen Spesen zu jeder einzelnen Waare).

Gewichtsspesen für

Z. Z. Rthlr.

*) $133\frac{1}{2} : 29 = 1055\frac{5}{6} : \frac{1055\frac{5}{6} \times 29}{133\frac{1}{2}}$ = Rthlr. 229: 9 Gr. **Kaffe.**

$133\frac{1}{2} : 2\frac{1}{2} = 1055\frac{5}{6} : \frac{1055\frac{5}{6} \times 2\frac{1}{2}}{133\frac{1}{2}}$ = — 19: 19 — **Cochenille.**

$133\frac{1}{2} : 24\frac{3}{4} = 1055\frac{5}{6} : \frac{1055\frac{5}{6} \times 24\frac{3}{4}}{133\frac{1}{2}}$ = — 195: 18 — **Piment.**

$133\frac{1}{2} : 77\frac{1}{4} = 1055\frac{5}{6} : \frac{1055\frac{5}{6} \times 77\frac{1}{4}}{133\frac{1}{2}}$ = — 610: 22 — **Tabak.**

(Das Ganze wieder Reichsthaler 1055: 20 Gr.)

An-

*) Im Handel selbst, wo es mit Brüchen und kleinen Größen so genau nicht genommen werden darf, und man eher die Preise etwas höher annehmen darf als niedriger, da kann man sich diese Rechnungen sehr erleichtern und abkürzen. Hier haben wir z. B. immer mit $113\frac{1}{2}$ zu theilen. An dieser Zahl gibt $\frac{1}{2}$ und $\frac{1}{3}$ von einander wenig Unterschied. Nehmen wir nun statt $133\frac{1}{2}$ nur $133\frac{1}{3}$ an, so sind diese $1\frac{1}{3} \times 100$; und wir haben um statt mit $133\frac{1}{3}$ zu theilen, um mit $1\frac{1}{3}$ zu theilen und zwey Zahlen abzuscheiden. Da nun aber, wenn wir von $1\frac{1}{3}$ den vierten Theil abziehen, 1 bleibt, das nicht theilt: so so dürfen wir nur von dem Dividenden $\frac{1}{4}$ abziehen, und zwey Ziffern abscheiden, um den Quotienten zu haben.

Der

Anmerkung.

Diese Berechnungen sind ohne Logarithmen sehr beschwerlich. Da in den vier Fällen zwey bleibende Glieder der Verhältnisse sind; oder da es viermal heißt:

$133\frac{1}{2}$ Zentner kosten Rthlr. $1055\frac{5}{6}$ Fracht, was kosten 29 Zentner?
ferner, was $2\frac{1}{2}$, was $24\frac{3}{4}$, was $77\frac{1}{4}$ Zentner?

so muß viermal mit $1055\frac{5}{6}$ multiplicirt, und mit $133\frac{1}{2}$ dividirt werden; oder, was dasselbe ist, die 29, die $2\frac{1}{2}$, die $24\frac{3}{4}$ und die $77\frac{1}{4}$ Zentner, müssen mit dem Bruch $\frac{1055\frac{5}{6}}{133\frac{1}{2}}$ multiplicirt werden, und die Producte geben die gesuchten Spesenantheile.

Diese Arbeit erleichtern wir uns, wenn wir diesen Bruch in einen Decimalbruch verwandeln. Dieß geschieht nach Seite 22. also:

Mit $133\frac{1}{2}$ wird getheilt $1055\frac{5}{6}$
mit 6 und 6 multiplicirt.

Also mit 801 wird getheilt 6335 | 7 sind also 7 ganze Reichsthaler.
5607
728 |

An

Der erste Ansatz hier ist:

$1055\frac{5}{6} \times 29$ getheilt durch $133\frac{1}{2}$ (nun $133\frac{1}{3}$)
$\times \quad 30 \quad (= 29 + 1)$
31675
$1 \div = 1055\frac{5}{6}$
$30619\frac{1}{6}$
$\frac{1}{4}$ ab 7654 . . $\frac{12}{24}$
Thaler 229 | $64\frac{5}{24}$ und 15 Groschen.

Der andere: $1055\frac{5}{6} \times 2\frac{1}{2}$
$2\frac{1}{2} \times 4 =$ 10
$10558\frac{1}{3}$
Getheilt durch 4)
$2639\frac{7}{12}$
ab $\frac{1}{4} =$ 659 . . .
Thaler 19 | 80 . . .
19 Groschen.

An diese 728 als Rest wollen wir nun, um recht genau zu verfahren, fünf Nullen anfügen, und also den Bruch $\frac{728}{801}$ in hundert tausend Theilen suchen. Wir haben dann also wieder mit 801 zu theilen gibt

728,00000 | 90886
7209

7100
6408

6920
6408

5120
4806
---
314 als Rest.

Nun haben wir gefunden 7'90886 oder $\frac{790886}{100000}$, und damit die 29, die $2\frac{1}{2}$, die $24\frac{3}{4}$ und die $77\frac{1}{4}$ Zentner zu multipliciren, um das Gesuchte zu finden. Brauchen wir es nicht ganz genau zu nehmen, so können wir vier Decimalstellen abschneiden und $\frac{79}{100}$ oder $7\frac{9}{10}$ dafür nehmen. Multipliciren wir in diesem Fall $7\frac{9}{10}$, oder was dasselbe ist, $8 \div \frac{1}{10}$ mit 29 Zentnern, so finden wir für 8mal 29, Rthlr. 232, davon $\frac{1}{10}$ von $29 = 2\frac{9}{10}$, ab, ist $232 \div 2\frac{9}{10}$, oder Rthlr. 229, $2\frac{3}{5}$ Groschen; also $6\frac{3}{5}$ Groschen weniger, als wir haben.

$2\frac{1}{2}$ Zentner werden hier $2\frac{1}{2} \times 7\frac{9}{10} = \frac{197\frac{1}{2}}{10} =$ Rthlr 19: 18 Groschen geben, u. s. w.

Obgleich dieß genau genug wäre, und die Rechnung dadurch sehr erleichtert würde: so wollen wir es doch genauer nehmen, und wir werden dennoch durch die Reduction auf Decimaltheile, die Berechnung erleichtert finden.

I) Was beträgt die Fracht von 29 Zentnern Kaffe?

Da $133\frac{1}{2}$ Zentner $1055\frac{5}{6}$ Thaler Fracht kosteten, so ist also hier zu suchen, wie viel davon auf 29 Zentner kommen.

Nehmen wir nun 7'90886 und multipliciren
mit 29

71,17974
158,1772
---

so finden wir Rthlr. 229 | 35694
24 zu Groschen

142776
71388

Groschen 8 | 56656

und noch über $\frac{1}{2}$ Groschen. Erleich-

Erleichtern können wir uns diese Rechnung, wenn wir 29 aus 100 Theilen oder als $\frac{29}{100}$ nehmen und zerfällen. Am bequemsten ist es, diesen Bruch für $\frac{29}{100} \div \frac{1}{100}$ ($= \frac{29}{100}$) anzusehen und aus obigem Decimalbruch zu nehmen. Nun ist $\frac{30}{100} = \frac{3}{10}$; also aus 790'886

$\frac{1}{10}$ = 79'088

$\frac{2}{10}$ = 158'177

237'265

ab $\frac{1}{100}$ aus 790886 = 7'908

Rthlr. 229'357 × mit 24 (zu Groschen).

kommen Groschen 8'568

× 12, zu Pfennigen.

kommen Pfennige 6|816

In der ersten Berechnung heißt die Aufgabe:
1 Zentner kostet 7'90886 Rthlr. Fracht, was kosten 29 Zentner?

In der zweyten Berechnung:
100 Zentner kosten 7'90886 Rthlr., was 29 Zentner?

Hier würde also der Quotient nur den hunderten Theil des vorigen, allein richtigen, betragen, und wir müssen daher entweder den Quotienten oder den Dividendus hundertmal nehmen, um die Summe der ersten Berechnung zu bekommen.

Um 7'90886 hundertmal zu haben, dürfen wir nur die Decimalstelle um zwey Zahlen zurück stellen und also 790'886 schreiben.

Die Richtigkeit dieses Verfahrens erkennt man auch daraus, wenn man jenen Decimalbruch wie gewöhnlich schreibt.

$7\frac{90886}{100000}$ und

mit 100 multiplicirt. Die 7 Ganze

geben 700 und $\frac{90886 \times 100}{100000} = \frac{90886}{1000} = 90\frac{886}{1000}$

also dazu $90\frac{886}{1000}$

gibt $790\frac{886}{1000} = 790{,}886$, wie oben.

II) Was beträgt die Fracht von $2\frac{1}{2}$ Zentner Cochenille.

7'90886
× $2\frac{1}{2}$
15'81772
3'95443
Rthlr. 19'77215
× 24 (oder 6 und 4.) zu Groschen.
463290
Groschen 18|53160

Oder $2\frac{1}{2}$ vierzigmal genommen = 10 × = 79'0886
getheilt mit 4 Rthlr. 19'7721$\frac{1}{2}$
u. s. w. wie neben.

III) Was beträgt die Fracht von $24\frac{3}{4}$ Zentner Piment?

$24\frac{3}{4}$ = 25 ÷ $\frac{1}{4}$; also vom 100fachen nehme man $\frac{1}{4}$ und ziehe von diesem ein Hundertheil ab.

Demnach: 790'886 (das Hundertfache)
$\frac{1}{4}$ = 197'7215
ab $\frac{1}{100}$ = 1'9772
Reichsthaler 195'7433 mit 24 zu Groschen, kommen
Groschen 17'8392 Groschen, und etwas über $\frac{4}{5}$ Groschen.

IV) Was beträgt die Fracht von $77\frac{1}{4}$ Zentner Tabak?

$77\frac{1}{4}$ von hunderten betrachtet = $\frac{3}{4}$ + $\frac{1}{100}$ + $\frac{1}{100}$ + $\frac{1}{400}$

Also	790'886
$\frac{1}{2}$ =	395'443
$\frac{1}{4}$ =	197'721
$\frac{1}{100}$ =	7'908
$\frac{1}{100}$ =	7'908
$\frac{1}{400}$ =	1'977

Reichsthaler 610'957 mit 24 multiplicirt, gibt 22 Groschen.

Vertheilung der Unkosten, welche der Werth veranlaßte.

Nun haben wir Reichsthaler 533, welche auf den Betrag oder Werth der Waaren gehen auf vier verschiedene Waaren zu vertheilen.

Der Ansatz ist:

Auf 3973 Rthlr. kommen 533 Rthlr. Unkosten, wie viel
auf 1012$\frac{1}{2}$, auf 1586$\frac{3}{4}$, auf 499$\frac{5}{12}$ und auf 874$\frac{3}{4}$ Rthlr.

Wir haben also jede dieser vier Zahlen mit 533 zu multipliciren und mit 3973 zu dividiren; oder wir haben sie mit dem Bruch $\frac{533}{3973}$ zu multipliciren.

Erhe-

Erheben wir diesen Bruch auf einen Decimalbruch, und suchen ihn, um recht genau zu rechnen, etwa in 1,000,000 Theilen, so finden wir

mit 3973 getheilt 533000000 = 0'134155 = $\frac{134155}{1000000}$.

Mit diesem Decimalbruch haben wir also obige Zahlen zu multipliciren. Wir zeigen dieß hier in veränderter Ansicht.

I) **Wie viel kommt von den Werths-Spesen auf 1012½*) des Kaffes?**

Diese Zahl zerlegt sich in 1000 und $12\frac{1}{2} = \frac{1}{8}$ von 100.

Multipliciren wir 0,134155 mit 1000, so kommt, die drey ersten Decimalstellen als Ganze betrachtet, für

1000 × 0,134155	=	134,155
100 × 0,134155 = 13,4155, davon $\frac{1}{8}$ $\left(\frac{12\frac{1}{2}}{100}\right)$		1,676
	Thaler	135|831
	24 zu Groschen	
	Groschen	19|944 beynahe 20 Gr.

II) **Wie viel kommt von den Werths-Spesen auf 1586¼ der Cochenille?**

Diese zerlegen sich in:

	1000	multiplicirt mit 0,134155	gibt	134,155
und	500	multiplicirt, oder die Hälfte davon	=	67,077
und	50	— oder den zehnten Theil davon	=	6,707
und	25	— oder die Hälfte davon	=	3,353
und	10	— oder $\frac{2}{5}$ davon, oder $\frac{1}{5}$ von 6,707	=	1,341
und	1	— oder $\frac{1}{10}$ davon	=	0,134
und	½	— oder ½ davon	=	0,067
und	¼	— oder ½ davon	=	0,033
		Thaler		212,867
		mit 24 zu Groschen		
		Groschen		20|808

III) **Wie viel kommt von den Werths-Spesen auf 499$\frac{5}{12}$ des Piments?**

Wir haben also 499$\frac{5}{12}$ mit 0,134155 zu multipliciren.

Mit 1000 multiplicirt, steht der Bruch so: 134,155

die Hälfte davon, also 67,077

als das Product von 500.

Dieß

*) Dieß sollte $\frac{1}{12}$ heißen.

Dieß ist aber um $\frac{7}{12}$ zu viel, denn wir haben mit $499\frac{5}{12}$, nicht mit 500 zu multipliciren, von 67,077 haben wir also $\frac{7}{12} \times 0{,}134155$ abzuziehen.

Oder auch $\frac{1}{1000}$ Theil von 500, also von 67,077 (ist $\frac{1}{2}$)
diesen um 3 Decimalstellen zurückgestellt = 0,067
zu diesem $\frac{1}{2}$ oder $\frac{6}{12}$ noch den 6ten Theil = 0,011

also $\frac{7}{12}$ = 0,078. Diese ab: 0,078

kommen Thaler 66,999
24 zu Gr.

Groschen 23,976
12 zu A

Für die Rthlr. 66: 23 Gr. $11\frac{1}{4}$ A sind 67 Rthr. angenommen worden.

Pfenn. 11,.712

IV) Wie viel kommen von den Werths-Spesen auf $874\frac{3}{4}$ des Tabaks?

0,134155

Multiplicirt mit: 500 (die Hälfte von 1000) = 67,077
— — 250, davon die Hälfte = 33,538
— — 125, davon die Hälfte = 16,769

875 117,384
÷ $\frac{3}{4}$ ($\frac{1}{4}$ von 0,134155 0,033

$874\frac{3}{4}$ = 0,033538 ab. = Rthlr. 117,351
mit 24 zu Groschen

Groschen 8|424

Das $\frac{1}{4}$, das wir hier abzuziehen hatten, betrug: 0,033538. Wir ließen aber die drey letzten Decimalstellen 0,000538, also $\frac{538}{1000000}$ hinweg, weil wir nur von drey Decimalstellen abzuziehen hatten, und dieser weggelassene Bruch zu unbedeutend ist.

Genau

Genau gerechnet, würde das Facit so kommen:

Das 1000fache von 0,134155	=	134,155
die Hälfte davon (500fach)	=	67,0775
die Hälfte von diesem Halben	=	33,53875
die Hälfte von diesem Viertheil	=	16,769375
Das Viertheil von: 0,134155		117,385625
ist = 0,03353875, dieß ab:		0,03353875
bleiben Rthlr.		117,35208625

Dieser Rest gibt 8 Groschen $5\frac{2}{3}$ Pfennig; der obige 8 Gr. $5\frac{1}{11}$ Pfennig ungefähr.

* * *

Anmerkung. Was ich erst bemerkte, gilt auch hier wieder. Wenn es nicht ganz genau genommen werden darf, so können wir auch hier statt 0'324155 setzen: 0'33333 (welches um kein Tausendstel zu wenig ist, und das wir auch wieder dazu addiren können und $0'1\frac{1}{3} = 1\frac{1}{3}$ gibt). Wir haben dann zu den gegebenen Zahlen oder Größen ein Drittel zu addiren und mit 10 zu theilen.

I) 1012'5	II) 1586'75	III) $499\frac{5}{12}$	IV) $874\frac{3}{4}$
$+\frac{1}{3} = 337'5$	$\frac{1}{3} = 528'91$	$\frac{1}{3} = 166'\ldots$	$+\frac{1}{3}$ 291 ...
Thaler 135|0	Thaler 211|5'66	Thaler 66|6	Thaler 116|6

Bey I) wäre $\frac{1}{10000}$, das nicht ganz zu wenig wäre (von $1012\frac{1}{2}$) 1; bey II) (von $1586\frac{3}{4}$) beynahe $1\frac{1}{3}$; bey III) $\frac{1}{2}$; bey IV) $\frac{5}{6}$ Thaler, welche zu den gefundenen Summen zu addiren sind, um alles hinlänglich genau zu haben.

Zusammenstellung der Antheile der Werths Spesen.

Die Spesen auf dem obigen sämmtlichen Betrag sind 533 Reichsthaler. Daher, wie sich verhält der ganze Waarenbetrag zu dem einzelnen, so der ganze Spesenbetrag zu dem einzelnen. Also:

Rthlr.	Rthlr.			Werths Spesen für
3973 : $1012\frac{1}{2}$	= 533 :	$\frac{1012\frac{1}{2} \times 533}{3973}$	=	Rthlr. 135: 18 Gr. Kaffe.
3973 : $1586\frac{3}{4}$	= 533 :	$\frac{1586\frac{3}{4} = 533}{3973}$	=	— 212: 21 — Cochenille.
3973 : $499\frac{5}{12}$	= 533 :	$\frac{499\frac{5}{12} \times 533}{3973}$	=	— 67: — — Piment.
3973 : $874\frac{3}{4}$	= 533 :	$\frac{874\frac{3}{4} \times 533}{3973}$	=	— 117: 9 — Tabak.

(Das Ganze wieder Rthlr. 533.)

(Wem

(Wem diese Ansätze nicht verständlich sind, der verwandele sie in folgende: $133\frac{1}{2}$ Zentner kosten $1055\frac{5}{6}$ Rthlr. Spesen, wie viel kosten 29 Zentner? und 3973 Rthlr. veranlaßten 533 Rthlr. Unkosten, wie viel $1012\frac{1}{2}$ Rthlr.?

Preisberechnung.

I) Der Einkaufsbetrag für den Kaffe in London war L.St. 160: 6: 5 Pfen. oder
in Reichsthalern 1012: 2 Gr.
Der Spesenantheil auf den Werth derselben 135: 18 —
— — auf das Gewicht 229: 9 —

die sämmtliche Ausgabe . Rthlr. 1377: 5 Gr. für den Kaffe.
2855 Pfd. kosten $1377\frac{5}{24}$ Rthlr., was 1 Pfund? kommt $11\frac{7}{12}$ Groschen, (oder $52\frac{1}{10}$ kr.) und 100 Pfund fl. $86\frac{5}{6}$.

II) Einkaufsbetrag der Cochenille Rthlr. 1586: 18 Gr.
Spesen auf den Werth — 212: 21
— auf das Gewicht — 19: 19

Die ganze Ausgabe Rthlr. 1819: 10 Gr. für die Cochenille.
264 Pfd. kosten diese Summe, was 1 Pfund? = Rthlr. 6: $21\frac{1}{3}$ Gr., (oder fl. 12: $24\frac{1}{10}$ kr.)

III) Einkaufsbetrag des Piments Rthlr. 499: 10 Gr.
Spesen auf den Werth — 67: —
— auf das Gewicht — 195: 18 —

Die ganze Ausgabe Rthlr. 762: 4 Gr. für den Piment.
$23\frac{1}{4}$ Zentner kosten diese Summe, was 1 Zentner? = Rthlr. 32: 18 Gr., (oder fl. 59: — kr.)

IV) Einkaufsbetrag des Tabaks Rthlr. 874: 18 Gr.
Spesen auf den Werth — 177: 9 —
— auf das Gewicht — 610: 22 —

Die ganze Ausgabe Rthlr. 1603: 1 Gr. für den Tabak.
$71\frac{5}{8}$ Zntr. (3 ℔) (7882 ℔) — — was 1 Z. (100 ℔) =
= Rthlr. 22: 9 Gr. (oder fl. 40: 17 kr.)

Ver-

Vergleichung beyder Berechnungen.

Die Resultate beyder Berechnungen, die, welche jene Verfasser angeben, und diejenigen, welche wir fanden, sind zusammengestellt folgende:

	Jene fanden		Wir finden	
	für den ganzen Betrag	für den Preis	für den ganzen Betrag	für den Preis
des Kaffes	Rthlr. 1414: —	10¾ Groschen, ℔	Rthlr. 1377: 5 Gr.	11 $\frac{7}{11}$ Gr.
der Cochenille	— 2217: 3 Gr.	Rthlr. 8: 9½ Gr. ℔	— 1819: 10 Gr.	Rthlr. 6: 21 Gr.
des Piments	— 685: 2 Gr.	— 29: 11 Gr. d. Z.	— 762: 4 Gr.	— 32: 18 Gr.
des Tabaks	— 1245: 11 Gr.	— 17: 9 Gr. d. Z.	— 1603: 1 Gr.	— 22: 9 Gr.
	Rthlr. 5561: 16 Gr.		Rthlr. 5561: 20 Gr.	

Aus diesen Berechnungen folgt also, daß wir

den Kaffe ungefähr um 10 Procente theurer,
die Cochenille — — 22 Procente wohlfeiler,
den Piment — — 11 Procente theurer,
den Tabak — — 28 Procente theurer finden, als jene Verfasser.

Dem Kaufmanne, der also den Einkaufspreis der Cochenille zu Rthlr. 8: 9½ Groschen fand, wird sie, da er einen viel zu hohen Preis dafür fordern wird, liegen bleiben; alle übrigen Waaren, besonders aber der Tabak, werden gleich Käufer finden, da er denselben um 28 Procente niedriger berechnete, und ihn also, weil er so viele Procente nicht daran zu gewinnen verlangen kann, unter dem wahren Einkaufspreis anbieten wird.

Daß diese Unterschiede so groß ausfallen mußten, erkennt man zum Beyspiel nur bey einer flüchtigen Ansicht der Factura schon daraus, daß das Gewicht der Cochenille, zu dem Gewichte der übrigen Waaren, sich ungefähr wie 1 zu 52. Der Betrag der Cochenille aber zu dem Betrag der übrigen Waaren, sich wie 1 zu 1½, oder wie 2 : 3 verhält.

Nun hätte man der Cochenille von den Spesen, in soferne sie alle durch das Gewicht veranlaßt worden wären, in 53 Theile getheilt, Einen Theil, und den übrigen Waaren 52 Theile zutheilen sollen; allein man hat ihr, da die

Spesen auf den Betrag ausgeschlagen wurden, von den Spesen, in 5 Theile getheilt, zwey, und den übrigen Waaren nur drey Theile berechnet.

Der Unterschied in den gefundenen Preisen würde sich nun weit größer bey der Cochenille u. s. w. zeigen, wenn nicht ein großer Theil der Spesen (hier ein Drittheil), nicht durch das Gewicht, sondern durch den Werth der Waaren veranlaßt worden wäre, wodurch jener zu große Unterschied wieder verringert worden ist.

Daß der Tabak aber, gegen unsern gefundenen Preis, um ungefähr 28 Procente **wohlfeiler** von jenen Rechnern gefunden wird, beruht auf folgenden Gründen.

Der Betrag des Tabakes nämlich ist, im Verhältniß seines Gewichtes, zu dem Betrag der andern Waaren, der geringste,; er verhält sich zu den Betrag der andern Waaren zusammengenommen, ungefähr wie 1 zu 4. Das Gewicht desselben aber ist das größte, und verhält sich wie 77 zu 56. Dem Tabak fallen also mehr als die **Hälfte** der **Gewichtsspesen** und ungefähr ein **Fünftheil** der **Betragsspesen** zu; nach jener unrichtigen Berechnung aber sind ihm nur ungefähr ein **Fünftheil** der sämmtlichen Spesen, also viel zu wenig, zugetheilt worden.

Denn der Betrag des Tabaks in London ist L.St. 138: 11: 4 = Rthlr. 874: 18 Gr.
Die Gewichtsspesen allein auf 133½ Zentner,
Rthlr. 1055⅚, also auf 77¼ Zentner = 611: —

Also mit diesen schon	1485:	18 Gr.
Dazu kommen die Spesen auf den Werth mit . .	117:	9
zusammen Rthlr.	1603:	3 Gr.
und jene Herausgeber haben für den ganzen Betrag nur Rthlr.	1245:	11 Gr.
also auf das Ganze zu wenig . . . . Rthlr.	357:	16 Gr.
und schon auf die Gewichtsspesen zu wenig (1485: 18 ÷ 1245: 11) Rthlr.	240:	7 Gr.

Dem Anfänger rathen wir, um sich einige Fertigkeit zu erwerben, und die Verschiedenheit der Erfolge kennen zu lernen, diese Factura auf eine dritte Art zu berechnen, so, daß die sämmtlichen Spesen auf das Gewicht vertheilt werden.

Die

Die sämmtlichen Spesen nach oben sind Reichsthaler 1588¼ von 133½ Zentner Sporcogewicht.

Auf 29 Zentner	Kaffe	werden demnach kommen	Rthlr.	345:	3 Gr.
Auf 2½ —	Cochenille	. .	—	29:	18 —
Auf 24¼ —	Piment	. .	—	294:	12 —
Auf 77¼ —	Tabak	. .	—	919:	9 —
			Rthlr.	1588:	18 Gr.

Wird der Betrag dieser einzelnen Waaren nach dem Preise in London zu den Spesenantheil derselben addirt: so kommen dann für den ganzen Betrag von:

2855 ℔	Netto Kaffe,	Rthlr.	1357:	5 Gr.	und auf 1 ℔		11 Gr.	4 2/10 Pf.
264 ℔	Cochenille,	—	1616:	12 Gr.	und auf 1 ℔	Rthlr. 6:	2 Gr.	11⅔ Pf.
23¼ Zntr.	Piment,	—	793:	22 Gr.	und auf 1 Z.	— 34:	3 Gr.	6½ Pf.
71⅚ Zntr.	Tabak,	—	1794:	3 Gr.	und auf 1 Z.	— 25:	1⅙ Gr.	
		Rthlr.	5561:	18 Gr.				

Nun hätten wir folgende drey verschiedene Preise für

	Jene Herren auf eine ganz falsche Art:	Wir: I. auf die allein richtige Art:	II. auf die minder richtige Art:
den Kaffe,	10⅔ Gr.	11 7/12 Gr.	Gr. 11 5/12 (11: 4 2/10 Pf.)
die Cochenille,	Rthlr. 8: 9 7/12 Gr.	Rthlr. 6: 21 Gr.	Rthlr. 6: 2: 11⅔ Pf.
den Piment,	Rthlr. 29: 11 Gr.	Rthlr. 32: 18 Gr.	Rthlr. 34: 3: 6½ Pf.
den Tabak,	Rthlr. 17: 9 Gr.	Rthlr. 22: 9 Gr.	Rthlr. 25: 1⅙ Gr.

Diese Factura wollen wir indessen, nur die Reichsthaler in Gulden verwandert, in unser Buchhaltungs-Schema aufnehmen (Dieß ist nämlich im ersten Theile der Contorwissenschaft geschehen, welcher die Theorie und Praxis des einfachen und doppelten Buchhaltens enthält).

Hierher gehört auch (hauptsächlich zur Bestimmung des Verkaufspreises) das was in Leuchs vollständiger Handlungswissenschaft: Ueber die Bestimmung des Werthes und Preises der Waaren gesagt worden ist.

Zusatz.

§. 26.

Die Gewichts- und Werths-Unkosten hätten wir auch für 100, oder 1 Zentner des Gewichts aufsuchen, und dann jeder einzelnen Waare ihren Antheil berechnen können.

I) Für die Werths-Unkosten.

3973 Thaler veranlaßten 533 Thaler Unkosten, wie viel kommen auf 100?

Werden 13'416, oder 13 Thaler und 10 Groschen Werths-Spesen auf 100 Thaler des Betrags kommen.

Der Kaffe beträgt $1012\frac{1}{2}$, also $\frac{1012\frac{1}{2} \times 13\frac{5}{12}}{100}$.

Oder, in Decimalen 13'416

$\frac{1012\frac{1}{2}}{100} = 10\frac{1}{8}$ (× 10 =) 134'16

$\frac{1}{8}$ von 13'416 dazu 1'67 . . .

Thaler 135'83($\frac{5}{6}$)

Und so verfahre man mit den andern.

II) Für die Gewichts-Unkosten.

$133\frac{1}{2}$ Zentner kosteten $1055\frac{5}{6}$ Thaler Fracht, wie viel 1 Zentner?

Wird kommen 7'909, oder 7 Thaler 22 Groschen, nicht ganz, auf den Zentner.

Also auf 29 Zentner

× 7'909

203'

26'1

261

Die 29 Zentner Thaler 229'361

Oder hier leichter, im Thaler-Bruch:

29

÷ $\frac{1}{12}$ = $2\frac{5}{11}$

bleibt $\frac{11}{12}$ = 26 ^{7}

7 × 29 = 203

Thaler $229\frac{7}{12}$

Be-

Erläuterung und Berechnung der siebenten, der Amsterdamer, Factura.

Erste Berechnung.

1) Die Mennig beträgt . . Holl. Curr. fl. 172: 4 Stüber.

Ab 2 Procente $\left(\frac{172\frac{1}{3} \times 2}{100} = \frac{3444}{1000}\right)$. 3: 9

bleibt fl. 168: 15 St.

Ab 1 Procent $\left(\frac{168\frac{3}{4}}{100}\right)$ . . . 1: 13

bleibt fl. 167: 2 Stüber.

Dazu die Provision a $1\frac{1}{2}$ Procent $\left(\frac{250\frac{1}{2}\frac{3}{0}}{100}\right)$. fl. 2: 10

Das Ganze beträgt ohne Spesen Holl. Curr. fl. 169: 12 Stüber.

Im Curse a 137, kommt in Münz*) . fl. 167: 18 kr.

2) Der Kaffe beträgt . . Holl. Curr. fl. 555:

Ab 2 Procent 11: 2

bleibt fl. 543: 18

Ab 1 Procent . . . fl. 5: 9

fl. 538: 9

Dazu die Provision $1\frac{1}{2}$ Procent . . 8: 2

Beträgt das Ganze ohne Spesen Holl. Curr. fl. 546: 11

Diese betragen a 137 Procent in Münz . fl. 539: 7

3) Die

*)

	=	fl. $167\frac{2}{3}$ Holl.
Holl. fl. 5	=	2 Thlr. Holl.
Thlr. Holl. 100	=	137 Thlr. Curr.
Thlr. Curr. 2	=	3 fl. Curr.
Gulden Curr. 10	=	12 fl. Münz.

3) Die *Cassia lignea* beträgt Holl. Curr. fl: 610: —
Ab 2 Procente 12: 4

bleibt fl. 597: 16
Ab 1 Procent 5: 19

bleibt fl. 591: 17
Dazu 1½ Procent Provision . . 8: 18

Das Ganze beträgt . Holl. Curr. fl. 600: 15
Diese betragen a 137 in Münz . fl. 592: 34 kr.

Die Spesen auf diese Waaren sind nun Holl. Curr. fl. 22: 13
1½ Proc. Provision dazu . 7

Holl. Curr. fl. 23: —

betragen a 137 Proc. in Münz fl. 22: 41 kr.
Die übrigen Spesen . . 118: 26

Die sämmtlichen Spesen . . fl. 141: 7 kr.

Diese Spesen können auf das Sporcogewicht jeder ausgeschlagen werden, weil sie durch dasselbe entstanden sind.

Nun ist das Sporcogewicht der Mennig 888 ℔
des Kaffes 644 ℔
der Cassia 413 ℔

das Ganze 1945 ℔

Wie sich nun das sämmtliche Sporcogewicht (1945 ℔) zu dem Sporcogewicht jeder einzelnen Waare (zu 888, zu 644, zu 413 ℔) verhält, so verhalten sich die sämmtlichen Spesen (fl. 141: 7 kr.) zu den Spesen jeder einzelnen Waare. Also:

1) $1945 : 888 = 141\frac{1}{8} : \frac{888 \times 141\frac{1}{8}}{1945}$ = fl. 64: 26 kr. für die Mennig.

2) $1945 : 644 = 141\frac{1}{8} : \frac{644 \times 141\frac{1}{8}}{1945}$ = fl. 46: 44 kr. für den Kaffe.

3) $1945 : 413 = 141\frac{1}{8} : \frac{413 \times 141\frac{1}{8}}{1945}$ = fl. 29: $57\frac{1}{2}$ kr. für die Cassia.

(Das Ganze beträgt also wieder fl. 141: 7 kr., als Beweis der Richtigkeit der Vertheilung.)

(Oder

(Oder: auf 1945 Pfund Sporcogewicht kommen fl. 141⅛, wie viel kommen auf 838 Pfund Sporcogewicht, u. s. w. Statt 7 kr. ist hier 7½ oder ⅛ Gulden der Bequemlichkeit wegen genommen worden.)

1) Der Betrag der **Mennig** war nun . . fl. 167: 18 kr.
der Betrag der Spesen . . . . . 64: 26 kr.
Das Ganze mit Spesen . . . . fl. 231: 44 kr.

790 Pfd. Netto der **Mennig** kosten also fl. 231: 44 kr., 100 **Pfd** also fl. 29: 20 kr.

4) Der Betrag des **Kaffes** fl. 539: 7 kr.
die Spesen . . 46: 44 kr.
Netto 540 Pfd. Kaffe kosten also fl. 585: 51 kr. und 100 **Pfund** fl. 108: 29½ kr.

3) Der Betrag der **Cassia** fl. 592: 34 kr.
die Spesen . . . 29: 57½
290 Pfund kosten . fl. 622: 31½ kr., 1 **Pfund** also fl. 2: 8⅘ kr.

Probe darüber:

1) 790 Pfund **Mennig** a fl. 29⅕ = fl. 231: 44 kr.

$$\left(\frac{790 \times 29\frac{1}{5}}{100} = 231\frac{11}{16}\right)$$

2) 540 Pfd. **Kaffe** a fl. 108: 29½ kr. = fl. 585: 51 kr.
3) 290 Pfd. **Cassia** a fl. 2: 8⅘ kr. = fl. 622: 32 kr.
Der sämmtliche Betrag fl. 1440: 7 kr., also alles genau eben so wie oben.

Zweyte Berechnung.

§. 28.

Von dem Betrag der Waaren der Factura von fl. 1337: 4 St. wären

abzuziehen	dazu zu addiren
fl. 26: 15 St.	fl. 22: 13 als Spesen,
fl. 13: 2	fl. 19: 16 St. als Provision,
das Ganze fl. 39: 17 St.	Das Ganze fl. 42: 9 St.
	ab diese . . 39: 17 St.
Bleibt als Rest der zu addirenden Summe	fl. 2: 12 St. Holländisch.
Denn diese zu den Preis der Waaren von	fl. 1337: 4 St. addirt,
gibt den Betrag der Factura mit	fl. 1339: 16 St.

Diese

Diese fl. 2: 12 St. oder fl. 2: 34 kr. Münz sind nun, gleich den andern Spesen, auf das Gewicht zu vertheilen.

Die Gewichtsspesen betragen nun . . .	fl. 118: 26 kr.
Jene dazu	2: 34
Zusammen	fl. 121: —

Für 888 Pfund Mennig,
— 644 Pfund Kaffe,
— 413 Pfund Cassia,

Für 1945 Pfund kommen an Spesen fl. 121, daher auf 888 Pfund fl. 55: 15 kr.
auf 644 Pfund fl 40: 4 kr.
*) auf 413 Pfund fl. 25: 41 kr.

1) Die Mennig beträgt Holl. Curr. fl. 172: 4, a 137 Proc. Münz fl. 169: 51**)

Die Spesen dazu . . .	55: 15
Das Ganze . . .	fl. 225: 6 kr.

790 Pfund kosten fl. 225: 6 kr., was 100 Pfund? = fl. $28\frac{1}{2}$

2) Der

*) $1945 : 888 = 121 : \frac{888 \times 121}{1945}$

Log. von 1945	= 328892	Log. von 888	= 294841	Die Antheile der Spesen.
Log. von 121	= 208279	ab	120613	
Unterschied	÷ 120613		Log. 174228	= fl. 55: 15 kr.
		Log. von 644	= 280889	
		ab	= 120613	
			Log. 160276	= fl. 40: 4 kr.
		Log. von 413	= 261595	
		ab	= 120613	
			Log. 140982	= fl. 25: 41 kr.
			Das Ganze also sonach richtig vertheilt.	fl. 121: —

**) 1) Was betragen fl. $172\frac{1}{2}$ Holl. Curr. im 24 Guldenfuß?
fl. 5 Holl. Curr. = 2 Thaler Holl. Curr.
100 Thaler Holl. Curr. = 137 Reichsthaler Curr.
2 Reichsthaler Curr. = 3 Gulden Current,
10 Gulden Curr. = 12 Gulden in Münz.

gibt 10000 zum Divisor, und $2 \times 3 \times 12 = 72 \times 137 = 9864$
und 9864 multiplicirt mit $172\frac{1}{2}$
$= 1698580\frac{4}{2}$ zum Dividenden.

Von

2) Der Kaffe beträgt Holl. Curr. fl. 555: — a 137 Proc. Münz fl. 547: 26 kr
Die Spesen dazu . . . 40: 4

Das Ganze . . fl. 587: 30 kr.

540 Pfund kosten fl. 587½, was 100 Pfund? = fl. 108⅘.

3) Die Cassia beträgt Holl. Curr. fl. 610: — a 137 Proc. Münz fl. 601: 41 kr
Die Spesen dazu . . . 25: 41

Das Ganze . . fl. 627: 22½ kr.

290 Pfund kosten 627½, was 1 Pfund? = fl. 2: 9⅘.

Probe der zweiten Berechnung.

790 Pfund Mennig	a fl. 28½	. .	fl. 225: 9 kr.
540 Pfund Kaffe	a fl. 108⅘	. .	fl. 587: 31 kr.
290 Pfund Cassia	a fl. 2: 9⅘	. .	fl. 627: 22 kr.
	Das Ganze		fl. 1440: 2 kr.

Drit-

Von 1698580⅘ vier Zahlen abgeschnitten, gibt fl 169, und den Rest von 8580⅘ mit 60 zu Kreuzern gemacht,

60

51|4848 gibt 51½ kr nicht ganz; also fl. 169: 51½ kr.

Oder Log. von 10000 = 4,
Log. von 9864 = 3,99405
Differenz Log. — 0,00595

Log. von 172⅕ = 223603
Ab Differenz = 0,00595
fl. 169⅘⅛ = 223008

2) Log. von 555 = 274429
ab Differenz = 0,00595
2,73834 = fl. 547⅞₀, für den Kaffe.

3) Log. von 610 = 378533
ab die Differenz = 0,00595
bleibt Log. 277938 = fl. 601⅛₀ für die Cassia.

Dritte Berechnung.

§. 29.

Holl. Curr. fl. 172⅓ der Betrag der Mennig,
— fl. 555— der Betrag des Kaffes,
— fl. 610— des Betrags der Cassia,

Holl. fl. 1337⅓ betragen mit Spesen fl. 1440 Münz,

was betragen 172⅓ = 223603
Log. von 1440 = 315836 + Log. 003217

als Log. von 1337⅓ = 312619 226820 = fl. 185 7/12

Differenz + Log. 003217

was 555? = 274429
Dazu Log. . 003217

277646 = fl. 597 11/12

was 610? = 278533
Dazu Log. . 3217

281750 = fl. 656⅓

Als Probe die Summe = fl. 1460.

790 Pfund kosten fl. 185 7/12, was 100 Pfund? = fl. 23: 28 kr. die Mennig,
540 Pfund — fl. 597 11/12, was 100 Pfund? = fl. 110: 41 kr. der Kaffe,
290 Pfund — fl. 656⅓, was 1 Pfund? = fl. 2: 15 9/100 kr. die Cassia.

Probe:

790 Pfund a fl. 23: 28 kr. = fl. 185: 24 kr.
540 Pfund a fl. 110: 41 kr. = fl. 697: 43
290 Pfund a fl. 2: 15 9/100 kr. = fl. 656: 53

Wie oben wieder fl. 1440. —

Vierte Berechnungsart.

§. 30.

Wir haben für das Nettogewicht der Waaren angenommen:

790 Pfund Mennig,
540 Pfund Kaffe,
290 Pfund Cassia,
1620 Pfund.

Die Spesen betragen nach oben fl. 141: 7 kr., kommen auf 100 Pfund des Nettogewichts also fl. 8: 43 kr. *)

Wie viel kosten 100 Pfund Nürnberger Gewicht, wenn
Nürnberger Gewicht 97 Pfd. betragen 100 Pfd. Amsterdamer Gewicht?
Amsterd. Gew. 100 Pfd. kosten (fl. 20 Holländisch die Mennig, 100 fl. der Kaffe, 200 fl. die Cassia?)

Holländ. fl. 5 sind gleich 2 Thaler Holländisch,
Thaler Holl. 100 kosten 137 Thaler Curr. Nürnb.
Curr. Thaler Nürnb. 2 betragen 3 Gulden Curr.
Gulden Curr. 10 sind gleich 12 Gulden in Münz,
für fl 102 zahlen wir 100 fl. } wegen Rabatt,
fl. 101 100 }
für fl. 100 zahlen wir 101½ wegen Provision.

Da

*) Erste Berechnung:

15½ Zentner fl. 141⅛, was 1 Zentner?
81 — 5

705⅝ | fl. 8: 42¾ kr. nicht ganz.
648
57⅝ |
mit 60 zu Kreuzern.
3457½
324
217½
162
55½

Zweyte Berechnung:

Log. von fl. 141: 7 kr. = 214958
Log. von 100 = 2
Log des Products = 414958
Ab Log. von 1620 = 320952
Bleibt Log. 094006 gibt fl. 8: 43 kr. nicht ganz.

Da dieses ein Kettensatz ist, so müssen also die Zahlen der rechten Reihe und die Zahlen der linken Reihe mit einander multiplicirt und das Product jener durch das Product dieser getheilt werden, um das Facit zu bekommen.

Wir wollen sie zur bessern Uebersicht ohne Erläuterung wiederholen:

Erste Reihe, deren Product den Divisor gibt.		Zweyte Reihe, deren Product den Dividendus gibt.
		+ 100 Pfund?
97	=	+ 100
+ 100	=	den Preis, den wir weglassen wollen)
++ 5	=	2
+ 100	=	137
++ 2	=	3
++ 10	=	12
102	=	+ 100
101	=	++ 100
+ 100	=	$101\frac{1}{2}$

Da sich die mit + bezeichneten 100 der einen Reihe, mit eben so vielen auf der andern, und die mit ++ bezeichneten 5, 2, 10, (die multiplicirt 100 geben,) mit dem mit ++ bezeichneten 100 der andern Reihe aufheben: so bleiben übrig:

für die erste Reihe:	für die zweyte Reihe:
	2
97	137
102	3
101	12
	$101\frac{1}{2}$

Diese multiplicirt geben zum Divisor:	Diese multiplicirt geben:
999294	1001196 zum Dividendus

getheilt

mit 6 gibt 166549

166866 | $1\frac{317}{166549}$

166549

317

Die

Die Division vollzogen, gibt $1\frac{317}{166349}$ zum Quotienten. Mit diesem haben wir dann die Holländischen Preise der Waaren, die in dem obigen Kettensatze ausgelassen worden sind, zu multipliciren, um den Preis derselben im Nürnberger Geld und Gewicht, ohne die Fracht, zu haben. Dazu dann die gefundene Fracht (fl. 8: 43 kr.) addirt, gibt den gesuchten Einkaufspreis mit allen Unkosten.

Wie leicht zu bemerken, ist es bequemer mit 166866 die Preise zu multipliciren, und dann erst mit 166549 zu dividiren.

Da wir unsere Leser so gerne an die Logarithmen gewöhnen möchten, und selbst nicht auf den gewöhnlichen Weg diese mühsame Arbeit übernehmen wollen: so suchen wir wieder durch dieselben unsere Aufgabe aufzulösen, und überlassen es dem Leser, die nämlichen Resultate auf die gewöhnliche Art zu finden.

Die erste Reihe, die zu multipliciren war, ist:

97	=	Log. 198677
102	=	200860
101	=	200432
		Log. 599969

Die zweyte Reihe:

	2	
	137	= Log. 213672
	3	
	12	
	$101\frac{1}{2}$	= Log. 200647
$(2 \times 3 \times 12 = 72)$		= Log. 185733
		Log. 600052
Ab	. .	Log. 599969
		Log. 0,00803

Der Logarithmus von $1\frac{317}{166349}$ ist also 0,00083, den wir daher nur zu den Preisen der Waaren in Amsterdam addiren dürfen, um den Logarithmen der gesuchten Einkaufspreise zu haben.

Die

Die Mennig kostet nach der Factura

20 Gulden Holl.	= Log.	130103
dazu obigen Log.	=	83
		130186 = fl. 20: 2 kr.
Dazu die Fracht	.	8: 43
Eigene Kosten der Mennig	.	fl. 28: 45 kr.

Der Kaffe kostet fl. 100 Holl. Log. 2,00000

dazu	.	83
		2,00083 = fl. 100: 12 kr.
Fracht der Zentner	.	8: 43
Kosten des Kaffes	.	fl. 108: 55 kr.

Die Cassia kostet fl. 200 . Log. 230103

dazu	.	83
		230186 = fl. 200: 23 kr.
Fracht	.	8: 43
Kosten der Cassia	.	fl. 209: 6

Diese vier Berechnungsarten geben nun eben so viele verschiedene Preise, und zwar nach der

	I)	II)	III)	V)
Die Mennig,	fl. 29: 20 kr.	fl. $28\frac{1}{2}$.	fl. 23: 28 kr.	fl. 28: 45 kr.
Der Kaffe,	fl. 108: $29\frac{1}{2}$ kr.	fl. $108\frac{4}{5}$.	fl. 110: 41 kr.	fl. 108: 55 kr.
Die Cassia,	fl. 2: $8\frac{4}{5}$ kr.	fl. 2: $9\frac{4}{5}$ kr.	fl. 2: $15\frac{21}{100}$ kr.	fl. 209: 6 kr. oder das Pfund fl. 2: $5\frac{1}{2}$ kr.

Man sieht daraus, daß gerade die Art, die Waarenpreise zu berechnen, die gewöhnlich gelehrt wird, am meisten von der Wahrheit abweicht. Wir rathen dem

dem Anfänger, ja alles genau nachzurechnen, was auch von uns nur angedeutet wurde, und sich bey diesen Untersuchungen zu verweilen. Er kann sich dadurch eine Einsicht und eine Fertigkeit im Rechnen verschaffen, die von großem Nutzen seyn wird. Wir haben daher oft einen Gegenstand von mehreren Seiten dargestellt und ihn wiederholt vorgeführt, um den Anfänger zu richtiger Ansicht des Einzelnen und zur Uebersicht des Ganzen zu verhelfen.

Facturen

zu dieser Anleitung,

und zugleich das

Facturen=

und

Calculations=Buch

des doppelten

und auch des Nürnberger Buchhaltens.

1821.		(I.) Factura von Andreas Metra in Triest.		
Januar	4			
M		Sandte derselbe unterm 6ten Dec. an J. M. Rößler in Salzburg, und beförderte dieser an mich durch Fuhrmann Hasselbach:		
		2 Kisten, enthalten:		
		Sporco 208 Pfund, Thara 36 Pfd. Nro. 1.		
		— 228 Pfund, — 40 Pfd. Nro. 2.		
		Sporco 436 Pfund, Thara 76 Pfd.		
		Thara 92 Pfd. Emballage 16 Pfd.		
		344 Pfund Süßholzsaft		
		a fl. fl. 44⅔	fl. 152: 45:	—

Uebertrag 152: 4

4 Fäßchen mit:

Sporco 225 Pfund, Nro. 3
— 245 Pfund, — 4
— 238 Pfund, — 5
— 223 Pfund, — 6

Sporco 936 Pfund, Thara 10 Procent,
ist 93 Pfund,

843 Pfund Smyrn. Rosinen
a fl. 14⅘. fl 124: 45 kr.

Current fl. 277: 30 kr.

Betragen a 75 und 120 Procent . . fl. 249 45

Unkosten bis Salzburg.

Fracht von Triest nach Salzburg von
13½ Zentnern a fl. 7½ Curr. fl. 101: 15 kr.
für Mauthen . . . 9: 54 —

Curr. fl. 111: 9 —

Betragen a 92 Procent in Münz fl. 102: 15 kr.
Spesen in Salzburg . . . 4: 15 —
Fracht und Spesen von Salzburg
hierher, a fl 3⅘ . . . 73: 17 —

fl. 179 47

Für Briefporto und anders noch . . 3 28

fl. 433.

Calculation.
(Preisberechnung)

Der Süßholzsaft beträgt . Curr. fl. 152: 45 kr.

in Münz a 75 und 120 Procent fl. 137: 28 —
1372 Pfund kosten an Fracht und Spesen fl. 183: 15 kr., daher 436 Pfd. . 58: 14 —

fl. 195: 42 kr.

Hier gewogen.

Nro. 1. Sporco 221 Pfund, Thara 41 Pfd.
— 2. — 249 Pfund, — 44 Pfd.
für Abgang 15 Pfd.

Sporco 470 Pfund, ab 100 Pfd.

Netto 370 Pfund, kosten fl. 195 $\frac{7}{10}$,
also 100 Pfund fl. 52: 53 $\frac{19}{37}$ kr.

Nro. 3. Sporco 243 $\frac{1}{2}$ Pfd.
— 4. — 269 $\frac{1}{2}$ Pfd.
— 5. — 260 Pfd.
— 6. — 248 Pfd.

Sporco 1021 Pfd. Thara 10 Proc. ist 102 Pfd.
Ab 121 Gutgew. 2 Proc. 19

Netto 900 Pfd. die Rosinen.

Die Rosinen betragen . Curr. fl. 124: 45 kr.
Betragen in Münz . fl. 112: 17 —
Auf 1342 Pfd. kommen fl. 183: 15 kr. Spesen,
daher auf 936 Pfd. . fl. 125: 1 —

900 Pfd. kosten . . . fl. 237: 18 —

daher 100 Pfd. Rosinen fl. 26: 22 kr.

Probe.

370 Pfd. Süßholzsaft a fl. 52: 53 $\frac{19}{37}$ kr. fl. 195: 42 kr.
900 Pfd. Rosinen a fl. 26: 22 kr. 237: 18 —

fl. 433.

1821. Januar 7

(II.)

Factura

von

Gottlieb Christian Bohn in Hamburg.

Sandte mir über Magdeburg durch C. Fr. Hoff

Ein Faß Nro. 15, enthält:

1208 Pfd.
6 Pfd. an Gutgewicht, a ½ Procent.

1202 Pfd. fein Melis a 19½ ß	B. Mrk	723:	1	—	
Rabatt a 4⅔ Procent		32:	4	—	
Banco-Mark		690:	13	—	
Für Faß, Matten, Packen, Zuzuwägen, Trinkgeld u. a.		13:	4	—	
	B. Mrk.	704:	1	—	
Provision 1½ Procent		10:	9	—	
	B. Mark	714:	10	—	
Diese betragen a 150 Procent				fl. 643	10

Spesen bis Magdeburg.

Fracht von Hamburg von 4⅛ Schiffpfund a 60 Groschen,	Reichsthaler	10:	10		
Transito a 6 Groschen vom Zentner, in Louisd'or Rthlr. 3: 3 Gr.		3:	7		
Waggeld a 4 ß		—	4:	2	
neues Standgeld a 4 ß		—	4:	2	
Porto und Böttcherlohn, Plombiren u. Schnüren			6:	4	
Niederlage und Spedition von 4½ Schiffpfunden a 8 Groschen		1:	9:	4	
in Conventions Species	Rthlr.	16:	8:	—	
Betragen zu 1⅓ Gulden gerechnet	fl	29:	57:	—	
Fracht von Magdeburg hierher, zu 10½ Thaler vom Schiffpfund		65:	38:	—	fl. 95 35
Briefporto und hiesige Unkosten, rechne					fl. 1 35
					fl. 740 20

Preisberechnung.

Hier gewogen:

Netto 1144 Pfd.
12 Pfd. für Gutgewicht und möglichen Abgang u. s. w.

1136 Pfd. Melis a fl. 65⅔ . fl. 140: 20: —

Verkaufspreis, mit 5½ Procent Gewinn, fl. 69,

1821. Januar 10

(III.)

Factura
von
Gottlieb Christian Bohn in Hamburg.

Sandte derselbe unterm 14. December über Mbgdeburg durch Christian Friedrich Hoff in Magdeburg u. s. w.

Ein Faß Nro. 164, enthält:

1050 Pfd.
5 Pfd. Gutgewicht

1045 Pfd.	132 Brode Raffinade a 26½ Gr. B.Mk.	865:	6:	—
	Rabatt 4⅔ Procent . .	38:	9:	—
	B.Mrk.	826:	13	—

Ein Faß Nro. 165, enthält:

Sporco 779 Pfd — Thara 102 Pfd.

677 Pfd. Gutgewicht ½ Procent
4 Pfd.

673 Pfd. fein. Dom. Kaffe a 16⅞ ßl. 709: 13: —

Spesen in Hamburg.

Für das Faß zum Zucker	Curr. Mark	11:	8: —
— Versiegeln . .		2:	8: —
— an Krahn bringen .		1:	14: —
— Küperlohn beym Kaffe		1:	— —
— Ausgangszoll a ⅓ Proc in Banco-Mark vom Kaffe		2:	11: —
— Schaumburger Zoll 2 ßl.., vom Boden zu setzen 4 ßl., zu wägen 4 ßl. . .		—	10: —
— Trinkgeld und andere Unkosten		1:	8: —
	Current-Mark	19:	— —
Betragen a 120 Procent in	B.Mark	15:	13: —
	B.Mrk.	1555:	2: —
Provision 2 Procent . . .		31:	2: —
	B.Mrk.	1586:	4: —
Betragen a 149 Procent in Münz . .		fl. 1418	7
	Uebertragen	fl. 1418	7

	Uebertrag	fl. 1418	7
Spesen bis Magdeburg.			
Fracht von 6 1/2 Schiffpfunden a 60 Gr.	Rthlr. 15: 5:—		
Zoll, Niederlage und Provision . . .	2: 8:—		
Waggeld a 1 Groschen	— 6: 1		
Briefporto	15: 6		
Reparation und aus dem Lager bringen	23:—		
Plombiren und Zettelgeld . . .	11:—		
Transito vom Zentner 3 Groschen .	2: 6: 9		
In Conv. Species a 1 1/2	Rthlr 21: 20:—		
Betragen a fl. 1: 50 kr. . .	fl. 40: 2:—		
Spesen bis Nürnberg.			
Fracht von 18 1/4 Zentnern a 10 1/2 Thaler	fl. 95: 49:—	135	51
Briefporto und andere Unkosten, rechne . .		9	2
		fl. 1563	

Preisberechnung.

Die Raffinade beträgt .	B. Mrk.	826: 13
Das Faß Curr. Mark 11: 8 ßl., sind	—	9: 10
Der Antheil der Werthsspesen	—	18: 5
	B. Mrk.	854: 12
Betragen a 149 Procent		fl. 764: 8
Gewichtsspesen . . .		89: 40
		fl. 853: 48

Hier gewogen:

996 1/2 Pfd. Gutgewicht und Abgang zu
10 1/2 Pfd. gerechnet, bleibt

936 Pfd., kosten 100 Pfd. fl. 86: 35 1/2

Der Kaffe beträgt	B. Mark	709: 13
die Spesen auf den Betrag		15: 8
	B. Mark	725: 5
Betragen a 149 Procent		fl. 648: 26 kr.
Spesen auf das Gewicht		60: 48
	Das Ganze	fl. 709: 14
		fl. 1563: 2.

Hier gewogen:

642 Pfd.
7 Pfd. für Gutgewicht ꝛc.

635 Pfd., kommt 100 Pfd. zu fl. 111: 41 1/4 kr.

Probe.

986 Pfd. Raffinade a fl 86: 35½ kr. fl. 853: 47 kr.
635 Pfd. Dom. Kaffe a fl. 111: 41¼ kr. fl. 709: 13 kr.

fl. 1563: —

1821. Januar 14

(IV.)

Factura

von

Jaques Savary in Paris,

über ein Bällchen mit neben bemerktem Zeichen, über Strasburg versändt, enthält:

100 Pfd.
1 Pfd. Gutgewicht

99 Pfd. Saffran, Gastinois, a 50 Franken, Franken 4950

Für Provision und Säckchen, Fr 40: —
— Fracht und Eingangszoll 12: —
— fette Leinwand und Emballage 8: —
— Ausgangszoll und Acquit 62: —
— Plombirung und Trägerlohn zur Fuhr . . 3: — 125

Frank. 5075
Provision 2 Procent 101 10
Briefporto 7 10

Frank. 5184

Betragen a 27½ kr. . . . . fl. 2376 —
Fracht und Spesen bis Nürnberg . . 8 55

fl. 2384 55

Für Briefporto u. a. rechne noch . . 2 41

fl. 2387 36

Preisberechnung.

Hier gewogen:

95 Pfd.
1 Pfd. Gutgewicht und Abgang

94 Pfd. Gast. Saffran a fl 25¼. fl. 2387: 36 kr.

1821. Januar 18

(V.)

Factura
von
Johann Carl May in Bremen.

Sandte unterm 24. December durch Fuhrmann Moller in Lohn 15 Rthlr. für das Schiffpfund:

2 Fäßer Maryländer Tabaksblätter,

Nro. 24. Sporco 929 Pfd. Thara 90 Pfd.

839 Pfd. hellgelbe, a 17¼ ß . . Rthlr. 266 60 —

Nro. 25. Sporco 872 Pfd.
Thara 90 Pfd.

782 Pfd. braune, a 10¼ ß . . 111 24 —

Unkosten in Bremen.

Fuhrlohn ins Haus und Wägen,	Rthlr.	—	30 Gr.
Zieher- und Küperlohn . . .		—	60
Accise, Waggeld und Agio . .		—	55
Briefporto		—	30
		2	31 —
	Rthlr.	320	43 —
Provision 2 Prozent		6	29 —
		—	—
in Louisd'or a 5 Rthlr.	Rthlr.	327	— —
Agio 8 Procent des Goldes in Silber . .		26	12 —
	Rthlr.	353	12 —
Betragen a 1⅔ Gulden . . .	fl.	635	42 —

Unkosten bis Nürnberg.

Fracht und Zoll	fl. 128:	51 kr.
Andere Unkosten und Briefporto .	3:	27
	132	18 —
	fl. 768	

Preisberechnung.

I) Der gelbe Maryl. Tabak kostet Rthlr. 206: 60
Dazu 2 Procent Provision 4: 10

In Gold Rthlr. 210: 70
Dazu 8 Procent Agio wegen Gold 16; 64

In Silber Rthlr. 227: 62

Diese betragen a fl. 1: 48 kr. fl. 410: 8

Unkosten auf das Gewicht.

Unkosten in Bremen Rthlr. 2: 31: —
Dazu 2 Procent Provision 3

Rthlr. 2: 34
Dazu 8 Procent wegen Gold — 14

Rthlr. 2: 48 Grote.

Betragen a fl. 1: 48 kr, fl. 4: 48 kr.
Die übrigen Spesen dazu 132: 18 —

Die sämmtlichen Spesen fl. 137: 6 kr.
Auf 48 Zentner kommen fl 137: 6 kr. Spesen,
daher auf 9¼ Zentner , fl. 70: 28

fl. 480: 36

Hier gewogen:
Sporco 894 Pfd. Thara 96 Pfd.

798 Pfd.
18 Pfd. für Gutgewicht und Abgang

780 Pfd. kosten fl. 480½, daher
100 Pfd. fl. 61: 37 kr.

II) Der braune Maryl. Tabak kostet Rthlr. 111: 24 Gr.
2 Procent Provision . 2: 16

Rthlr. 113: 40
8 Procent Agio . . 9: 6

Rthlr 122: 46

betragen a fl. 1: 48 kr. fl. 220: 45 kr.
Auf 18 Zentner kommen fl. 137: 6 kr. Spesen,
auf 8¾ Zentner also . 66: 39: —

Das Ganze ff. 287: 24: —

Hier gewogen:
Sporco 849 Pfd., Thara 70 Pfd.

Netto 779 Pfd.
19 Pfd. Gutgewicht ꝛc.

760 Pfd. kosten fl. 287: 24 kr.
also 100 Pfd. fl. 37: 49 kr.

Probe

780 Pfd. gelben Maryl. Tabak a fl. 61: 37 kr. fl. 480: 36 kr.
760 Pfd. braunen — a fl. 37: 49 kr. fl. 287: 24

fl. 768.

1821. Januar 4

(VI.)

Factura von William Patteson in London,

über folgende, auf meine Ordre eingekaufte, und nach Altona an die Breyer und Comp. mit dem Schiffe Löwe, Capitän Flinder, abgesandte, und durch C. F. Hoff in Magdeburg erhaltene Waaren, als:

Nro. 1.	Sporco	8	Zentner	2	Quart	20 ℔,	Thara 84 ℔	
Nro 2.	—	9	—	3	—	18 ℔	— 97 ℔	
Nro. 3.	—	10	—	1	—	24 ℔	— 111 ℔	
	Sporco	29	Zentner	—	Q.	6 ℔	Thara 292 ℔	
	Thara	2	—	2	Q.	12 ℔		
	Netto	26	Zentner	1	Q.	22 ℔		
4 Proc. Abzug		1	—	—		2 ℔		
		25	Zentner	1	Q.	20 ℔	Mart. Kaffe	
				a 134½ ßl.		Liv. St.	171: — 2	160 6 5
	Discont 6¼ Procent					•	10: 13: 9	

Ein Ballen Nro. 4., enthält:

Sporco 2 Z. 1 Q. 27 Pfd. Thara 4 Pfd.

Netto 2 Z. 1 Q. 23 Pfd.	Cochenille			
	a 19½ ßl.	L. St.	268: 2: 6	
ab 6½ Procent für Discont		•	16: 15: 2	251 7 4

Ein Oxhoft Nro. 5., mit:

Sporco 24 Z. 2 Q. 25 Pfd. Thara 118 Pfd.
Thara 1 Z. — 6 Pfd.

Netto 23 Z. 2 Q. 19 Pfd.	Piment			
	a 7½ d. (Pence)	L. St.	82: 16: 10	
Discont 4½ Procent		•	3: 14: 6	79 2 4

Vier Fässer Nro. 25. bis 28., enthalten:

Sporco	18 Z.	2 Q.	21 ℔	Thara 108 ℔		Nro. 25.
—	20 —	3 —	25 ℔	— 129 ℔		— 26.
—	16 —	2 —	21 ℔	— 92 ℔		— 27.
—	20 —	3 —	16 ℔	— 128 ℔		— 28.
Sporco	77 Z.	— Q.	27 ℔	Thara 457 ℔		
Thara	4 Z.	— Q.	9 ℔			
Netto	73 Z.	— Q.	18 ℔	Virg. Tabaksblätter a 4½ d.		
				Liv.	150: 12: 4	
Discont 8 vom Hundert					12: 1: —	138 11 4
Uebertragen Liv. Sterl.						629 7 5

				Uebertrag Liv. St.		629	1	5
			Spesen in London.					
Für	Zoll und Primage	.	L. St.	124:	8: —			
	Faß und Böttcherlohn	.	.	2:	18: 6			
	Senserie	.	.	31:	6: —			
	Porto und kleine Spesen		.	1:	2: 6			
	Assecuranz von 650 Liv. a		3½ Proc.	22:	18: —			
	Connissement und Police		.	1:	9: 10			
						184	2	10
					Liv. St.	813	10	3
	Commission 2½ Procent		.	.	.	20	6	9
					Liv. Sterl.	833	17	—
	Betragen, den Liv. zu 6 Rthlr. 7½ Gr.				Reichsthaler	5263	17	—
	Spesen der Breyer und Comp. in Altona.							
	Schiffsfracht von London, 4½ Last, a 41 Mark,			Curr. Mark	194: 12: —			
	Empfangen und Absetzen		.	.	3: 12: —			
	Verbinden und Packen		.	.	5: 8: —			
	Niederlagszinns		.	.	2: 12: —			
	Porto	.	.	.	2: 4: —			
	Provision	.	.	.	25: 8: —			
				Curr. Mrk.	234: 8: —			
	Betragen a 117½ Proc. B. Mrk. 114; 7 ßl. und a 148½ Procent				Rthlr.	56	15	—
	Spesen von Chr. Friedr. Hoff in Magdeburg.							
	Kahnfracht von Altona von 43 Schiffpfund, 20 Ließpfund, a 10 Groschen			Rthlr.	18: 4: —			
	Empfangen und Krahngebühr		.		1: 18: —			
	Plombiren und Schnüren a 4 Gr.		.		7: 6: —			
	Transito a 4 Gr. vom Schiffpfund		.		10: 21: 6			
	Packhofsraum und kleine Spesen a 5 Gr.				9: 2: —			
	Provision a 8 Groschen vom Schiffpfd.				14: 12: —			
					Reichsthaler	61: 15: 6		
	Agio 12 Procent	.	.	.		7: 17: —		
					Preußisch Current Rthlr	69: 8: 6		
	Betragen a 4½ Procent		.	.	.	.	66	9	—
					Uebertragen Rthlr.		5386	17	—

				Uebertrag Reichsthaler		5386	17 —
				Spesen bis hierher.			
				Fracht von 43 Schiffpfund und 12 Ließpfund a 58 Groschen	Rthlr. 105: 8: 9		
				Landaccise von 5200 Rthlr. a 3 Pfenn.	54: 4: —		
				Leihcasse a 3 Groschen vom Schiffpfd.	5: 10: 9		
				Porto, Waggeld und Einschlag	1: 18: 6		
						166	18 —
				Die obigen L. St. 833: 17 ßl. sind remittirt worden:			
				L. St. 400: — a Rthlr. 6: 8 Gr.	2533: 8: —		
				433: 7 ßl. a Rthlr 6: 7½ Gr.	2738: 16: —		
				Da diese aber oben sämmtlich zu Rthlr. 6: 7½ Groschen, mit berechnet wurden, so kommt noch dazu der Unterschied von	Rthlr 5272: — — 5263: 17: —	8	7 —
				Das Ganze	Rthlr.	5561	18 —
				Oder den Reichsthaler a fl. 1¾. . .		fl. 10011	9 —

Diese Waaren wogen hier netto
2855 Pfd. Mart. Kaffe,
264 Pfd. Cochenille,
23¼ Zentner Piment,
71⅓ Zentner Virg. Tabak.

Preisberechnung.

Unkosten auf den Werth.				Unkosten auf das Gewicht.		
Mäklergebühr				Liv. St.	124: 8: —	
L St.	31: 6: —				2: 18: 6	
Assecuranz	22: 18: —				1: 2: 6	
Commission	20: 6: 9				1: 9: 10	
	Liv. 74: 10: 9			L. St.	129: 18: 10	
Betragen a Rthlr. 6: 7½ Gr.				Betragen a Rthlr. 6: 7½ Gr.		
	Rthlr	470:	13 Gr.		Rthlr 820:	6: —
Accise		54:	4 —	Spesen in Altona	56:	15: —
Differenz bey der Remesse		8:	7 —	— in Magdeburg	66:	9: —
				— hierher	112:	14: —
	Rthlr.	533:	— —		Rthlr. 1055:	20: —

Sporcogewicht.		Betrag. a Rthlr. 6: 7½ Gr.	Betrag.
Kaffe	29 Zntr.	L.St. 160: 6: 5 Pf.	Rthlr. 1012: 2
Cochenille	2½ —	251: 7: 4 —	1586: 18
Piment	24¼ —	79: 2: 4 —	499: 10
Tabak	77¼ —	138: 11: 4 —	874: 18
Zentner	133½	L.St. 529: 7: 5	Rthlr. 3973: —

Jene Werthsspesen von 533 Rthlr. auf diese Summen des Betrags, und die Gewichtsspesen von Rthlr. 1055: 20 Gr. auf die einzelnen Gewichte vertheilt, kommen:

auf den Kaffe
Werthsspesen Rthlr. 135: 18 —
Gewichtsspesen 229: 9 —
Dazu den Betrag selbst 1012: 2 —
Rthlr. 1377: 5 —

Hier gewogen:
2855 Pfd. Kaffe kosten also
1 Pfd. 11$\frac{7}{12}$ Gr. oder 52$\frac{1}{10}$ kr.

Cochenille. Einkaufsbetrag Rthlr. 1586: 18 —
Spesen auf den Werth 212: 21 —
— auf das Gewicht 19: 19 —
Rthlr. 1819: 10 —

Hier gewogen:
264 Pfd. kommt das Pfund Cochenille
Rthlr. 6: 21½ Gr. oder fl. 12: 24$\frac{3}{10}$ kr.

Piment. Einkaufsbetrag Rthlr. 499: 10 —
Spesen auf den Werth 67: —
— auf das Gewicht 195: 18 —
Rthlr. 762: 4 —

Hier gewogen:
23¼ Zentner, kommt 1 Zentner auf
Rthlr. 32: 18 Gr. oder fl. 59. —

Tabaksblätter. Einkaufsbetrag Rthlr. 874: 18 —
Spesen auf den Werth 117: 9 —
— auf das Gewicht 610: 22 —
Rthlr. 1603: 1 —

Hier gewogen:
71⅝ Zentner, kommt 1 Zentner
a Rthlr. 22: 9 Gr. oder fl. 40: 17 kr.

Recapitulation. (Uebersicht.)

2855 Pfd. Mart. Kaffe	a 52$\frac{5}{10}$ kr.	fl. 2479: 6 —	
264 Pfd. Cochenille	à fl. 12: 24$\frac{3}{10}$ kr.	3274: 55 —	
23¼ Zentner Piment	a fl. 59.	1371: 45 —	
71⅝ Zentner Tabak	a fl. 40: 17 kr.	2885: 18 —	
Unterschied		—— 5 —	
			fl. 10011 9 —

1821. Februar 5

(VII.)

Factura
von
Le Moine de l'Espine in Amsterdam.

Erhielten von demselben über Cöln, Mainz und Marktsteft:

Sporco 888 Pfd., Thara 3 Procent,
Thara 27 Pfd.

861 Pfd. Mennig a fl. 20. Holl. Curr. fl. 172: 4 —

Sporco 644 Pfd., Thara 83 Pfd.
Ab 89 Gutgewicht 6 Pfd.

555 Pfd. Surin. Kaffe a 20 St. fl. 555: — —

Sporco 413 Pfd., Thara 108 Pfd.

305 Pfd. *Cassia lignea* a 40 St. 610: — —

Holl. Curr. fl. 1337: 4: —
Ab 2 Procent . . 26: 15: —

fl. 1310: 9: —
Ab 1 Procent . . 13: 2: —

fl. 1297: 7: —
Hiesige Unkosten . . 22: 13: —

fl. 1320: — —
Provision a 1½ Procent . . 19: 16: —

Holl. Curr. fl. 1339: 16: —

Betragen a 137 Procent in Münz . . .	fl.	1321	34 —
Spesen in Cöln, Mainz, Marktsteft und hier	fl.	114	30 —
Briefporto und anderes	fl.	3	56 —
	fl.	1440	— —

Preisberechnung.

Spesen auf das Gewicht,	Holl. Curr. fl. 22:	13 —
Provision 1½ Procent dazu	. .	7 —
	Holl. Curr. fl. 23:	—
Betragen a 137 Procent Münz	. fl. 22:	41
Die übrigen Spesen fl. 114: 30 kr.		
und fl. 3: 56 kr.	. 118:	26
1945 Pfd. Sporco-Gewicht kosten	. fl. 141:	7 kr.
also 888 Pfd. Sporco Mennig,	fl. 64:	26.
644 Pfd. — Kaffe,	. 46:	44.
413 Pfd. — Cassia,	. 29:	57.
I) Die Mennig beträgt	Holl. Curr. fl. 172:	4.
Ab 2 Proc.	. . 3:	9.
	Holl. Curr. fl. 168:	15.
Ab 1 Proc.	. . 1:	13.
	fl. 167:	2.
Provision 1½ Proc.	. . 2:	10.
	Holl. Curr. fl. 169:	12.
Betragen a 137 Procent	. . fl. 167:	18.
Die Spesen dazu	. . 64:	26.
	fl. 231:	44

Hier gewogen:
Sporco 844 Pfd., Thara 44 Pfd.

800 Pfd.
10 Pfd. Gutgewicht und Abgang.

790 Pfd. Mennig kosten fl. 231: 44 kr.
also 100 Pfd. fl. 29: 20 kr.

II) Der Kaffe beträgt Holl. Curr. fl. 555: —
Ab 2 Proc. . . . 11: 2.
fl. 543: 18.
Ab 1 Proc. . . . 5: 9.
fl. 538: 9.
Provision 1½ Proc. . . 8: 2.
Holl. fl 546: 11.
Betragen a 137 Proc. fl. 539: 7.
Dazu die Spesen . . 46: 44.

Hier gewogen:
547 Pfd. Ab 7 Pfd., bleibt 540 Pfd., kosten fl. 585: 51. —
kommen 100 Pfd. zu fl. 108: 29½ kr.

III) *Cassia Lignea* beträgt Holl. Curr. fl. 610: —
Ab 2 Proc. . . . 12: 4.
fl. 597: 16.
Ab 1 Proc. . . . 5: 19.
fl. 591: 17.
Provision 1½ Proc. . . 8: 18.
Holl. fl. 600: 15.
Betragen a 137 Proc. . . 592: 34.
Die Spesen . . . 29: 57.

Hier gewogen:
296 Pfd., angenommen 290 Pfd., betragen fl. 622: 31. —
Daher 1 Pfd. fl. 2: 8⅓ kr.

Uebersicht.

800 Pfd. für 790 Pfd. Mennig, fl. 29⅓. fl. 231: 44.
547 Pfd. für 540 Pfd. Surin Kaffe,
a fl. 108: 29½ kr. 585: 51.
296 Pfd. für 290 Pfd. *Cassia lignea*,
a fl. 2: 8⅓ kr. 622: 32.

fl. 1440 7 —

Um den Raum dieses Bogens zu füllen, theilen wir noch die einzige Hamburger Factura für Leipzig mit, welche eines unserer besten und neuesten kaufmännischen Rechenbüchern enthält, und fügen unsere Berechnung bey.

Brutto 4278, Thara 353 ℔

Netto 3925 ℔	Kaffe a 15½ Schill.	Banco-Mark	3802.	5 ßl.
	Unkosten . . .		12.	—
Netto 3850 ℔	Melis. Gutg 19, ab	B. Mrk.	3814.	5
3831 ℔	a 18½ Pfennig	Bl. B. M.	2214.	12
	Rabatt 4⅔ Proc.		98.	12
		B. M.	2116.	
	Unkosten . .		5.	14
Sporco 6704 ℔,	Thara 278 ℔. Gutg. 32 ℔	—	2121.	14
Netto 6394 ℔	Syrup a 43½ Mrk. Curr.		2781.	6
	Rabatt 8⅔ Proc.		221.	13
	Curr. Mark		2559.	9
a 20 Proc.	Bco. Mrk.		2133.	—
Unkosten	. .		13.	13
			2146.	13
		B. M.	8083.	—
2½ Proc. Provision	. .		202.	1
		B. M.	8285.	1 ßl.
Betragen a 148½		Thaler	4101.	3 Gr.
Fracht von 51 Schiffpfund und 2 Ließpfund u. a.			223.	21 —
		Thaler	4325.	—

Berechnung.

Der Kaffe wiegt netto	4075 ℔;	kostet	B. Mrk.	3814.	5 ßl.	
— Zucker — —	36¼ Zentner	—		2121.	14	—
— Syrup — —	60¼ —	—		2146.	13	—
		B. Mrk.		8083.	—	

Diese 8083 betragen 4325 Thaler, wie viel kommt auf

3814 5/16 Mrk,	den Betrag des Kaffes?	Thlr.	2040. 22½
auf 2121⅞ — — —	des Zuckers?		1135 8½
auf 2146 13/16 — — —	des Syrups?		1148. 16½

Woraus dann der Preis des Pfundes, wie unten folgt, gefunden wurde.

Nach unsrer Anleitung muß aber, wie folgt, gerechnet werden.

Kaffe

Kaffe beträgt 3814. 5
2½ Proc. Provision 95. 5¾
B. M. 3909. 10¾
a 148½ Thaler 1'935' 28
Spesen 62. 47
4075 ℔ = Thaler 1097' 75
1 ℔. 11¾ Groschen.

Syrup B. M. 2146. 13
2½ Prov. 53. 10¾
B. M. 2200. 7¾
a 148½ Thaler 1089' 2
Spesen 97' 9
60¼ Zentner kosten Thlr. 1187' 1
1 Zentner Thlr. 19'7 (17 Gr.)

Zucker. B. M. 2121. 14
2½ Prov. . . 53. 1
B. M. 2174. 15
a 148½. Thlr. 1076' 6
Spesen 63' 1
56¼ Zentner Thaler 1140' 4
1 Zentner 31'451 Thaler.

Probe des Betrags:

Kaffe	. :	1997'75
Zucker	. .	1140'1
Syrup	. .	1187'1
		4325.

Probe der Provision.

Kaffe	. .	95. 5¾
Zucker	. .	53. −⅞
Syrup	.	53. 10¾
		202. 1⅝

Wie dieß gefunden wird, weiß der Leser aus den bisher vorgetragenen Berechnungen. Nur wegen des Gewichts müssen wir Auskunft geben. In dieser Factura ist das **Sporcogewicht des Zuckers** nicht angegeben, und wir bedürfen es doch zu unsrer Berechnung. Nun können wir es zwar aus der Zahl der Schiffspfunde bey der Fracht-Berechnung finden. Das Schiffpfund hat in Hamburg 280 ℔, für die Frachtfahrt aber 320 ℔ (Man sehe unsere Geldkunde ꝛc. S. 159.). 51 1/10 Schiffpfund a 320 ℔, sind 16352 Pfunde, welche für den Zucker 5370 ℔ Sporco ließen, welches viel zu viel für die Thara, nach Abzug des Nettogewichts geben würde. — Zu 280 ℔ das Schiffpfund gibt zu wenig; es wird daher zu 300 ℔ angenommen worden seyn, und dann kommen für den Zucker Sporco 4348 ℔. Um dann die Frachtantheile zu finden, sagen wir:
Sporco 15330 ℔ kosten 223⅞ Thaler Fracht, wie viel kommen auf 4278; auf 4348 ℔ u. s. w.

Zusammenstellung.

Jener Autor gibt an:			Wir fanden:
Den Betrag des Kaffes	2040	— —	1997 Thaler
Den Preis . . .	12	— —	11¾ Gr.
Den Betrag des Zuckers	1135	— —	1140. —
Den Preis . . .	31. 7⅔	— —	31. 10⅘.
Den Betrag des Syrups	1148	— —	1187. —
Den Preis . . .	19: (1½ Gr.)		19. 17 Gr.

Wären diese Waaren statt nach Leipzig weiter, etwa nach München, gegangen, und nach diesem Buche berechnet worden, so wäre bey dreyfach höherer Fracht der Unterschied viel größer ausgefallen. Dem Syrup, der die meiste Fracht veranlaßte, während derselbe den geringsten Werth hat, auf welchen die Fracht berechnet worden wäre, hätte man kaum die Hälfte zugetheilt, und den Zentner etwa um 2 Thaler niedriger gefunden, als derselbe wirklich gekostet hat.

B S B
MÜNCHEN

Fig: 1.

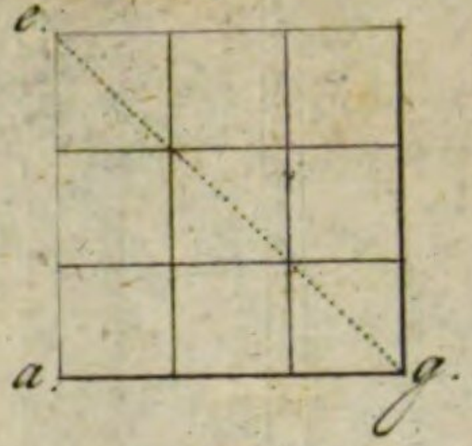
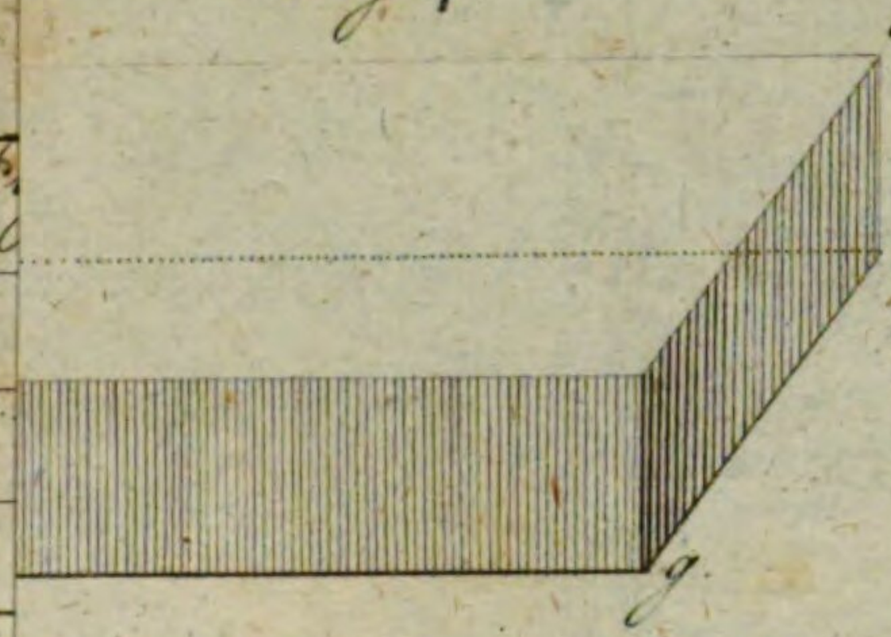


Fig: 4.



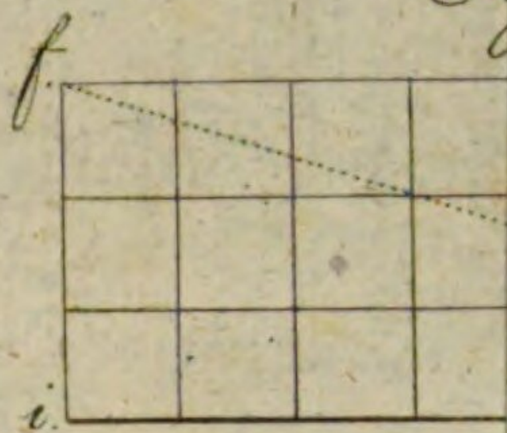
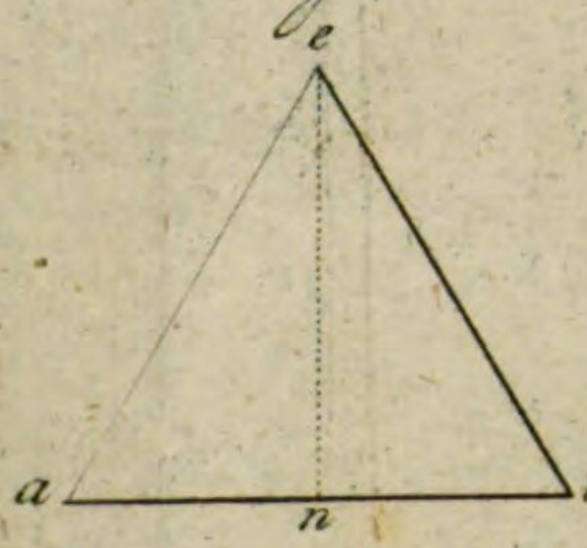
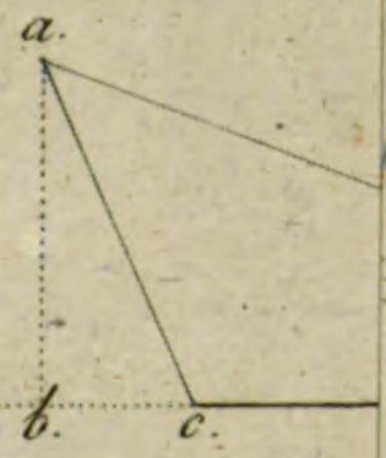


Fig: 5.





: 9.

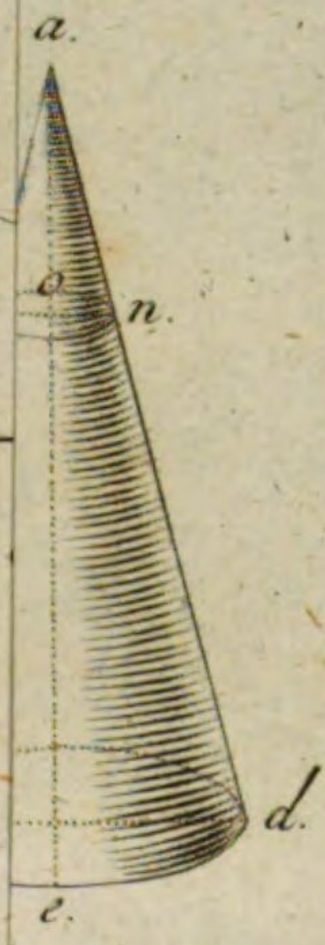


Fig: 10.

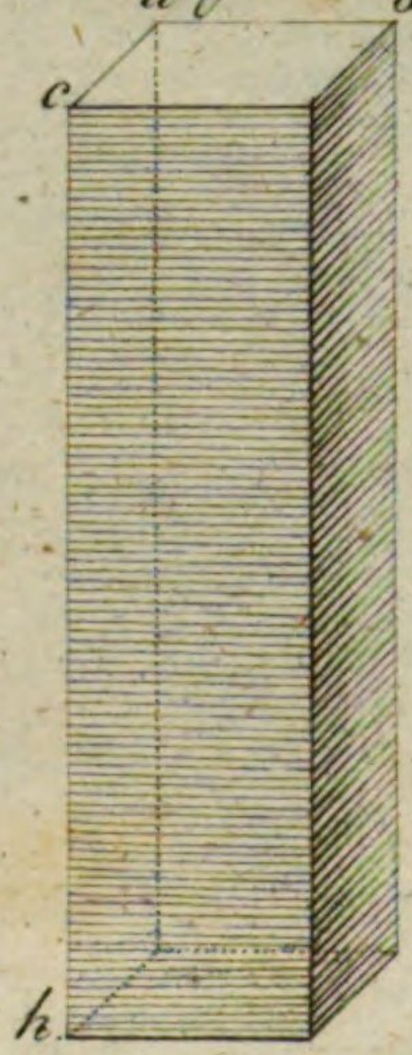


Fig: 11.

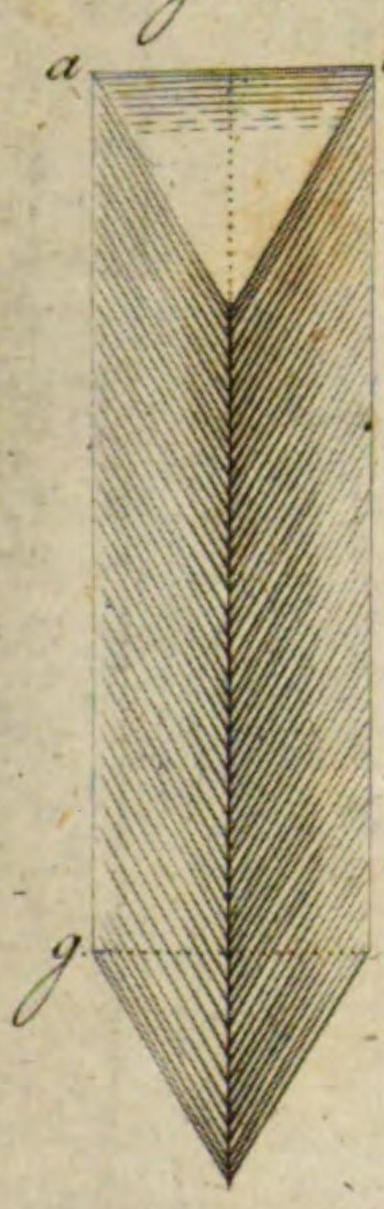
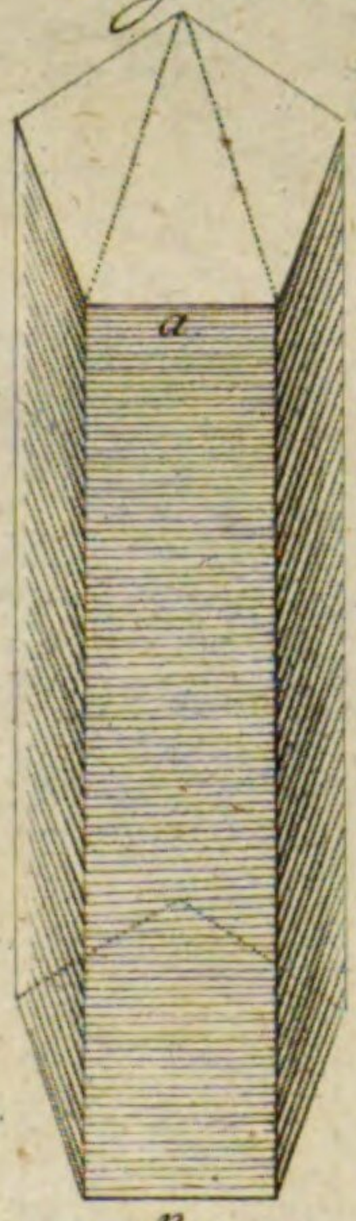
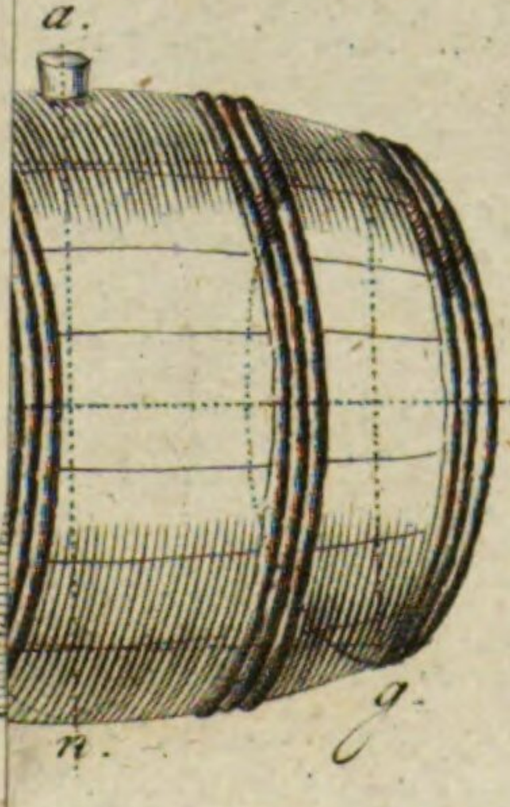


Fig: 12.



16.



ener

89,28/100
t 100 Pfun

III. Die V
alstellen) a
9,28/100,
00. Das

l.	I Nied d (Holl 100
29	88.
6	98.
4	100.
0	94.
2	99.

chwere Pfun
s, wie Zür
a, wie Leip
enburg,
urg, 1 S
= 280 Pfund
80 Holl. Ass
u, wie Frau
over, der
29 Holl. Ass
lberg,
ngör, wi
sheim,
sberg,
nhagen,
nne, 1 Ze
Holl. Assen
finden, wie
mgau zu den

BSB Bayerische StaatsBibliothek
MDZ Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Leuchs, Johann Michael

Vollständiges, wissenschaftlich bearbeitetes Rechenbuch für die höhern Stände, besonders für den Handelsstand mit einem Facturen- und Calculationsbuche, und mit vier Tafeln, die Waarenpreise, die Wechselcurse, die Gewichtsverhältnisse, und die Münzen aller Länder enthaltend ; in Bd.: 2 (1821)

Nürnberg 1821

Merc. 413 o-2
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10292486-7